

12/3

INFORMATION REPORT INFORMATION REPORT

C-1113-11

CENTRAL INTELLIGENCE AGENCY

This material contains information affecting the National Defense of the United States within the meaning of the Espionage Laws, Title 18, U.S.C. Secs. 793 and 794, the transmission or communication of which to any person is an offense unless so substituted.

50X1-HUM

CONTROLLED DISSEM

C-O-N-F-I-D-E-N-T-I-A-L

COUNTRY USSR

REPORT

SUBJECT Institute of Heat and Mass Transfer,
Minsk -- Wind Tunnel Facilities/
Type of Research and Techniques

DATE 3537

2 December 1965

8 - DEC

50X1-HUM

DATE OF
INFO.
PLACE &
DATE ACC

A Proc.

NO. PAGES 2

REFERENCES

THIS IS UNVALIDATED INFORMATION

Three technical works published by
the Minsk Institute of Heat and Mass Transfer, 1965. They are: 50X1-HUM
 1) Teplo-i Massobmen v Kapillyarnotoristicheskikh Telekakh;
 2) Teplo-i Massobmen v Dispersivnykh Sistemakh;
 3) Teplo-i Massobmen v Tel. S Okroozhaiyushchimi Sredami.

[OFFICIAL USE ONLY]

5
4
3
2
1

50X1-HUM

C-O-N-F-I-D-E-N-T-I-A-L

S-NO

U-NO

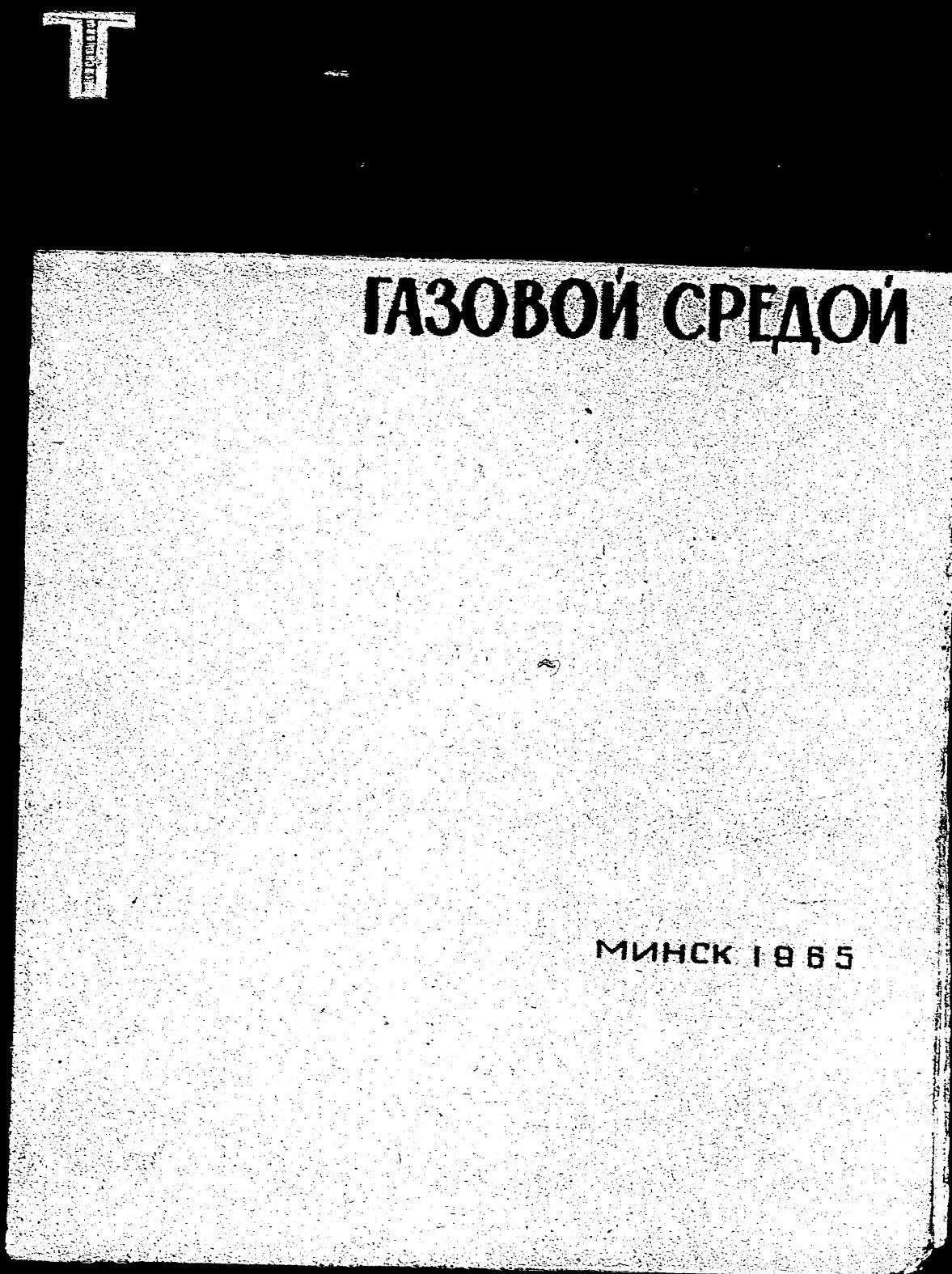
GROUP 3
Excluded from automatic
downgrading and
declassification

INFORMATION REPORT INFORMATION REPORT

The dissemination of this document is limited to civilian employees and active duty military personnel within the intelligence community who have a valid security clearance, and to those senior officials of the executive branch who need to view the information. However, nothing contained herein will supersede paragraph 6 of ECDR 10/6. It may be given to other components of the Department of Defense and agencies of the U.S. Government only if it is determined that its distribution is required for the performance of their functions. It SHALL NOT BE DISSEMINATED TO CONTRACTORS, AGENTS and other individuals who do not have a valid security clearance or a valid contract with the U.S. Government, or to individuals who have no relationship to the U.S. Government unless the written permission of the appropriate authority is obtained.

50X1-HUM

Page Denied



АКАДЕМИЯ НАУК БЕЛОРУССКОЙ ССР
Институт тепло- и массообмена

ТЕПЛО-
И МАССООБМЕН ТЕЛ
С ОКРУЖАЮЩЕЙ
ГАЗОВОЙ СРЕДОЙ

Под редакцией
академика АН БССР А. В. ЛЫКОВА
и профессора Б. М. СМОЛЬСКОГО



Минск 1965

АНАЛИТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛО- И МАССООБМЕНА

Г. Б. ЛЫКОВ, Г. Г. ПЕРЕЛЬМАН

* НЕСТАЦИОНАРНОМ ТЕПЛООБМЕНЕ МЕЖДУ ТЕЛОМ И ОБТЕКАЮЩИМ ЕГО ПОТОКОМ ЖИДКОСТИ

В книге рассмотрены теоретические методы и экспериментальные данные, важные для разработки методов интенсификации процессов тепло- и массообмена твердых материалов с окружающей газо-жидкостной средой.

Рассчитано движение потока и параметры элементов теплообменников с однородной

В современной технике процессы переноса тепла при нестационарном режиме приобретают все возрастающее значение. Однако если вопросы нестационарной теории теплопроводности [1] изучаются удовлетворительно, то о теоретическом описание процессов нестационарного теплообмена между твердым телом и потоком жидкости этого сказать нельзя. Причина тому, что приближения, которые далеко не всегда применимы при расчетах стационарного теплообмена между телом и жидкостью, переносятся на случай нестационарных процессов, где они торой совершаю неприменимы.

Полная система уравнений, описывающая перенос тепла между телом и движущейся жидкостью, состоит из уравнений гидродинамики, уравнения конвективного переноса тепла жидкости* и уравнения теплопроводности для обтекаемого тела. Решение этой системы представляет серьезные математические трудности. В качестве приближения обычно опускается одно из уравнений системы (уравнение теплопроводности в теле), заменяя его заданным условием на поверхности тела. Обычно задается температура на поверхности тела (она принимается постоянной [2]) или поток тепла через эту поверхность. Эти допущения неудовлетворительны при интенсивном теплообмене, когда обязательно следует учитывать взаимное тепло-воздействие тела и жидкости. Следовательно, в данном случае ни температура, ни тепловой поток на поверхности раздела неизвестны и не могут быть заданы, а должны быть определены в результате решения задачи.

Приближение, в котором задана температура или поток на поверхности тела, вызывает и принципиальные возражения, так как теплообмен при этом не зависит от свойств тела, его

* Уравнения гидродинамики и переноса тепла в жидкости следует рассматривать в приближении теории пограничного слоя, так как именно в области пограничного слоя наиболее существенны явления переноса.

теплофизических характеристик, распределения источников тепла, размеров и т. д.

При стационарном теплообмене приближение заданных условий на границе раздела тела — жидкость оправдано лишь в предельных случаях крайне большой и исчезающей малой теплопроводности обтекаемого тела и, кроме того, при благоприятном распределении внутренних или внешних источников тепла, поддерживающих стационарный режим. Например, в первом из названных предельных случаев — очень большой теплопроводности тела — можно приближенно считать температуру вдоль его поверхности постоянной. Естественно, что решение задачи о теплообмене жидкости с такой изотермической поверхностью не содержит зависимости процесса теплообмена от свойств тела [2].

Однако при нестационарном теплообмене, наиболее благоприятным для применения приближения случая, условия на поверхности раздела тела — жидкость нельзя считать заданными, так как температура поверхности и не будет зависеть от координат точек поверхности, но эта «постоянная» вдоль поверхности температура будет изменяться во времени из-за охлаждения или нагревания тела. Закон изменения температуры поверхности во времени не может быть задан а priori. Независимо от соотношения между свойствами тела и жидкости задачи теплообмена должны формулироваться как сопряженные, если источники тепла зависят от времени (и координат) или неоднородного начального распределения температуры.

Наиболее часто условия теплообмена между поверхностью тела и потоком жидкости задаются в виде закона конвективного теплообмена. Согласно этому закону, удельный поток тепла q_s у поверхности тела прямо пропорционален температурному напору ΔT (разность между температурой поверхности тела T_s и температурой жидкости $T_{f\infty}$ вдали от поверхности, $\Delta T = T_s - T_{f\infty}$):

$$q_s = \alpha(T_s - T_{f\infty}) = \alpha \Delta T. \quad (1)$$

Коэффициент пропорциональности α , называемый коэффициентом теплообмена или теплоотдачи, зависит от гидродинамики потока, физических свойств жидкости, характерного размера обтекаемой поверхности тела и не зависит от его теплофизических свойств.

Соотношение (1), известное под названием граничных условий третьего рода, справедливо, вообще говоря, только для стационарного режима (постоянного потока тепла $q_s = \text{const}$).

При нестационарном теплообмене граничные условия третьего рода могут терять свой физический смысл, поскольку коэф-

фициент теплообмена зависит от времени (при этом эта зависимость заранее неизвестна), физических свойств тела и жидкости, а также от геометрических размеров тела.

Действительно, если считать, что перенос тепла вблизи стенки происходит путем теплопроводности, то на границе раздела тело — жидкость имеет место соотношение

$$T_{sb} = T_{sf} : q_s = -\lambda_b \left(\frac{\partial T_b}{\partial n} \right)_s = -\lambda_f \left(\frac{\partial T_f}{\partial n} \right)_s, \quad (2)$$

где n — направление нормали к изотермичной поверхности. Таким образом, на границе раздела тело — жидкость имеет место равенство температур и потоков тепла. При стационарном режиме равенство (2) можно записать так:

$$q_s = -\lambda_b \left(\frac{\partial T_b}{\partial n} \right)_s \approx \frac{\lambda_f}{\delta} (T_{fs} - T_{f\infty}) = \alpha (T_{fs} - T_{f\infty}) = \alpha \Delta T, \quad (3)$$

где δ — условная толщина пограничного слоя. Коэффициент теплообмена α равен отношению λ_f/δ ($\alpha = \lambda_f/\delta$).

Поскольку δ зависит от гидродинамики потока, то коэффициент теплообмена α зависит от свойств жидкости, скорости ее движения и линейного размера поверхности тела в направлении движения и не зависит от свойств тела, его основных размеров. Поэтому в случае стационарного теплообмена коэффициент α можно принять в качестве коэффициента пропорциональности между потоком тела и температурным напором, т. е. постоянной величиной $q_s/\Delta T$ для заданной точки на поверхности тела.

Однако в случае нестационарного теплообмена, когда границы температуры $(\partial T_f/\partial n)_s$ величина переменная, условная толщина пограничного слоя будет зависеть от времени и основных размеров тела. Поэтому коэффициент теплообмена как характеристика отношения $q_s/\Delta T$ теряет свой физический смысл.

Как уже было сказано, соотношение $q_s = \alpha \Delta T$ обычно называют законом конвективного теплообмена Ньютона. Однако в оригинальной работе Ньютона равенство $q_s = \alpha \Delta T$ предлагается в качестве выражения закона лучистого теплообмена при малых разностях температуры между поверхностью тела и окружающей средой

$$q_s = \sigma^* (T_s^4 - T_f^4) = \alpha(T_s - T_f), \quad (4)$$

где σ^* — приведенный коэффициент излучения, $\alpha(T)$ — коэффициент лучистого теплообмена, зависящий от температуры, свойств поверхности тела, но не зависящий от гидродинамики среды.

Таким образом, при нестационарном теплообмене, ранние условия третьего рода можно использовать при линейном теплообмене между телом и средой. Кстати, в работе Х. С. Карлсю [3], граничные условия третьего рода интерпретируются как выражение закона теплообмена радиации (*radiation into medium at zero temperature*), а коэффициент «называется коэффициентом излучения (*emissivity*) или коэффициентом внешней теплопроводности (*exterior conductivity*). Однако в дальнейшем этот закон Ньютона совершенно произвольно был экстраполирован [4—5] на задачи конвективного нестационарного теплообмена. Только в некоторых случаях нестационарного конвективного теплообмена можно использовать соотношение (1) как некоторую условную схему расчета. Строгая математическая и физическая формулировка задачи требует использования соотношения (2), т. е. граничных условий четвертого рода.

Рассуждения относительно применимости граничных условий третьего рода к нестационарному конвективному теплообмену подтверждаются экспериментами. В работе [6] при изучении теплообмена между металлической полуограниченной пластиной (мединые и серебряные тела) и потоком жидкости (воды) было установлено, что коэффициент теплообмена α непрерывно уменьшается с течением времени, зависит от теплофизических свойств обтекаемого тела (объемной теплоемкости и его толщины R).

Объяснение некоторых качественных результатов, полученных в работе [6], нами будет дано ниже. Здесь важно отметить, что экспериментами была установлена зависимость коэффициента теплообмена от времени, теплоемкости и размеров тела в процессе нестационарного «чистого» теплообмена.

При теплообмене, осложненном массообменом (сушка влажных тел), уже давно было установлено, что в процессе сушки с течением времени непрерывно уменьшается коэффициент теплообмена, постепенно приближаясь к величине коэффициента «чистого» теплообмена, достигая его величин при $t = \infty$.

В работах [7—9] было установлено, что число Нуссельта в периоде падающей скорости сушки $Nu(t)$ изменяется в зависимости от влагосодержания тела n по соотношению

$$\frac{Nu(t)}{Nu_0} = \left(\frac{n}{n_k} \right)^n, \quad (5)$$

где Nu_0 — число Нуссельта в периоде постоянной скорости сушки, n_k — критическое влагосодержание (начальная влажность периода падающей скорости сушки), n — постоянная, зависящая от свойств тела (см. таблицу).

Таблица
Значения постоянных n для некоторых влажных материалов

Материал	n	Материал	n
Кварцевый песок	1,8	Штапельное полотно	0,9
Глина	0,9	Асбестовые колпца	0,34
Древесина	0,3	Керамические плиты	2,9

В процессе сушки с течением времени влагосодержание тела уменьшается в соответствии с кривой кинетики сушки $n = f(t)$. Поэтому число Нуссельта $Nu(t)$ будет также уменьшаться. Хотя на величину изменения числа Нуссельта $Nu(t)$ от времени для некоторых капиллярнопористых тел влияет углубление поверхности испарения внутри тела, основной причиной уменьшения числа $Nu(t)$ в процессе сушки является нестационарность процесса теплообмена между влажным телом и обтекающим его нагретым воздухом.

Таким образом, можно считать экспериментально установленным, что для большинства случаев нестационарного конвективного теплообмена между телом и потоком жидкости коэффициент теплообмена изменяется с течением времени. Это вызвано неприводностью граничных условий третьего рода для аналитического описания нестационарного теплообмена и подтверждается аналитическими решениями задач нестационарного конвективного теплообмена.

Итак, проблемы нестационарного теплообмена должны формулироваться в виде сопряженных краевых задач, сводящихся к совместному решению уравнений конвективного переноса тепла в жидкости и уравнения теплопроводности в теле.

На границе раздела тело — жидкость температуры обеих сред принимаются равными, исключая случай течения разреженного газа со скольжением и температурным скачком у стенки. Поток тепла, выходящий из одной среды, должен быть равен потоку, входящему во вторую среду, если на границе раздела нет источников тепла. Остальные граничные и начальные условия для тела и жидкости зависят от конкретного вида задачи. Через граничные и начальные условия в решении войдут некоторые характеристические температуры, а также скорость.

Распределение скоростей в движущейся жидкости может быть определено независимо от решения соответствующей гидродинамической задачи, если жидкость является несжимаемой [10]. Неравномерно нагретую жидкость можно считать несжимаемой, если, как в изотермическом потоке, скорость движения жидкости мала по сравнению со скоростью звука.

Тогда возникающие в результате извлечения жидкости изменения давления настолько незначительны, что вызываемым ими изменением плотности можно пренебречь. Необходимо также, чтобы разности температур в жидкости не были велики. В таком случае изменение свойств жидкости температурой можно не учитывать. Так как гидродинамическая стабилизация потоков наступает гораздо быстрее тепловой, распределение скоростей в жидкости можно считать не зависящим от времени.

Система уравнений гидродинамики и переноса тепла в жидкости и твердом теле полностью описывает процесс нестационарного теплообмена. Конечно, при определенных условиях некоторые члены перечисленных уравнений не оказывают существенного влияния на ход процесса и ими можно пренебречь. Например, при временах, много больших d/ω_e , где d — продольный размер обтекаемого тела, а ω_e — характеристическая скорость жидкости в тепловом пограничном слое, процесс в жидкости будет квазистационарным в том смысле, что изменение температуры жидкости во времени будет обвязано лишь изменению условий (температуры и теплового потока) на поверхности раздела тело — жидкость. Однако задача остается сопряженной, так как условия на поверхности и их зависимость от времени по-прежнему известны.

Метод решения стационарных сопряженных задач был разработан по инициативе А. В. Лыкова в работе [11] путем асимптотического решения специального класса сингулярных уравнений [12].

Нестационарные сопряженные задачи являются более сложными, однако такой подход в ряде случаев необходим.

Ниже решены при ряде упрощающих предположений простейшие нестационарные сопряженные задачи теплообмена. Несмотря на эти предположения, учет взаимного теплового влияния тела и жидкости позволяет объяснить некоторые результаты немногочисленных экспериментов по нестациональному теплообмену.

Рассмотрим ламинарный поток жидкости, текущий в прямогольной трубе, у одной из стенок которой помещено тело A (рис. 1), имеющее определенную начальную температуру и (или нагреваемое) потоком. Тело A расположено охлаждаемое (или нагреваемое) потоком. Тело A расположено достаточно далеко от входа в трубу, так что профиль скорости успевает полностью развиться.

В приближении теории пограничного слоя для температуры жидкости $\theta(x, y, t)$ имеет место уравнение:

$$\frac{\partial \theta(x, y, t)}{\partial t} + w(y) \frac{\partial \theta(x, y, t)}{\partial x} = a_i \frac{\partial^2 \theta(x, y, t)}{\partial y^2} \quad (6)$$

$(0 < t < \infty, 0 < y < \infty, 0 < x < d)$

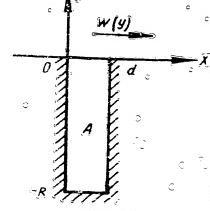
Возьмем за начало отсчета температуру втекающей жидкости. Тогда можно записать

$$\theta(x, y, 0) = 0; \quad \theta(0, y, t) = 0; \quad \theta(y, \infty, t) = 0. \quad (7)$$

Уравнение теплопроводности для $T(x, y, t)$ — температуры тела A — имеет вид

$$\frac{\partial T(x, y, t)}{\partial t} - a_i \left(\frac{\partial^2 T(x, y, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T(x, y, t)}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (8)$$

$(0 < t < \infty, R^2 a_i \ll 1, 0 < x < d)$



Начальное распределение температуры в теле в проводящихся экспериментах поддерживалось однородным, следовательно,

$$T(x, y, 0) = T_0 = \text{const.} \quad (9)$$

За исключением поверхности $y = R$, через которую происходит теплообмен твердого тела и потока жидкости, вся поверхность тела A теплоизолирована. Таким образом,

$$\left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=0} = \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=d} = 0; \quad \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=R} = 0. \quad (10)$$

Наконец, на границе раздела тело — жидкость применимы граничные

$$(\theta)_{y=R} = (T)_{y=R}, \quad -k_j \left(\frac{\partial \theta}{\partial y} \right)_{y=R} = -k_i \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=R}. \quad (11)$$

Точное решение нестационарной сопряженной краевой задачи (6) — (11) не представляет непреодолимых трудностей. Однако, так как эта задача имеет иллюстративный характер и результаты должны быть возможно более обозримыми, следует максимально упростить ее формулировку. В частности, отсутствуют какие-либо экспериментальные данные о зависимости условий на поверхности раздела от координаты. Ввиду малости размера d (в том смысле, что времена d/ω_e и d^2/a_i мало по сравнению с характерным временем в теле $R^2 a_i$), а также большой величины коэффициента теплопроводности тела A (металлы) можно усреднить систему (6) — (11) по x . Обозначим среднее значение температуры жидкости

$$\bar{\theta}(y, t) = \frac{2}{d} \int_0^d \theta(x, y, t) dx \quad (12)$$

аналогично для $T(x, y, t)$, получим усредненные уравнения для температуры жидкости и тела соответственно:

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial \xi} + \omega(\xi) \frac{1}{d} \partial_t \bar{\theta} = -d_T \frac{\partial^2 \bar{\theta}}{\partial \eta^2}; \quad (13)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \xi} = d_T \frac{\partial^2 T}{\partial \eta^2}. \quad (14)$$

Здесь при усреднении температурь были введены члены второго из условий (7), а также первая пара равенств (10). Все остальные начальные и граничные условия остаются в силе для усредненных температур $\bar{\theta}(y, t)$ и $\bar{T}(y, t)$. Так как температура $\Theta(x, y, t)$ неотрицательна и не является монотонноубывающей функцией x (это можно показать, воспользовавшись принципом максимума для параболических уравнений), то функцию $(\bar{\theta})_{\text{max}}$, входящую в уравнение (13), можно связать с $\bar{\theta}$ с помощью теоремы о среднем значение соответствующего вида:

$$\int_0^d \bar{\theta}(x) q(x) dx = (\bar{\theta})_{\text{max}} \int_0^d q(x) dx \quad (0 < d < 1),$$

где $q(x)$ — производная интегрируемой функции $q(x)$. Тогда $(\bar{\theta})_{\text{max}} = 1$, получаем

$$\bar{\theta}(y, t) \leq (\bar{\theta})_{\text{max}} (1 - d^2/d), \quad (15)$$

где параметр d^2 может, вообще говоря, зависеть только от y и t . Однако при условиях, сформулированных в начале этого раздела, и так как наибольший интерес представляют условия близости и на поверхности раздела тело — жидкость ($y \rightarrow 0$), зависимость параметра d^2 от y и t будет слабой и можно приближенно считать множитель в правой части уравнения (15) постоянным. В этом же приближении не имеет смысла считывать (хотя это и легко сделать) точную зависимость скорости $w(y)$ от координаты y , так как соответствующий член в уравнении (13) учтен приближенно. Введем некоторое эффективное значение скорости w_e , в которую включим и множитель $(1 - d^2/d)$ и, который по порядку величины будет совпадать со скоростью в тепловом пограничном слое^{*}.

* Простая оценка для эффективной скорости, которая во своему физическому смыслу должна совпадать по порядку величин со средней скоростью в тепловом пограничном слое, дает

$$w_e \sim 2w_0 \left(\frac{9w_0 d}{4w_0 D^2} \right)^{1/2},$$

где w_0 — скорость в центре трубы.

Введем безразмерные величины, выраженные в процентах от температуры жидкости и тела $\bar{\theta}$ и \bar{T} будем в дальнейшем относить к начальной температуре твердого тела T_0 , обозначенная для простоты эти новые безразмерные величины как ϑ и τ соответственно. Система уравнений переноса тепла в жидкости и теле теперь окончательно записывается:

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial \xi} + \vartheta = \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial \eta^2}; \quad \frac{\partial \tau}{\partial \xi} = K_d \frac{\partial^2 \tau}{\partial \eta^2}; \quad (16)$$

начальные и граничные условия:

$$(\vartheta)_{\text{max}} = 0, \quad (\vartheta)_{\eta=0} = 0, \quad (\tau)_{\eta=0} = 1, \quad \left(\frac{\partial \tau}{\partial \eta} \right)_{\eta=0} = 0. \quad (17)$$

На границе раздела тело — жидкость:

$$(\vartheta)_{\eta=0} = (\tau)_{\eta=0} = \Theta(\xi),$$

$$\frac{1}{K_d} \left(\frac{\partial \tau}{\partial \eta} \right)_{\eta=0} = \left(\frac{\partial \vartheta}{\partial \eta} \right)_{\eta=0} = -\Psi(\xi). \quad (18)$$

Если известна любая из функций $\Theta(\xi)$ или $\Psi(\xi)$ (соответственно безразмерная температура поверхности раздела тела — жидкость и безразмерная плотность теплового потока через эту поверхность), то определение $\vartheta(\xi, \eta)$ и $T(\xi, \eta)$ приводится к квадратуре. Например, для температуры жидкости $\vartheta(\xi, \eta)$ имеем

$$\vartheta(\xi, \eta) = \frac{K_d}{V \pi} \int_0^{\xi} \frac{e^{-\xi' - \eta' V \sqrt{\xi'}}}{V \xi'} \Psi(\xi - \xi') d\xi' \quad (19)$$

и столь же простое соотношение для $T(\xi, \eta)$, которое мы опустим.

Перейдем к определению потока $\Psi(\xi)$, являющегося наиболее важной характеристикой процесса нестационарного теплообмена. Из системы уравнений (16) — (18) нетрудно получить

$$\Psi_t(s) = \frac{i}{K_d s} \frac{V s + 1}{1 + K_d V s + 1} \frac{\operatorname{ctg} A V s}{V s}, \quad (20)$$

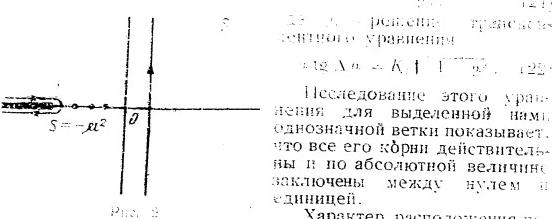
где

$$(\Psi_t(s)) = \int_0^\infty e^{-\xi s} \Psi(\xi) d\xi.$$

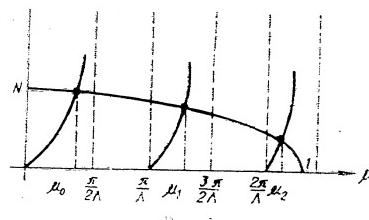
Для вычисления $\Psi_t(s)$ исследуем выражение для $\Psi_t(s)$ в комплексной плоскости s

Изображение корней уравнения (22) в комплексной плоскости $s = \sigma + i\omega$. Для выделения однозначной ветви проведем вдоль отрицательной вещественной оси разрез, как указано на рис. 2.

Функция $\Psi_1(s)$ имеет вид:



Характер расположения положительных корней уравнения (22) (а лишь ими можно ограничиться ввиду соотношения (21)), указан на рис. 3. Число корней уравнения (22) (считая и наименьший корень u_n , который существует всегда



независимо от величины Λ и определяет самую правую особенность функции $\Psi_1(s)$, т. е. поведение $\Psi_1(s)$ при больших значениях $|s|$ зависит от величины критерия Λ и равен

$$\Psi_1(s) \sim \frac{2}{K_1} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n \rho_n^2 e^{-\rho_n s}}{\Lambda K_1 + 1 - \rho_n^2} \quad (23)$$

При этом очевидно, что это приводит к тому, что для больших значений $|s|$ разрыв между наименьшим корнем

и положительным корнем σ_1 уравнения (22) для ряда значений Λ и K_1 приведена в приложении.

Интегрируя по контуру (см. рис. 2), охватывающему все полюсы $\Psi_1(s)$ (лежащие на отрезке $-1 < \operatorname{Re} s < 0$), и по берегам разреза, выделившего однозначную ветвь, функцию $\Psi_1(s)$, вычислим поток:

$$\Psi_1(s) \sim \frac{2}{K_1} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n \rho_n^2 e^{-\rho_n s}}{\Lambda K_1 + 1 - \rho_n^2} - \frac{\Lambda}{K_1} \frac{\rho_n^2}{1 - \rho_n^2} + \frac{1}{K_1} \frac{\rho_n^2 e^{-\rho_n s}}{1 + \rho_n^2 - K_1^2 u \operatorname{ctg}^2(\Lambda \sqrt{1+u})} \quad (24)$$

Поведение функции $\Psi_1(s)$ весьма простое. При малых значениях $\xi \ll 1$ главным является последний член формулы (24), и $\Psi_1(s)$ убывает $\sim 1/\sqrt{\xi}$ с ростом ξ .

С дальнейшим ростом ξ поток $\Psi_1(s)$ продолжает монотонно убывать, стремясь к нулю, причем главными являются члены, входящие в сумму в формуле (24). Последний интегральный член в формуле становится при больших ξ меньше любого члена суммы. Этот интеграл может быть элементарно оценен методом перевала. В результате получим

$$\Psi_1(s) \sim \frac{2}{K_1} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n \rho_n^2 e^{-\rho_n s}}{\Lambda K_1 + 1 - \rho_n^2} - \frac{\Lambda}{K_1} \frac{\rho_n^2}{1 - \rho_n^2} + \frac{e^{-s}}{2 \sqrt{\pi K_1} \xi^{3/2}} \quad (25)$$

Наконец, при дальнейшем росте ξ несущественными становятся все члены в формуле (25), кроме первого члена суммы. Заметим, что для проведенных экспериментов значения параметров Λ таковы, что значение ρ_1^2 обычно существенно меньше 0.1.

Для ряда случаев можно найти простые приближенные

* В известных подобных опытах $\xi = 1.1$ (т. е. $\omega = 10$ рад/с) для Λ от нескольких десятых долей до десятков единиц

точности для интересующего нас соотношения. Например, если Λ велико, а K очень мало ($\Delta K \ll 1$), левые получателей

$$\mu^2 \approx \frac{K}{\Lambda} - 1 \quad (26)$$

Небольшое значение Λ мало, а K произвольно, в связи с чем является единственным решением уравнения (22) с приближенной имеющей вид

$$\mu^2 \approx \frac{1}{2} \left(\frac{K}{\Lambda} \right)^2 \left[\sqrt{1 + 4 \left(\frac{\Lambda}{K} \right)^2} - 1 \right]. \quad (27)$$

На (27) с той же степенью точности легко получить еще более простые приближенные формулы для μ^2 при больших и малых K ($K \gg \Lambda$). Это, а также рассмотрение других случаев приближенного решения уравнения (22) мы опустим. Воспользовавшись полученным выше асимптотическими разложениями функции $\Psi(\xi)$ и простыми выражениями для корня μ^2 , можно выписать в явном виде простые формулы для плотности потока тепла через поверхность раздела тело — жидкость, связанную с безразмерной плотностью потока соотношением

$$q(\tau) = -k_b \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0} = k_b T_0 \sqrt{\frac{Pe}{Dd}} \Psi \left(\frac{w_0 \tau}{d} \right). \quad (28)$$

Например, когда w_0^2 определяется согласно (26), вместо при достаточно больших ξ

$$q(\tau) \approx k_b T_0 \sqrt{\frac{Pe}{Dd}} \exp \left[-\lambda_f \sqrt{\frac{Pe}{Dd}} \frac{\tau}{c_b p_b R} \right]. \quad (29)$$

Хотя бы кратко проанализируем следствия из простейшей асимптотической формулы (29). Итак, поток убывает со временем, как $\sim \exp \left[-\frac{K_f}{\Lambda} \xi \right]$, ($\frac{K_f}{\Lambda} \ll 1$). Отсюда получается вытекающее из анализа экспериментальных данных постоянство логарифмической производной потока во времени.

Соотношение (29) подтверждает экспериментально установленную зависимость теплового потока от времени и характеристики твердого тела вида $\frac{1}{c_b p_b R}$ [6]. Заметим, что время

$\frac{c_b p_b R}{Dd} \sqrt{\frac{Dd}{Pe}}$, определяющее поведение теплового потока в процессе нестационарного теплообмена, не является характерным временем тела или потока жидкости отдельно, а определяется свойствами тела и потока.

Нетрудно рассмотреть и ряд других частных случаев общей формулы для теплового потока (24). Однако за отсутствием места мы вынуждены ограничиться приведенными случаями. По этой же причине не приводится выражение для температуры поверхности раздела $\Theta(\xi)$.

В заключение еще раз подчеркнем фундаментальный для построения теории нестационарного теплообмена факт: как следует из полученных выше результатов — соотношений (24), (22) и асимптотических и приближенных формул (25), (26), (30) и других — ход процесса нестационарного теплообмена одинаково существенно зависит от характеристик потока жидкости и свойств твердого тела. Поэтому, как указано выше, задачи нестационарного теплообмена между потоком и телом являются существенно сопряженными.

Рассмотрим случай, когда теплопроводность тела очень велика ($\lambda_b \gg k_f$). При этом градиенты температуры в теле легко выравниваются и приближение средней (по пространству) температуры тела должно иметь смысл. Заранее очевидно, что для применимости принятого приближения время R^2/a_b не должно быть слишком велико. Хотя все эти условия не всегда выполняются, мы рассмотрим случай, при котором были проведены некоторые эксперименты по нестационарному теплообмену.

Итак, при $\lambda_b \rightarrow \infty$ краевая задача записывается следующим образом:

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial \xi} + \theta = \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial \eta^2}; \quad \frac{dT}{d\xi} = M \left(\frac{\partial \vartheta}{\partial \eta} \right)_{\eta=0}; \quad (30)$$

$$(\vartheta)_{\xi=0} = 0, \quad (\vartheta)_{\xi=\infty} = 0, \quad (T)_{\xi=\infty} \approx 1, \quad (31)$$

$$(\vartheta)_{\xi=\infty} = T(\xi) \equiv \Theta(\xi). \quad (32)$$

Решая эту систему, получаем соответственно для безразмерной температуры поверхности раздела тело — жидкость и потока тепла через эту поверхность

$$\Theta_{th}(\xi) = \frac{c_b}{2} \left(b_1 e^{b_1 \xi} + 1 + \operatorname{erf}(b_1 \sqrt{\frac{\xi}{2}}) - b_2 e^{b_2 \xi} \operatorname{erfc}(b_2 \sqrt{\frac{\xi}{2}}) \right). \quad (33)$$

$$\Theta_{fb}(\xi) = \frac{e^{-\xi}}{2} \left\{ \frac{2}{V\pi\xi^2} + b_1 e^{b_1^2/4} [1 - \operatorname{erf}(b_1 V\sqrt{\xi})] - b_2 e^{b_2^2/4} \operatorname{erfc}(b_2 V\sqrt{\xi}) \right\}, \quad (34)$$

где $\Psi_{fb}(\xi)$ определено как $\Psi_{fb}(\xi) = -\left(\frac{\partial \Theta}{\partial \xi}\right)_{\xi=0}$ и введены обозначения: $\beta = \sqrt{1+M^2/4}$,

$$b_1 = \beta - M/2, \quad b_2 = \beta + M/2, \quad (35)$$

$$\lambda_1 = \frac{1}{\beta}(1+M^2/2) - M, \quad \lambda_2 = \frac{1}{\beta}(1+M^2/2) + M.$$

Температура $\Theta_{fb}(\xi)$ и поток $\Psi_{fb}(\xi)$ монотонно убывают со временем, изменяясь при малых ξ по закону

$$\Theta_{fb}(\xi) \approx 1 - \frac{2}{V\pi} M V\sqrt{\xi} + O(\xi), \quad (36)$$

$$\Psi_{fb}(\xi) \approx \frac{1}{V\pi\xi} - M + O(V\sqrt{\xi}), \quad (37)$$

При больших ξ соответственно имеем:

$$\Theta_{fb}(\xi) \approx \frac{b_1}{\beta} e^{-Mb_1\xi} + M \frac{e^{-\xi}}{2V\pi\xi^{1/2}}, \quad (38)$$

$$\Psi_{fb}(\xi) \approx \lambda_1 e^{-Mb_1\xi} + (\lambda_1 b_2^2 + \lambda_2 b_1^2) \frac{e^{-\xi}}{4V\pi\xi^{1/2}}, \quad (39)$$

Заметим, что $Mb_1 < 1$ при $M < \infty$. Дальнейшие члены асимптотических разложений получаются совершенно элементарно из известных асимптотических разложений функции $\operatorname{erf}(x)$ для больших и малых x .

Коэффициент теплообмена выражается через $\Psi_{fb}(\xi)$ и $\Theta_{fb}(\xi)$ следующим образом:

$$\alpha(\xi) = \lambda f b(\xi) \sqrt{\frac{Pe}{Dd}} \frac{\Psi_{fb}(\xi)}{\Theta_{fb}(\xi)}, \quad (40)$$

где отношение $\frac{\Psi_{fb}(\xi)}{\Theta_{fb}(\xi)} = f(\xi, M)$ определяется формулами (33) и (34). Отсюда для числа Нуссельта имеем

$$\text{Nu}(\xi) = \sqrt{\frac{D}{d} Pe} \frac{\Psi_{fb}(\xi)}{\Theta_{fb}(\xi)}. \quad (41)$$

16

Число Нуссельта изменяется при малых ξ по закону

$$\sqrt{\frac{D}{d} Pe} \approx \frac{1}{V\pi\xi} \left[1 - \frac{\pi-2}{V\pi} M V\sqrt{\xi} + O(\xi) \right]. \quad (42)$$

При больших ξ

$$\frac{\text{Nu}(\xi)}{\text{Nu}_\infty} \approx 1 + \left(\frac{\lambda_1 b_2^2 + \lambda_2 b_1^2}{2\lambda_1} - \frac{M\beta}{b_1} \right) \frac{e^{-(1-Mb_1)\xi}}{2V\pi\xi^{1/2}}, \quad (43)$$

$$\text{Nu}_\infty = \sqrt{\frac{D}{d} Pe} \frac{\lambda_1}{b_1} \beta. \quad (44)$$

Рассмотрим предыдущие формулы в важном частном случае, когда критерий $M \ll 1$. Для потока и температуры соответственно имеем

$$\begin{aligned} \Psi_{fb}(\xi) &= \frac{e^{-\xi}}{2} \frac{2}{V\pi\xi} + \\ &\quad + (1-M) e^{(1-M)\xi} \times \\ &\quad \times [1 + \operatorname{erf}((1-M/2)V\sqrt{\xi})] - \\ &\quad - (1+M)e^{(1+M)\xi} \times \\ &\quad \times \operatorname{erfc}((1+M/2)V\sqrt{\xi}), \end{aligned} \quad (45)$$

$$\begin{aligned} \Theta_{fb}(\xi) &= \frac{e^{-\xi}}{2} [1 - M/2] e^{(1-M)\xi} [1 + \operatorname{erf}((1-M/2)V\sqrt{\xi})] + \\ &\quad + (1+M/2)e^{(1+M)\xi} \operatorname{erfc}((1+M/2)V\sqrt{\xi}), \end{aligned} \quad (46)$$

а соотношение (43) примет вид

$$\sqrt{\frac{D}{d} Pe} = (1-M/2) \left[1 + \frac{e^{-(1-M)\xi}}{2V\pi\xi^{1/2}} \right]. \quad (47)$$

Зависимость числа Нуссельта от времени, согласно формулам (42) и (47), качественно изображена на рис. 4.

Отметим некоторые следствия последних формул. Из (45) при достаточно больших ξ опять следует установление

17

Могут быть определены и другие характеристики нестационарного теплообмена.

Цель настоящей работы состояла прежде всего в выяснении принципиальных особенностей математического описания процессов нестационарного теплообмена. Ход процесса нестационарного теплообмена потока жидкости с телом следует описывать, строго говоря, с учетом зависимости процесса в потоке от свойств тела, его теплофизических характеристик и размеров.

Важнейшие характеристики процесса нестационарного теплообмена, такие как тепловой поток через поверхность раздела тела — жидкость, однаково сильно зависят и от свойств тела — жидкости и тела. В этом проявляется отличие процесса нестационарного теплообмена, который, как правило, существенно зависит и от свойств потока и от свойств тела, от стационарного теплообмена, где эта зависимость проявляется только, если теплофизические характеристики тела и жидкости не различаются очень резко.

ОБОЗНАЧЕНИЯ

ρ_t — плотность твердого тела, ρ_f — плотность жидкости, σ_t — удельная теплоемкость тела при постоянном давлении, σ_f — удельная теплоемкость жидкости при постоянном давлении, a_b — коэффициент теплопроводности тела, k_f — коэффициент теплопроводности жидкости, a_b — температуропроводность тела, d — размер тела вдоль границы с жидкостью, D — эквивалентный диаметр канала, R — полупериметр тела («гайбина»), ω_p — эффективная скорость жидкости в тепловом пограничном слое, φ (т) — плотность теплового потока через поверхность раздела фаз, $Re = \frac{\omega_p D}{a_b}$ — число Рейнольдса, $For = \frac{a_b \tau}{R^2}$ — критерий Фурье тела, $For = \frac{a_b \tau}{D^2}$ — критерий Фурье жидкости, $\xi = \frac{\omega_p}{\sigma} \tau = \frac{D}{\sigma} Re For$, $\eta = \sqrt{\frac{\omega_p}{a_b d}} y = \sqrt{\frac{\sigma}{D}} \tau$, W_f — безразмерный тепловой поток через границу раздела тело — жидкость, Θ — температура поверхности раздела тело — жидкость, $K_t = k_f \sigma_t$, $K_f = a_b \sigma_f$, $\Gamma = \sqrt{\frac{\omega_p}{a_b \sigma} R} = \sqrt{\frac{Re}{Dd}}$, $K_{ef} = \frac{Q_{ef}}{q(t)}$, $K_t = \frac{\sqrt{Dd}}{R}$, $K_f = K_{ef} = \sqrt{\frac{Q_{ef} \sigma_f}{a_b \sigma_t \eta d}}$, $\Delta = \frac{1}{K_f} \sqrt{\frac{Re}{K_0}}$, $M = \int q(t) dt$, $Nu = \frac{D}{a_b} \frac{q(t)}{T_0 - T_\infty}$, $P(t) = \frac{q(t)}{Q_{ef} W_f \Delta \Gamma}$; $Q(t)$ — тепловое действие стационарного равенства; $Q(t) = \frac{\int q(t) dt}{c_b \eta d T_0 P}$.

ПРИЛОЖЕНИЕ

КОРНЬ УРАВНЕНИЯ

$$\tan \Lambda \mu = K_1 \sqrt{1 - \mu^2}$$

$\Lambda = 50$

μ	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
0,01	0,0128	0,0659	0,1272	0,1896	0,2521	0,3148
0,02	0,0172	0,0685	0,1285	0,1906	0,2529	0,3154
0,03	0,0197	0,0708	0,1301	0,1916	0,2536	0,3159
0,04	0,0215	0,0729	0,1315	0,1925	0,2544	0,3166
0,05	0,0227	0,0746	0,1328	0,1934	0,2551	0,3171
0,1	0,0263	0,0806	0,1381	0,1977	0,2584	0,3199
R	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
0,01	0,3775	0,4402	0,5030	0,5658	0,6266	
0,02	0,3780	0,4406	0,5033	0,5661	0,6288	
0,03	0,3785	0,4410	0,5037	0,5664	0,6291	
0,04	0,3789	0,4415	0,5040	0,5666	0,6293	
0,05	0,3793	0,4418	0,5044	0,5669	0,6295	
0,1	0,3818	0,4438	0,5061	0,5684	0,6308	
ξ	y_{11}	y_{12}	y_{13}	y_{14}	y_{15}	
0,01	0,6913	0,7541	0,8169	0,8797	0,9425	
0,02	0,6915	0,7543	0,8171	0,8798	0,9426	
0,03	0,6918	0,7545	0,8172	0,8800	0,9427	
0,04	0,6920	0,7547	0,8174	0,8801	0,9427	
0,05	0,6922	0,7548	0,8175	0,8862	0,9428	
0,1	0,6932	0,7557	0,8182	0,8807	0,9432	

$\Lambda = 40$

μ	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4
0,01	0,0149	0,0816	0,1560	0,2366	0,3129
0,02	0,0198	0,0844	0,1573	0,2377	0,3132
0,03	0,0230	0,0868	0,1576	0,2387	0,3139
0,04	0,0252	0,0891	0,1577	0,2397	0,3145
0,05	0,0263	0,0910	0,1579	0,2406	0,3153
0,1	0,0316	0,0933	0,1702	0,2450	0,3212

$$\begin{aligned}
 z_6 &= \frac{(f z_n)}{f z^3 (f z^2)^{n-1}}, \quad z_7 = \frac{\varphi(f z)_z}{(f z^2)^n} + z_{10} \frac{z_2 \cdot U U_z + W U_z}{z (f z^2)^n}, \\
 z_8 &= -\frac{g_i(T_0 - T_\infty)}{T_\infty f z^3 (f z^2)^{n-1}} + z_{16} \frac{(\varphi z)_z}{z^2 (f z^2)^{n-1}} + z_{11} \frac{(\varphi z)_t}{\varphi z^3 (f z^2)^{n-1}}, \\
 z_{12} &= \frac{f (\varphi z)_x}{\varphi z^2 (f z^2)^{n-1}} + z_{13} \frac{W_t + U W_x + W W_x}{\varphi z^3 (f z^2)^{n-1}}, \\
 z_{14} &= \frac{g_i(T_0 - T_\infty)}{T_\infty \varphi z^3 (f z^2)^{n-1}}, \quad (15) \\
 z_9 &= \frac{f_x}{z}, \quad \beta_2 = \frac{\partial}{z}, \quad \beta_3 = \frac{z_6}{z^3}, \quad \beta_4 = \frac{\varphi z}{z}, \\
 z_5 &= \frac{f}{z} \frac{F_3}{T_0 - T_\infty} \frac{\partial T_0}{\partial x} + \frac{\varphi}{z} \frac{\Phi_3}{T_0 - T_\infty} \frac{\partial T_0}{\partial z} + \frac{1}{z^2 (T_0 - T_\infty)} \frac{\partial T_0}{\partial t}, \quad (16)
 \end{aligned}$$

Краевыми и начальными условиями в новых переменных будут

$$F_0 = F(x, 0, z, t), \quad \Phi_0 = \Phi(x, 0, z, t), \quad \theta_0 = 1.$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} F = 1, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \Phi = 1, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \theta = 0;$$

$$F_1 = F(0, z, 0, t), \quad \Phi_1 = \Phi(0, z, 0, t), \quad \theta_1 = \theta(0, z, 0, t), \quad (18)$$

$$F_2 = F(x, \eta, 0, t), \quad \Phi_2 = \Phi(x, \eta, 0, t), \quad \theta_2 = \theta(x, \eta, 0, t), \quad (19)$$

$$F_3 = F(x, \eta, z, 0), \quad \Phi_3 = \Phi(x, \eta, z, 0), \quad \theta_3 = \theta(x, \eta, z, 0). \quad (20)$$

Можно разыскивать такие решения полученной системы, когда:
а) искомые функции зависят явно от двух или трех переменных, например, типа

$$\begin{aligned}
 F &= F(x, z, t), \quad \Phi = \Phi(x, z, t), \quad \theta = \theta(x, z, t) \\
 \text{или} \quad F &= F(\eta, z), \quad \Phi = \Phi(\eta, z), \quad \theta = \theta(\eta, z),
 \end{aligned}$$

важовек такие решения, частично автомодельными;

28

б) искомые функции F, Φ, θ зависят только от одного переменного. Такие решения назовем "полностью автомодельными".

Оставляя в стороне построение частично автомодельных решений, займемся отысканием полностью автомодельных решений. Из граничных условий (17) — (20) видно, что единственными возможными полностью автомодельными решениями являются

$$F = F(\eta), \quad \Phi = \Phi(\eta), \quad \theta = \theta(\eta). \quad (21)$$

Для этого случая уравнения и краевые условия записываются в виде

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{d\eta} \{ [|F_{\eta\eta}|^2 + |z_6 \Phi_{\eta\eta}|^2]^{\frac{n-1}{2}} F_{\eta\eta} \} + z_1 F F_{\eta\eta} - \\
 -(z_2 + z_3 \eta + z_4 \Phi) F_{\eta\eta} - z_5 F_z^2 - (z_6 + z_7 \Phi_{\eta}) F_{\eta} + z_8 + z_9 \theta = 0; \\
 \frac{d}{d\eta} \{ [|F_{\eta\eta}|^2 + |z_6 \Phi_{\eta\eta}|^2]^{\frac{n-1}{2}} \Phi_{\eta\eta} \} + z_4 \Phi F_{\eta\eta} - \\
 -(z_2 + z_3 \eta + z_1 F) \Phi_{\eta\eta} - z_{10} \Phi_z^2 - (z_{11} + z_{12} F_{\eta}) \Phi_{\eta} + \\
 + z_{13} + z_{14} \theta = 0; \\
 \theta_{\eta\eta} + \Pr(z_1 F - z_2 + z_3 \eta + z_4 \Phi) \theta_{\eta} - \Pr z_5 \theta = 0; \quad (23) \\
 F(0) = F_0 = N_1, \quad \Phi(0) = \Phi_0 = M_1, \quad \theta(0) = \theta_0 = 1; \quad (24) \\
 F_1(0) = N_2, \quad \Phi_1(0) = M_2, \\
 \lim_{\eta \rightarrow \infty} F_{\eta} = N_3, \quad \lim_{\eta \rightarrow \infty} \Phi_{\eta} = M_3, \quad \lim_{\eta \rightarrow \infty} \theta = 0; \quad (25) \\
 F_1 = F(\eta_1), \quad \Phi_1 = \Phi(\eta_1), \quad \theta_1 = \theta(\eta_1), \quad F_2 = F(\eta_2), \\
 \Phi_2 = \Phi(\eta_2), \quad \theta_2 = \theta(\eta_2), \quad (26) \\
 F_3 = F(\eta_3), \quad \Phi_3 = \Phi(\eta_3), \quad \theta_3 = \theta(\eta_3), \quad (27)
 \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
 \eta_1 &= z(0, z, t)y, \quad \eta_2 = z(x, 0, t)y, \quad \eta_3 = z(x, z, 0)y. \\
 \text{Система (22) — (27) определяет полностью автомодельную} \\
 \text{задачу только в том случае, если потребовать еще постоянства} \\
 \text{z}_i, \beta_i. \text{ Отсюда получаем совокупность уравнений для разыскания} \\
 \text{возможных краевых условий.} \\
 \text{Интегрирование полученной системы уравнений для коэф-} \\
 \text{фициентов } a_i \text{ и } \beta_i \text{ приведено в приложении II.}
 \end{aligned}$$

Рассмотрим теперь отдельно возможные автомодельные задачи: а) вынужденной конвекции; б) вынужденной конвекции с теплообменом; г) свободной конвекции; д) совместной свободной и вынужденной конвекций.

Отметим, что рассматриваются только случаи, когда $n \neq 1$. Исследование аналогичной задачи для $n=1$ проведено в предыдущей статье автора [16].

Прежде чем перейти к рассмотрению конкретных задач, запишем выражение для искомых составляющих скорости:

$$u = f z F_\eta, \quad w = \varphi z \Phi_\eta, \quad (28)$$

$$v = d - f_x F - f \frac{z_x}{z} \gamma_i F_\eta - \varphi_z \Phi - \varphi \frac{z_x}{z} \gamma_i \Phi_\eta.$$

Из соотношений (28) и необходимости удовлетворить краевому условию (25) сразу же следует, что для задач вынужденной конвекции

$$f z = U, \quad \varphi z = W, \quad W = z_0 U. \quad (29)$$

СТАЦИОНАРНЫЙ ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ

Для стационарной трехмерной динамической задачи отличными от нуля могут быть только коэффициенты $z_0, z_1, z_2, z_3, z_8, z_{12}, z_{18}$. Система уравнений для указанных коэффициентов (П12, 1—5) проинтегрирована в приложении II. Полученные ограничения на вид произвольных функций f, φ, z и соотношения (29) приводят нас к следующим законам скорости на внешней границе пограничного слоя, позволяющим построение полностью автомодельной задачи:

$$\text{I} \quad U = c(x + c^*)^m, \quad W = z_0 c(x + c^*)^m, \quad (30)$$

$$\text{II} \quad U = c_1 e^{c_2 x}, \quad W = z_0 c_1 e^{c_2 x}. \quad (31)$$

При этом искомые составляющие скорости имеют вид

$$\text{I} \quad u = c(x + c^*)^m F_\eta, \quad w = z_0 c(x + c^*)^m \Phi_\eta, \quad (32)$$

$$\begin{aligned} v &= (c^{2n-1} z_1)^{\frac{1}{1+n}} \left(\frac{1+2mn-m}{1+n} \right)^{\frac{n}{1+n}} \left(\alpha_2 z_1^{\frac{-1}{1+n}} - \right. \\ &\quad \left. - F - \frac{2m-mn-1}{2mn-m+1} \gamma_i F_\eta \right) (x + c^*)^{\frac{2mn-m-n}{1+n}}, \\ \gamma_i &= c^{\frac{2-n}{1+n}} \left[\frac{1+2mn-m}{z_1(1+n)} \right]^{\frac{1}{1+n}} (x + c^*)^{\frac{2mn-m-n-1}{1+n}} y; \end{aligned} \quad (33)$$

$$\text{II} \quad U = c_1 e^{c_2 x}, \quad w = z_0 c_1 e^{c_2 x}, \quad (34)$$

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{2-n}{1+n} \left(\frac{1-n}{2n-1} z_1 c_2^n c_2^{2n-1} \right)^{\frac{1}{1+n}} \left[z_2 z_1 \frac{1+n}{(2-n)(2n-1)} \right. \\ &\quad \left. - \frac{2n-1}{2+n} F - \gamma_i F_\eta \right] e^{\frac{2n-1}{n+1} c_2 x}, \end{aligned}$$

$$\gamma_i = \left[\frac{2n-1}{(1+n) \alpha_1} c_1^{2-n} c_2 \right]^{\frac{1}{1+n}} e^{\frac{2-n}{n+1} c_2 x} y, \quad (35)$$

где $F, F_\eta, \Phi, \Phi_\eta$ являются решениями соответствующих систем уравнений:

$$\begin{aligned} \text{I} \quad \frac{d}{d\eta} \{ [|F_{\eta\eta}|^2 + |z_0 \Phi_{\eta\eta}|^2]^{\frac{n-1}{2}} F_{\eta\eta} \} + z_1 F F_{\eta\eta} - \\ - x z_2 F_{\eta\eta} + z_1 \frac{m(1+n)}{1-m+2mn} (1-F_\eta^2) = 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{II} \quad \frac{d}{d\eta} \{ [|F_{\eta\eta}|^2 + |z_0 \Phi_{\eta\eta}|^2]^{\frac{n-1}{2}} \Phi_{\eta\eta} \} - (\alpha_2 - z_1 F) \Phi_{\eta\eta} - \\ - z_1 F_\eta \Phi_\eta + z_1 \frac{m(1+n)}{1-m+2mn} (1-F_\eta^2) = 0; \end{aligned} \quad (36)$$

$$\begin{aligned} \text{II} \quad \frac{d}{d\eta} \{ [|F_{\eta\eta}|^2 + |z_0 \Phi_{\eta\eta}|^2]^{\frac{n-1}{2}} F_{\eta\eta} \} + \alpha_1 F F_{\eta\eta} - z_2 F_{\eta\eta} + \\ + \alpha_1 \frac{1+n}{2n-1} (1-F_\eta^2) = 0, \end{aligned} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\eta} \{ [|F_{\eta\eta}|^2 + |z_0 \Phi_{\eta\eta}|^2]^{\frac{n-1}{2}} \Phi_{\eta\eta} \} - (\alpha_2 + \alpha_1 F) \Phi_{\eta\eta} - \\ - z_1 F_\eta \Phi_\eta + \alpha_1 \frac{1+n}{2n-1} = 0 \end{aligned}$$

при следующих граничных условиях:

$$\begin{aligned} F(0) &= N, \quad F_\eta(0) = 0, \quad \lim_{\eta \rightarrow \infty} F_\eta = 1; \\ \Phi(0) &= M, \quad \Phi_\eta(0) = 0, \quad \lim_{\eta \rightarrow \infty} \Phi_\eta = 1, \end{aligned} \quad (38)$$

Несопределенные, возникающие в формулах (32), (34), когда

$$a) z_3 = 0, \quad n \neq 0,5;$$

$$b) \alpha_1 = 0, \quad n = 0,5,$$

легко раскрываются, и поэтому мы не будем этого делать.

Несомненный интерес представляет, казалось бы, тривиальный случай $z_1 = \alpha_3 = 0$. Он позволяет, например, рассмотреть задачу об асимптотическом профиле на плоской пластинке в косо набегающем потоке при наличии однородного отсоса.

В этом случае мы имеем

$$u = UF_y, \quad w = z_0 U \Phi_y, \quad v = v_0 = z_2, \quad (39)$$

где $F = F(y)$, $\Phi = \Phi(y)$, и они находятся из уравнений

$$\begin{aligned} \frac{d}{dy} \left\{ \left[|F_{yy}|^2 + |\alpha_0 \Phi_{yy}|^2 \right]^{\frac{n-1}{2}} F_{yy} \right\} - \alpha_2 F_{yy} &= 0, \\ \frac{d}{dy} \left\{ \left[|F_{yy}|^2 + |\alpha_0 \Phi_{yy}|^2 \right]^{\frac{n-1}{2}} \Phi_{yy} \right\} - \alpha_2 \Phi_{yy} &= 0. \end{aligned} \quad (40)$$

Краевые условия остаются прежними (38).

Интересно отметить, что при наличии вдувом (отсосом) задачу можно поставить двояким образом. Величину поперечной составляющей скорости на стенке, как видно, из (10), (32), (34), можно учесть функцией d , тогда в уравнениях присутствуют члены $z_2 F_{\eta\eta}$ и $z_2 \Phi_{\eta\eta}$, а в граничных условиях константы N, M равны нулю. Возможно также считать $d = z_2 = 0$, но тогда учесть v_0 краевым условием $F(0) = N$, $\Phi(0) = M$.

Выбор той или иной постановки зависит, конечно, от удобства решения задачи. Заметим также, что хотя от выбора коэффициента α_1 решение для продольной и трансверсальной составляющих скорости не зависит, он оказывается на величине поперечной составляющей скорости, как видно из (32), (34).

Остановимся несколько подробней на биноминальном законе скорости на верхней границе пограничного слоя. Из уравнений (36), (37) и граничных условий видно, что они не зависят явно от постоянной c^* . Следовательно, в выражениях (32), (34) вся зависимость от c^* может быть связана с определением начала отсчета по оси x .

НЕСТАЦИОНАРНЫЙ ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ

Кроме коэффициентов, указанных в предыдущем параграфе, могут быть отличными от нуля коэффициенты z_3, α_5 . При этом $\alpha_8 = \alpha_{13} = \alpha_6 + \alpha_5$.

Ограничения, полученные при решении подсистем П(1) — (5), на вид произвольных функций значительно сужают вид возможных законов скорости потенциального течения:

$$U = a \frac{x + c^*}{t + a^*}, \quad W = z_0 a \frac{x + c^*}{t + a^*}. \quad (41)$$

Выпишем выражение для искомых составляющих скорости:

$$u = a \frac{x + c^*}{t + a^*} F_\eta, \quad w = z_0 a \frac{x + c^*}{t + a^*} \Phi_\eta, \quad (42)$$

$$v = (a^{2n-1} z_1)^{\frac{1}{1+n}} \left(\frac{2n}{n+1} \right)^{\frac{1}{1+n}} (z_2 z_1)^{-\frac{1}{1+n}} - F - \frac{1-n}{2n} \gamma F_\eta \left(x + c^* \right)^{\frac{n-1}{1+n}} (t + a^*)^{\frac{1-2n}{1+n}}.$$

$$\eta = a^{\frac{2-n}{1+n}} \left[\frac{2n}{z_1 (1+n)} \right]^{\frac{1}{1+n}} (x + c^*)^{\frac{1-n}{1+n}} (t + a^*)^{\frac{1-2n}{1+n}}, \quad (43)$$

где F, F_η и Φ, Φ_η — решение следующей системы уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\eta} \left\{ \left[|F_{\eta\eta}|^2 + |\alpha_0 \Phi_{\eta\eta}|^2 \right]^{\frac{n-1}{2}} F_{\eta\eta} \right\} + \alpha_2 F F_{\eta\eta} - \alpha_2 F_{\eta\eta} + \\ + \frac{1+n}{2na} (\alpha_1 F_{\eta\eta} \frac{n-2}{1+n} + F_{\eta\eta} - 1) + \frac{1+n}{2n} \alpha_1 (1 - F_{\eta\eta}^2) = 0, \end{aligned} \quad (44)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\eta} \left\{ \left[|F_{\eta\eta}|^2 + |\alpha_0 \Phi_{\eta\eta}|^2 \right]^{\frac{n-1}{2}} \Phi_{\eta\eta} \right\} - (\alpha_2 - \alpha_1 F) \Phi_{\eta\eta} + \\ + \frac{1+n}{2na} (\alpha_1 \Phi_{\eta\eta} \frac{n-2}{1+n} + \Phi_{\eta\eta} - 1) + \alpha_1 F_\eta \Phi_{\eta\eta} + \\ + \frac{1+n}{2n} \alpha_1 (1 - \Phi_{\eta\eta}^2) = 0 \end{aligned} \quad (45)$$

с краевыми условиями

$$F(0) = N, \quad \Phi(0) = M, \quad F_\eta(0) = 0, \quad \Phi_\eta(0) = 0 \quad (46)$$

$$\lim_{\eta \rightarrow \infty} F_\eta = 1, \quad \lim_{\eta \rightarrow \infty} \Phi_\eta = 1. \quad (47)$$

Интересно отметить, что начальные условия совпадают с (46) и в начальный момент $I = -a^*$ движение начинается с теоретически бесконечной скоростью.

Построенную автомодельную задачу для двумерного сложной можно трактовать как течение вблизи критической точки затупленного тела со скоростью потенциального течения, убывающей обратно пропорционально времени. Если положить коэффициенты a_1, a_5 равными нулю, можно рассмотреть автомодельную задачу о мгновенном, степенном и экспоненциальном разгоне (остановке) бесконечной плоскости при наличии нормальной составляющей скорости на поверхности.

ТЕПЛОВОЙ ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ

К рассмотренным коэффициентам a_i необходимо добавить a_4 . Изучение уравнений для коэффициентов (приложение II) показало, что система еще разрешима, если учесть уравнение для β_1 .

Интегрирование полученной системы привело к весьма жесткому ограничению на вид возможных законов скорости вне пограничного слоя и распределения температур на поверхности:

$$\begin{aligned} v &= c(x + c^*)^{\frac{1}{3}}, \quad W = z_0 c(x + c^*)^{\frac{1}{3}}, \\ T_0 &= T_\infty + b(x + c^*)^p. \end{aligned} \quad (48)$$

Разыскиваемые составляющие скорости и температура находятся из соотношений

$$\begin{aligned} u &= c(x + c^*)^{\frac{1}{3}} F_1, \quad \omega = z_0 c(x + c^*)^{\frac{1}{3}} \Phi_1, \\ v &= (c^{2n-1} z_1)^{\frac{1}{1+n}} \left(\frac{2}{3} \right)^{\frac{n}{1+n}} \left(z_2 z_1^{-\frac{1}{1+n}} - F + \frac{1}{2} z_1 F_1 \right), \quad (49) \\ T &= T_\infty + b(x + c^*)^p, \\ z &= c^{\frac{2-n}{1+n}} \left(\frac{2}{3z_1} \right)^{\frac{1}{1+n}} (x + c^*)^{-\frac{2}{3}} y, \end{aligned} \quad (50)$$

где F, F_1, Φ_1 — решение следующих уравнений:

$$\frac{d}{dz} \left\{ [|F_{11}|^2 + |z_0 \Phi_{11}|^2]^{\frac{n-1}{2}} F_{11} \right\} + a_1 F_1 F_{11} = a_2 F_{11},$$

$$+ \frac{1}{2} z_1 (1 - F_1^2) = 0,$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz} \left\{ [|F_{11}|^2 + |z_0 \Phi_{11}|^2]^{\frac{n-1}{2}} \Phi_{11} \right\} - (z_2 - z_1) F_1 \Phi_{11} - \\ - \frac{1}{2} z_1 F_1 \Phi_{11} + \frac{1}{2} z_1 = 0, \end{aligned} \quad (51)$$

$$\theta'' + \frac{2}{3} \Pr \left(\frac{3z_1}{2} \right)^{\frac{2}{1+n}} F \theta' - p \Pr \left(\frac{3z_1}{2} \right)^{\frac{2}{1+n}} F' \theta = 0$$

с краевыми условиями

$$\begin{aligned} F(0) &= N, \quad F_1(0) = 0, \quad \lim_{z \rightarrow \infty} F_1 = 1, \\ \Phi(0) &= M, \quad \Phi_1(0) = 0, \quad \lim_{z \rightarrow \infty} \Phi_1 = 1, \\ \theta(0) &= 1, \quad \lim_{z \rightarrow \infty} \theta = 0. \end{aligned} \quad (52)$$

Сравнивая полученный результат с результатами аналогичной задачи для ньютонаской жидкости, необходимо указать на значительно сужение класса возможных автомодельных решений.

СОВМЕСТНАЯ СВОБОДНАЯ И ВЫНУЖДЕННАЯ КОНВЕКЦИЯ

Все предыдущие результаты могут быть текстуально повторены и для задачи о совместной свободной и вынужденной конвекции, если добавить в уравнение движения члены, содержащие соответствующие составляющие архимедовой подъемной силы $a_9 \Phi, a_{10} \theta$. Используя уже известные решения для функций f, q, z, d и температуры поверхности T_0 , в приложении II получены следующие законы для составляющих вектора силы тяжести на выбранные оси координат:

$$\begin{aligned} g_x &= \frac{2z_0 T_\infty}{3z_1 b} c^{\frac{2n-1}{3}} (x + c^*)^{-(p+\frac{1}{3})}, \\ g_z &= \frac{2a_9 a_{10} T_\infty}{3z_1 b} c^{\frac{2n-1}{3}} (x + c^*)^{-(p+\frac{1}{3})}. \end{aligned} \quad (53)$$

По полученным составляющим вектора силы тяжести теперь необходимо восстановить форму тела, для которого возможно построение автомодельной задачи совместной свободной и вынужденной конвекции.

Вспомним, что автомодельные решения теплового пограничного слоя возможны только для $U \sim x^{1/3}$, $W \sim x^{1/3}$. Такую задачу можно трактовать как косое обтекание полубесконечного клина бесконечного размаха, но для этого случая g_x и g_z могут быть только постоянными.

Следовательно, автомодельное решение совместной и вынужденной конвекции возможно для задачи о косом обтекании полубесконечного клина бесконечного размаха при следующем законе изменения температуры поверхности:

$$T_0 = b(x + c^*)^{-1/3} + T_\infty.$$

СВОБОДНАЯ КОНВЕКЦИЯ

Для задачи свободной конвекции $a_8 = a_{13} = 0$ и все ограничения связаны только с соотношениями (50), (53). В общем случае восстановление формы тела по заданным составляющим силы тяжести весьма трудная задача. Укажем некоторые, на наш взгляд, возможные автомодельные задачи свободной конвекции:

а) стационарная свободная конвекция на вертикальной пластинке при следующем законе температуры поверхности:

$$T_0 = T_\infty + b(x + c^*)^{-1/3}, \quad (54)$$

б) стационарная двумерная свободная конвекция вблизи критической точки, если температура поверхности задается формулой

$$T_0 = T_\infty + b(x + c^*)^{-1/3}. \quad (55)$$

В обоих случаях искомые величины u , v , η , θ , уравнения и граничные условия имеют вид

$$\begin{aligned} u &= c(x + c^*)^{1/3} F_\eta, \\ v &= (c^{2n-1} z_1)^{\frac{1}{1+n}} \left(\frac{2}{3} \right)^{\frac{n}{1+n}} \left(z_2 z_1 - \frac{1}{1+n} \right) F + \\ &\quad + \frac{1}{2} \eta F_\eta, \quad (56) \\ \eta &= c^{\frac{2-n}{1+n}} \left(\frac{2}{3 z_1} \right)^{\frac{1}{1+n}} (x + c^*)^{-1/3} y, \end{aligned}$$

$$\frac{d}{d\eta} [F_{\eta\eta}]^n + z_1 F F_{\eta\eta} - z_2 F_{\eta\eta} - \frac{1}{2} z_1 F_\eta^2 + z_3 \theta = 0, \quad (57)$$

$$\theta_{\eta\eta} + \text{Pr} \left(\frac{2}{3 z_1} c^3 \right)^{\frac{n-1}{n+1}} (z_1 F - z_2) \theta_\eta + z_3 \theta = 0,$$

$$F(0) = F_\eta(0) = 0, \quad \lim_{\eta \rightarrow \infty} F_\eta = 0, \quad \theta(0) = 1, \quad \lim_{\eta \rightarrow \infty} \theta = 0, \quad (58)$$

где z_3 и z_5 равны соответственно:

$$a) \quad z_3 = \frac{3 z_1 b}{2 T_\infty} c^{\frac{1-2n}{3}}, \quad z_5 = \text{Pr} \left(\frac{2}{3 z_1} \right)^{-\frac{2}{n+1}} c^{\frac{n-1}{n+1}} F_\eta;$$

$$b) \quad z_3 = \frac{3 z_1 b}{2 T_\infty} c^{\frac{1-2n}{3}}, \quad z_5 = 2 \text{Pr} \left(\frac{2}{3 z_1} \right)^{-\frac{2}{n+1}} c^{\frac{n-1}{n+1}} F_\eta.$$

Пример 1. Рассмотренный выше случай $z_1 = z_3 = 0$ (39), (40) позволяет дать одно удивительно простое решение, являющееся точным решением полной системы уравнений трехмерного движения некоторых псевдопластичных и дилатантных жидкостей.

Будем считать $F_{yy} > 0$. Тогда система (40) принимает вид

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\eta} [(F_{yy}^2 + z_0^2 \Phi_{yy}^2)^{\frac{n-1}{2}} F_{yy}] - z_2 F_{yy} &= 0, \\ \frac{d}{d\eta} [(F_{yy}^2 + z_0^2 \Phi_{yy}^2)] - z_2 \Phi_{yy} &= 0. \end{aligned} \quad (59)$$

Выписанные уравнения можно один раз проинтегрировать:

$$\begin{aligned} (F_{yy}^2 + z_0^2 \Phi_{yy}^2)^{\frac{n-1}{2}} F_{yy} - z_2 F_y &= c_1, \\ (F_{yy}^2 + z_0^2 \Phi_{yy}^2)^{\frac{n-1}{2}} \Phi_{yy} - z_2 \Phi_y &= c_2. \end{aligned} \quad (60)$$

Теперь нетрудно получить связь между Φ_y и F_y :

$$\Phi_y = \frac{c_3 z_2 F_y + c_3 c_1 - c_2}{z_2},$$

где c_i — постоянные интегрирования, определяемые из граничных условий

$$\begin{aligned} F_y(0) &= \Phi_y(0) = 0 \\ \lim_{y \rightarrow \infty} F_y &= 1, \quad \lim_{y \rightarrow \infty} \Phi_y = 1. \end{aligned} \quad (61)$$

Учитывая, что краевые условия (61) дают

$$c_1 c_3 - c_2 = 0, \quad c_3 = 1,$$

приходим к равенству

$$\Phi_p = F_p. \quad (62)$$

Подставим (62) в (60):

$$(1 + z_0^2)^{\frac{n-1}{2}} F_{pp} - z_2 F_p = c_1.$$

Интегралом этого уравнения является

$$z_2 F_p = [z_2 \frac{n-1}{n} (1 + z_0^2)^{\frac{1-n}{2}} y + c_4]^{1/(n-1)} - c_1. \quad (63)$$

Вспоминая, что составляющие скорости искались в виде

$$u = U F_p, \quad v = z_0 = z_2, \quad w = z U \Phi_p,$$

выпишем их выражение, используя (63). Нам придется рассмотреть возможности а) $n = 1$, б) $n > 1$.

В первом и во втором случаях, как видно из (63), легко удовлетворить граничному условию на бесконечности. После перехода к размерным величинам искомыми составляющими скорости будут:

$$\text{а) } u = U \left\{ 1 - \left[1 - \frac{n-1}{n} \left(\frac{-v_0 U}{z} \right)^{\frac{1}{n}} \frac{1}{U} (1 + z_0^2)^{\frac{1-n}{2}} y \right]^{\frac{n}{n-1}} \right\}, \\ w = z_0 u; \quad (64)$$

$$\text{б) } u = U \left[1 - \exp \left(\frac{v_0}{z} y \right) \right], \quad w = z_0 u. \quad (65)$$

Когда $n > 1$, интеграл (63) можно использовать до

$$y = y_\infty - \left[\frac{n-1}{n+1} \frac{U}{(1 + z_0^2)^{\frac{1-n}{2}}} \cdot \left(\frac{z}{-d_z U} \right)^{\frac{1}{n}} \right].$$

В этой точке $F_p = 1$, $\Phi_p = 1$, т. е. искомые функции достигают величины, требуемой из граничных условий на бесконечности. Для всех y , больших y_∞ , мы должны считать $F_p = 1$, $\Phi_p = 1$. Нетрудно убедиться, что при этом уравнения

(63) удовлетворяются. Таким образом, в размерных переменных решение для $n > 1$ можно записать в виде

$$u = \begin{cases} U [1 - (1 - y_\infty)^{\frac{n}{n-1}}] & \text{для } y < y_\infty, \\ U & \text{для } y > y_\infty, \end{cases} \quad (66)$$

где

$$y_\infty = \frac{n}{n-1} U \left(\frac{z_0}{-v_0 U} \right)^{\frac{1}{n}} (1 + z_0^2)^{\frac{n-1}{2}}.$$

Вычислим условные толщины

$$\delta^* = \int_0^\infty \left(1 - \frac{u}{U} \right) dy = \frac{1-n}{1-2n} y_\infty,$$

$$\delta^{**} = \int_0^\infty \left(1 - \frac{u}{U} \right) \frac{u}{U} dy = \frac{n^2}{(2n-1)(3n-1)} y_\infty,$$

когда $n > 0,5$, $n \neq 1$

$$\text{и } \delta^* = \frac{v}{-v_0}, \quad \delta^{**} = \frac{1}{2} \frac{v}{-v_0},$$

когда $n = 1$.

Если $n < 0,5$, обе условные толщины пограничного слоя стремятся к бесконечности.

Решение для двумерного движения при $n=1$ было известно ранее [9] и трактовалось как асимптотический профиль скорости на плоской пластинке при наличии равномерного отсаса $v_0 < 0$. Независимость продольной составляющей скорости от трансверсальной указывает на то, что косое обтекание пластиинки не оказывает никакого влияния на развитие асимптотического профиля для u в этом случае.

Профили (64), (66) представляют естественное обобщение указанной ньютоновской задачи на некоторые псевдопластичные и дилатантные жидкости.

При этом в пространственном случае имеются существенные различия. Если для ньютоновской жидкости наличие бокового скольжения не оказывалось на продольной составляющей скорости, то для жидкостей, подчиняющихся степенному реологическому закону, наличие косого обтекания, как видно из 61, ведет, например, к уменьшению u при увеличении a_0 для псевдопластичной жидкости при постоянном p .

Примечательным является тот факт, что касательные напряжения на стенке t_{xy} , t_{yz} не зависят от коэффициента

вязкости как для ньютоновской, так и для степенной реологической жидкости:

$$\tau_{xy} = \rho(-v_0 U), \quad \tau_{yz} = \rho(-v_0^2 2\eta U).$$

Интересно отметить также, что боковое скольжение пластинки не оказывается на величине τ_{xy} .

Для рассмотренной выше задачи решением уравнений теплового пограничного слоя при постоянной температуре поверхности будет

$$T = (T_0 - T_\infty) \exp\left(\frac{v_0}{\alpha} y\right) + T_\infty.$$

Свойства жидкости учитываются коэффициентом температуропроводности.

Пример 2. Рассмотрим движение, описываемое уравнениями

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= \varepsilon \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right]^{\frac{n-1}{2}} \frac{\partial u}{\partial y} \right\}, \\ \frac{\partial w}{\partial t} + v \frac{\partial w}{\partial y} &= \varepsilon \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right]^{\frac{n-1}{2}} \frac{\partial w}{\partial y} \right\}, \end{aligned} \quad (67)$$

где $u = u(t, y)$, $v = v(t)$, $w = w(t, y)$.

Полагая $w = du$ и используя формулы (приложение II (20)), нетрудно построить решение уравнений (67):

$$\begin{aligned} u &= \frac{U_\infty}{\sqrt{\pi}} \operatorname{erf}\left(\frac{b}{\sqrt{\nu} y}\right) \left\{ \operatorname{erf}\left[\frac{1}{2} (\nu t)^{-1/2} y + \frac{b}{\sqrt{\nu}}\right] - \right. \\ &\quad \left. - \operatorname{erf}\left(\frac{b}{\sqrt{\nu}}\right) \right\}, \quad v = -bt^{-\frac{1}{2}} \text{ для } n=1, \end{aligned} \quad (68)$$

$$u = U_\infty \left(1 - (1 + at^{-\frac{1}{1+n}} y)^{\frac{n+1}{n-1}} \right), \quad v = -dt^{-\frac{n}{1+n}} \text{ для } n < 1,$$

удовлетворяющее следующим граничным и начальным условиям:

$$t < 0, \quad u = w = v = 0,$$

$$t = 0, \quad u = U_\infty, \quad v \rightarrow -\infty,$$

$$t > 0, \quad u(0, t) = 0, \quad v(0, t) = -dt^{-\frac{n}{n+1}}, \quad w(0, t) = 0$$

$$\lim_{y \rightarrow \infty} u = U_\infty, \quad \lim_{y \rightarrow \infty} w = \alpha U_\infty,$$

где

$$a = \frac{1}{d(n+1)}, \quad d = \left[U_\infty^{\frac{n-1}{2}} \frac{2\varepsilon n}{n+1} (1+z^2)^{\frac{n-1}{2}} \left(\frac{1}{1-n} \right)^n \right]^{\frac{1}{1-n}}, \quad b > 0.$$

Вычислим условные толщины

$$\delta^* := \frac{1-n}{2na} t^{\frac{1}{1-n}}, \quad \delta^{**} := \frac{5n+1}{2na} \frac{1-n}{3n+1} t^{\frac{1}{1+n}}. \quad (70)$$

Формулы (70) для $n=1$ несправедливы, и обе условные толщины в этом случае становятся бесконечными.

Составляющие трения для случаев $n=1$ и $n < 1$ соответственно выписаны ниже:

$$\begin{aligned} \tau_{xy} &= \frac{U_\infty}{\frac{1-\pi}{2} \operatorname{erf}\left(\frac{b}{\sqrt{\nu} y}\right)} \exp(-b^2 (\rho \mu t)^{-1/2}), \\ \tau_{xy} &= \left[\frac{k U_\infty}{(1-n)b} \right]^n (1+z^2)^{\frac{n-1}{2}} t^{-\frac{n}{1+n}}, \quad \tau_{xy} = z \tau_{xy}. \end{aligned} \quad (71)$$

Вероятно, полученное решение можно трактовать как задачу об асимптотическом профиле на косообтекаемой пластинке при однородном отсосе, зависящем от времени по закону

$$v(0, t) := -dt^{-\frac{1}{1+n}}. \quad (72)$$

При этом начальное условие (69) надо понимать следующим образом. В момент времени нуль отсос бесконечен, следовательно, все подторможенные частицы из пограничного слоя удалены и во всех точках продольная составляющая скорости равна скорости набегающего потока.

ПРИЛОЖЕНИЕ I

Запишем в развернутом виде общее уравнение движения в напряжениях, а также уравнение теплопроводности для несжимаемой жидкости при наличии архimedовой подъемной силы:

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \\ &+ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + \nu g_x \frac{T - T_\infty}{T_\infty}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \nu \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \\
 & + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + \nu g_y \frac{T - T_z}{T_z}, \quad (1) \\
 & \nu \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \\
 & + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} + \nu g_z \frac{T - T_x}{T_x}, \\
 & \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \\
 & \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} = \\
 & = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right). \quad (2)
 \end{aligned}$$

Физические характеристики среды считаются не зависящими от времени, пренебрегается диссипацией энергии. Рассмотрим вещества, подчиняющиеся степенному реологическому закону

$$\tau_{ij} = k |e_{lm} e_{ml}|^{\frac{n-1}{2}} e_{ij},$$

где e_{ij} — тензор скоростей деформаций, имеющий в лекарской системе координат следующий вид:

$$e_{ij} = \left(\frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i} \right).$$

Выпишем отдельно касательные составляющие тензора напряжения на оси координат:

$$\begin{aligned}
 \tau_{xx} &= 2kA \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \tau_{xy} = kA \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right), \\
 \tau_{yy} &= 2kA \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \tau_{yz} = kA \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right), \\
 \tau_{zz} &= kA \frac{\partial w}{\partial z}, \quad \tau_{zx} = kA \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right).
 \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
 A = & \left[\left(2 \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(2 \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \right. \\
 & \left. + \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right]^{\frac{n-1}{2}}, \\
 e_{ij} &= e_{ji}, \quad \tau_{ij} = \tau_{ji}.
 \end{aligned}$$

Для того чтобы произвести в дальнейшем сравнительную оценку порядка величин отдельных членов уравнений (1), (2), перейдем к безразмерной форме последних.

Примем в качестве масштабов L, Y, Z — для координат x, y, z соответственно; U, V, W — для продольной, поперечной и трансверсальной компонент скорости. Будем считать основными масштабами L, U . Выразим через них масштабы времени и давления, положив

$$t = \frac{L}{U}, \quad p = \nu U^2.$$

Введем безразмерные температуру и составляющие вектора силы тяжести

$$\theta = \frac{T - T_z}{T_z}, \quad g'_x = g_x/g, \quad g'_y = g_y/g, \quad g'_z = g_z/g,$$

где g — абсолютная величина вектора силы тяжести, штрих относится к безразмерной величине.

Построим безразмерные комплексы

$$R = \frac{L^{\theta} U^{2-n}}{z} 2^{\frac{n-1}{2}}, \quad Gr = g L^{\frac{2+n}{2-n}} z^{\frac{2}{n-2}} \cdot 2^{\frac{n-1}{2-n}}, \quad z = \frac{K}{\varphi},$$

которые назовем обобщенными числами Рейнольдса и Грасгофа. После проведенной подготовительной работы нетрудно перейти к безразмерному виду уравнений (1), (2). Предварительно распорядимся пока производными масштабами поперечных и трансверсальных длин и скоростей, так чтобы система содержала в качестве параметров только построенные выше обобщенные числа Рейнольдса и Грасгофа.

Для этого, как легко установить, необходимо положить

$$Z = L, \quad W = U, \quad Y = L R^{-\frac{1}{1+n}}, \quad V = U R^{-\frac{1}{1+n}}. \quad (3)$$

Безразмерная система (1), (2) выписана ниже:

$$\begin{aligned}
 & \frac{Du}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[A \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) \right] + \\
 & + R^{-\frac{n}{1+n}} \frac{\partial}{\partial y} \left[A \left(R^{\frac{1}{1+n}} \frac{\partial u}{\partial y} + R^{-\frac{1}{1+n}} \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \\
 & + R^{-\frac{2}{1+n}} \frac{\partial}{\partial z} \left[A \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] + Gr R^{\frac{2}{n-2}} g_x \frac{T_0 - T_\infty}{T_\infty} \vartheta, \\
 & R^{-\frac{2}{1+n}} \frac{Dv}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial y} + R^{-\frac{2}{1+n}} \frac{\partial}{\partial x} \left[A \left(R^{\frac{1}{1+n}} \frac{\partial u}{\partial y} \right. \right. \\
 & \left. \left. + R^{-\frac{1}{1+n}} \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + R^{-1} \frac{\partial}{\partial y} \left(A \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \\
 & + R^{-\frac{2}{1+n}} \frac{\partial}{\partial z} \left[A \left(R^{\frac{1}{1+n}} \frac{\partial w}{\partial y} + R^{-\frac{1}{1+n}} \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right] + \\
 & + Gr R^{\frac{n+1}{(n-2)(n+1)}} g_z \frac{T_0 - T_\infty}{T_\infty} \vartheta, \\
 & \frac{Dw}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial z} + R^{-1} \frac{\partial}{\partial x} \left[A \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] + \\
 & + R^{\frac{-n}{1+n}} \frac{\partial}{\partial y} \left[A \left(R^{\frac{1}{1+n}} \frac{\partial w}{\partial y} + R^{-\frac{1}{1+n}} \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right] + \\
 & + R^{-1} \frac{\partial}{\partial z} \left(A \frac{\partial w}{\partial z} \right) + Gr R^{\frac{2}{n-2}} g_z \frac{T_0 - T_\infty}{T_\infty} \vartheta, \\
 & \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \\
 & \frac{D\vartheta}{Dt} + \frac{1}{T_0 - T_\infty} \left(\frac{\partial T_0}{\partial t} + u \frac{\partial T_0}{\partial x} + w \frac{\partial T_0}{\partial z} \right) \vartheta = \\
 & = \frac{R^{-\frac{1}{1+n}}}{Pr(T_0 - T_\infty)} \frac{\partial^2}{\partial x^2} [T_\infty + (T_0 - T_\infty) \vartheta] - \frac{1}{Pr} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} +
 \end{aligned}$$

44

$$+ \frac{R^{-\frac{1}{1+n}}}{Pr(T_0 - T_\infty)} \frac{\partial^2}{\partial z^2} [T_\infty + (T_0 - T_\infty) \vartheta],$$

где штрих у безразмерных величин опущен, введено обобщенное число Прандтля $Pr := U L \alpha^{-1} R^{-\frac{2}{1+n}}$ и

$$\begin{aligned}
 A = & \left[\left(2 \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(2 \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(2 \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 + \right. \\
 & + \left(R^{\frac{1}{1+n}} \frac{\partial u}{\partial y} + R^{-\frac{1}{1+n}} \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \\
 & \left. + \left(R^{\frac{1}{1+n}} \frac{\partial w}{\partial y} + R^{-\frac{1}{1+n}} \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right]^{\frac{n-1}{2}}.
 \end{aligned}$$

Заметим, что выписанная система для больших чисел Рейнольдса имеет малый параметр, за который удобно принять $R^{-\frac{1}{1+n}}$. Будем искать решения уравнений (1), (2) в виде

$$u = u_0 + R^{-\frac{1}{1+n}} u_1 + R^{-\frac{2}{1+n}} u_2 + \dots,$$

$$v = v_0 + R^{-\frac{1}{1+n}} v_1 + R^{-\frac{2}{1+n}} v_2 + \dots,$$

$$w = w_0 + R^{-\frac{1}{1+n}} w_1 + R^{-\frac{2}{1+n}} w_2 + \dots,$$

$$\vartheta = \vartheta_0 + R^{-\frac{1}{1+n}} \vartheta_1 + R^{-\frac{2}{1+n}} \vartheta_2 + \dots,$$

$$p = p_0 + R^{-\frac{1}{1+n}} p_1 + R^{-\frac{2}{1+n}} p_2 + \dots,$$

Подставим эти разложения в систему (1), (2) и, приравнив члены при нулевых степенях малого параметра, выпишем уравнения нулевого приближения, опуская индекс нуль:

$$\begin{aligned}
 \frac{Du}{Dt} = & -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right]^{\frac{n-1}{2}} \frac{\partial u}{\partial y} \right\} + \\
 & + g_x \frac{T_0 - T_\infty}{T_\infty} \vartheta, \quad \frac{\partial p}{\partial y} = 0, \tag{4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{D\omega}{Dt} &= -\frac{\partial p}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right]^{\frac{n-1}{2}} \frac{\partial \omega}{\partial y} + \\ &\quad + g_z \frac{T_0 - T_x}{T_x} \vartheta, \\ \frac{\partial \vartheta}{\partial t} &= Pr^{-1} \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial y^2} - \frac{1}{T_0 - T_x} \left(\frac{\partial T_0}{\partial t} + u \frac{\partial T_0}{\partial x} + \right. \\ &\quad \left. + w \frac{\partial T_0}{\partial z} \right) \vartheta. \end{aligned} \quad (5)$$

Считается, что $GrR^{\frac{2}{n-2}} \sim 1$.

Как непосредственно следует из (3), конечным значениям R соответствуют малые абсолютные значения размерных координат y . Таким образом, ясно, что полученные уравнения (4), (5) описывают движения жидкости в тонкой области вблизи пульевой линии тока. Эту область мы и будем называть пограничным слоем по аналогии с пограничным слоем ньютона-пьютона-вокской жидкости, а уравнения (4), (5) — уравнениями пограничного слоя для степенной реологической жидкости.

Если теперь сделать предположение о том, что пограничный слой оказывает малое обратное влияние на внешний поток, как это делается в теории пограничного слоя для ньютона-вокской жидкости, то теоретическая формулировка краевых условий не вызывает затруднений. Действительно, граничные условия при $x=0, y=0$ записываются сразу:

$$\begin{aligned} \vartheta(x, 0, z, t) &= \vartheta_0, \quad u(x, 0, z, t) = u_0, \quad v(x, 0, z, t) = v_0, \\ \omega(x, 0, z, t) &= \omega_0, \\ u(0, y, z, t) &= u_1, \quad \omega(0, y, z, t) = \omega_1, \quad \vartheta(0, y, z, t) = \vartheta_1, \quad (6) \\ u(x, y, 0, t) &= u_2, \quad \omega(x, y, 0, t) = \omega_2, \quad \vartheta(x, y, 0, t) = \vartheta_2. \end{aligned}$$

Распределение давления на поверхности в силу принятого предположения и уравнения (4) должно соответствовать распределению давления при обтекании идеальной жидкостью и находиться из уравнений Бернулли:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + W \frac{\partial U}{\partial z} = - \frac{\partial p_0}{\partial x}, \quad (46)$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} - U \frac{\partial W}{\partial x} + W \frac{\partial W}{\partial z} = - \frac{\partial p}{\partial z}.$$

Теперь, учитывая последние равенства и независимость давления от переменной y , нетрудно записать производные давления по координатам, входящим в уравнение (4), (5) через составляющие скорости потенциального течения на поверхности тела, и сформулировать граничные условия на бесконечности:

$$\lim_{y \rightarrow \infty} u = U(x, z, t), \quad \lim_{y \rightarrow \infty} w = W(x, z, t). \quad (7)$$

$$\lim_{y \rightarrow \infty} \vartheta = 0.$$

Начальными условиями будут:

$$\begin{aligned} u(x, y, z, 0) &= u_0, \quad v(x, y, z, 0) = v_0, \quad \omega(x, y, z, 0) = \omega_0, \\ \vartheta(x, y, z, 0) &= \vartheta_0. \end{aligned}$$

Интересно отметить, что для $0 < n < 2$ возрастание соответствует возрастанию R , при $n=0, n=2$ число Рейнольдса не зависит от L и U соответственно, а при $n > 2$ рост U соответствует убыванию числа Рейнольдса. Это последнее обстоятельство ставит под сомнение применимость полученных уравнений пограничного слоя для $n > 2$.

Таким образом, резюмируя, можно сказать, что, по-видимому, полученные уравнения (4), (5) с граничными и начальными условиями (6), (7) будут справедливы для псевдопластичных и дилатантных жидкостей в интервале значений показателя степени $0 < n < 2$.

ПРИЛОЖЕНИЕ II РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ

Для наглядности дальнейшего изложения перепишем уравнения (15) в следующем порядке:

$$\begin{aligned} z_1 &= \frac{f_x}{z(f z^2)^{n-1}}, \quad z_3 = \frac{(f z)_x}{z^2(f z^2)^{n-1}}, \quad z_2 = \frac{d}{z(f z^2)^{n-1}}, \\ z_3 &= \frac{z_t}{z^3(f z^2)^{n-1}}, \quad z_6 = \frac{(f z)_t}{f z^3(f z^2)^{n-1}}, \end{aligned} \quad (1)$$

$$z_0 = \frac{\Phi}{f}, \quad (2)$$

$$z_4 = \frac{q_z}{x(f z^2)^{n-1}}, \quad z_{10} = \frac{(qz)_z}{z^2(f z^2)^{n-1}}, \quad (3)$$

$$z_2 = \frac{d}{x(f z^2)^{n-1}}, \quad z_{11} = \frac{(qz)_t}{\varphi z^3(f z^2)^{n-1}}, \quad (3)$$

$$z_7 = \frac{\varphi(f z)_z}{f z^2(f z^2)^{n-1}}, \quad z_{12} = \frac{\tilde{f}(qz)_z}{\varphi z^2(f z^2)^{n-1}}, \quad (4)$$

$$z_8 = \frac{U_t + UU_x + UW_z}{f z^3(f z^2)^{n-1}}, \quad z_{13} = \frac{W_t + UW_x + WW_z}{\varphi z^3(f z^2)^{n-1}}, \quad (5)$$

$$\beta_1 = \frac{f_x}{z}, \quad \beta_2 = \frac{d}{z}, \quad \beta_3 = \frac{z_t}{z^3}, \quad \beta_4 = \frac{\varphi z}{z}, \quad (6)$$

$$\beta_5 = \frac{f}{z(T_0 - T_\infty)} \frac{\partial T_0}{\partial x}, \quad \beta_6 = \frac{1}{z^2(T_0 - T_\infty)} \frac{\partial T_0}{\partial t}, \quad (6)$$

$$\beta_7 = \frac{q}{z(T_0 - T_\infty)} \frac{\partial T_0}{\partial z},$$

$$z_9 = \frac{g_x(T_0 - T_\infty)}{T_x f z^3(f z^2)^{n-1}}, \quad z_{14} = \frac{g_x(T_0 - T_\infty)}{T_x \varphi z^3(f z^2)^{n-1}}. \quad (7)$$

Решение системы (1)–(7) будем проводить в порядке, приведенном выше. Рассмотрим подсистему (1). Из первых двух уравнений находим

$$\frac{z_1}{z_5 - z_1} = \frac{f_x z}{f z_x}, \quad f = c_0 z^{\frac{z_1}{z_5 - z_1}}, \quad (8)$$

$$z_5 - z_1 = c_0^{2-n} z^2 z_x, \quad d = \frac{3z_1 - 2z_5 + (1-n)(2z_5 - z_1)}{z_5 - z_1}. \quad (9)$$

Проинтегрировав (9) и учитывая (8), найдем искомые функции

$$z_1 = \left[-\frac{1+2mn-m}{z_1(1+n)} \right]^{\frac{1}{1+n}} (x + c_1)^{\frac{2m-mn-1}{1+n}} c^{\frac{2-n}{1+n}},$$

$$f_1 = \left[\frac{1+2mn-m}{z_1(1+n)} \right]^{-\frac{1}{1+n}} (x + c_1)^{\frac{2mn-m+1}{1+n}} c^{\frac{2n-1}{1+n}}, \quad (10)$$

$$f_1 z_1 = c(x + c_1)^m,$$

$$\text{КОГДА } z_1 = 0, \quad z_5 \neq \frac{1+n}{2n-1} z_1;$$

$$z_2 = \left(\frac{c^{2-n} c_1}{z_5} \right)^{\frac{1}{1+n}} \exp \left(\frac{2-n}{n+1} c_1 x \right),$$

$$f_2 = c \left(\frac{c^{2-n} c_1}{z_5} \right)^{-\frac{1}{1+n}} \exp \left(\frac{2n-1}{n+1} c_1 x \right), \quad (11)$$

$$f_2 z_2 = c \exp(c_1 x),$$

$$\text{КОГДА } z_5 = \frac{1+n}{2n-1} z_1, \quad n \neq 0,5;$$

$$z_3 = [(1-2n) z_5]^{-\frac{1}{1+n}} (x + c_1)^{\frac{1}{1-2n}},$$

$$f_3 z_3 = c (x + c_1)^{\frac{1}{1-2n}}, \quad (12)$$

$$\text{КОГДА } z_1 = 0, \quad n \neq 0,5.$$

В формуле (10) для удобства записи введена величина

$$m = \frac{z_5}{z_5 + z_1 - n(2z_5 - z_1)}. \quad (13)$$

В случае, если $z_1 = z_5 = 0$, функции f , z могут зависеть только от z , t .

Напомним, что $c = c(z, t)$, $c_1 = c_1(z, t)$. Теперь из третьего уравнения подсистемы (1) нетрудно найти вид функции d :

$$d_1 = z_2 \left[\frac{2mn+1-m}{(1+n)z_1} \right]^{\frac{n}{1+n}} (x + c_1)^{\frac{2mn-m-n}{1+n}} c^{\frac{2n-1}{1+n}},$$

$$d_2 = z_2 \left(\frac{c_1}{z_5} \right)^{\frac{n}{1+n}} c^{\frac{2n-1}{1+n}} \exp \left(\frac{2n-1}{1+n} c_1 x \right), \quad (14)$$

$$d_3 = z_2 \frac{2n-1}{1+n} (x + c_1)^{-1} [z_5(1-2n)]^{\frac{-n}{1+n}}.$$

Учитывая, что в выражениях (10)–(14) величины c , c_1 являются пока произвольными функциями времени, подберем их так, чтобы удовлетворить двум последним уравнениям

подсистемы (1). Для этого подставим в эти уравнения сначала (10), а затем (11), (12).

В первом случае получим

$$\begin{aligned} z_3 &= z_1 \frac{(2m - mn - 1)}{(1 + 2mn - n)} \frac{c_{1t} + (2 - n)c_t(x - c_1)}{c^2(x - c_1)^m}, \\ z_6 &= \frac{z_1(1 + n)}{1 + 2mn - n} \frac{c_t(x - c_1) + mc c_{1t}}{c^2(x - c_1)^m}. \end{aligned} \quad (15)$$

Функции c, c_1 не зависят от x , поэтому равенства (15) возможны, если

$$m = 1, \quad c_1 = \text{const}, \quad c = \frac{a}{a_1 t + a_2} \quad (16)$$

или

$$m = 0, \quad c = \text{const}, \quad \frac{\partial c_1}{\partial t} = \text{const}, \quad (17)$$

При этом

$$\begin{aligned} z &= \left[\frac{2n}{z_1(1+n)} \right]^{\frac{1}{1-n}} \left(\frac{a}{a_1 t + a_2} \right)^{\frac{2-n}{1-n}} (x - c_1)^{\frac{1-n}{1-n}}, \\ f(z) &= a \frac{x - c_1}{a_1 t + a_2}. \end{aligned} \quad (18)$$

$$z_3 = z_1 \frac{n-2}{2n} \frac{a_1}{a}, \quad z_5 = z_1 \frac{1+n}{2n}, \quad z_6 = -z_1 \frac{1+n}{2n} \frac{a_1}{a}$$

для $m = 1$ и

$$z = \left[\frac{1}{z_1(1+n)} \right]^{\frac{1}{1-n}} (x - at + a_1)^{\frac{-1}{1-n}} e^{\frac{2-n}{1-n}},$$

$$f(z) = c, \quad z_3 := -z_1 \frac{a}{c}, \quad z_5 = z_6 = 0$$

для $m = 0$.

Подставляя (11), (12) в два последних уравнения подсистемы (1), убеждаемся, что они могут быть удовлетворены только, когда c, c_1 постоянные.

В случае $z_1 = z_5 = 0$ искомые функции f, z являются решениями уравнений для коэффициентов z_3, z_6 :

$$z_1 = \left(\frac{a^{n-1} z_6}{\varepsilon} \right)^{\frac{-1}{1-n}} (t + a_1)^{\frac{n-1-n-1}{n-1}}, \quad (20)$$

$$\begin{aligned} f_1 &= a \left(\frac{a^{n-1} z_6}{\varepsilon} \right)^{\frac{1}{1-n}} (t + a_1)^{\frac{2n-1}{n-1}}, \\ f_2 z &= a(t + a_1)^{\frac{n}{n-1}}, \end{aligned}$$

где

$$\varepsilon = \frac{z_6}{z_6(1+n) - z_3(1+n)}.$$

$$z_2 = \left(\frac{a^{n-1} z_6}{a_1} \right)^{\frac{1}{1-n}} \exp \left(\frac{(1+n)a_1}{n+1} t \right), \quad (21)$$

$$\begin{aligned} f_2 &= a \left(\frac{a^{n-1} z_6}{a_1} \right)^{\frac{1}{1-n}} \exp \left(\frac{2a_1 n}{n+1} t \right), \\ f_2 z_2 &= a \exp(a_1 t), \end{aligned}$$

когда $z_3(1+n) = z_6(1+n)$;

$$z_3 = [-a^{n-1}(1+n)z_3 t + a_1]^{\frac{-1}{1-n}}, \quad (22)$$

$$f_3 = a[-a^{n-1}(1+n)z_3 t + a_1]^{\frac{1}{1-n}}, \quad (23)$$

если $z_6 = 0$.

Соответствующие данному случаю функции d выписаны ниже:

$$\begin{aligned} d_1 &= z_2 Q^{\frac{n-1}{n-1}} \left(\frac{\varepsilon}{z_6} \right)^{\frac{n}{1-n}} (t + a_1)^{\frac{2n-1-n}{1-n}}, \\ d_2 &= z_3 a^{\frac{n-1}{n-1}} \left(\frac{a_1}{z_6} \right)^{\frac{n}{1-n}} \exp \left(\frac{n-1}{n+1} a_1 t \right), \\ d_3 &= z_2 a^{n-1} [-a^{n-1}(1+n)z_3 t + a_1]^{\frac{-n}{1-n}}. \end{aligned} \quad (24)$$

Рассмотрим подсистемы (2) – (4). Напомним, что в исходных уравнениях (22), (23) член с коэффициентом z_6 содержится только при $n = 1$. Поэтому нам придется рассмотреть в дальнейшем два варианта: $n = 1$ и $n \neq 1$.

Пусть $n = 1$, тогда, учитывая (2), получим

$$\begin{aligned} z_4 &= z_0 \frac{f_2}{x(f x^2)^{n-1}}, \quad z_{10} = z_0 \frac{(f z)_z}{x^2(f x^2)^{n-1}}, \\ z_7 &= z_{10}, \quad z_6 = z_{11}, \quad z_5 = z_{12}. \end{aligned} \quad (25)$$

Подставим в (25) решения подсистемы (1). Воспользовавшись тем, что с произвольные функции z , подберем их так, чтобы удовлетворить уравнениям (25). Получим

$$\begin{aligned} z_4 &= \frac{z_1 z_0 [(2n-1)c_2(x+c_1) + c(2mn-m+1)c_{1z}]}{(1+2mn-m)c}, \\ z_{10} &= \frac{z_1 z_0 (1+n)}{1+2mn-m} \frac{c_z(x+c_1) + cmc_{1z}}{c}. \end{aligned} \quad (26)$$

для $z_1 \neq 0$, $z_5 = \frac{1+n}{2n-1} z_1$;

$$\begin{aligned} z_4 &= \frac{z_0}{z_5(1+n)c} [c(2n-1)c_1c_{1z} - cc_{1z} - c_zc_2(2n-1)], \\ z_{10} &= \frac{z_0 z_5}{cc_1} (cc_{1z} + c_z) \end{aligned} \quad (27)$$

для $z_5 = \frac{1+n}{2n-1} z_1$;

$$\begin{aligned} z_4 &= \frac{z_5 z_0 (2n-1)(1-2n)c_z(x+c_1)}{(1+n)c}, \\ z_{10} &= \frac{z_0 z_5}{c} [cc_{1z} + c_z(1-2n)(x+c_1)] \end{aligned} \quad (28)$$

для $z_1 = 0$.

Равенства (26) возможны, если

$$c = \text{const}, \quad \frac{\partial c_1}{\partial z} = \text{const}, \quad c_1 = bz + b_1. \quad (29)$$

$$z_4 = z_1 z_0 b, \quad z_{10} = \frac{z_1 b m (1+n) z_0}{1+2mn-m}.$$

откуда

$$z = \left[\frac{1+2mn-m}{z_1(1+n)} \right]^{\frac{1}{1+n}} c^{\frac{2-n}{1+n}} (x + bz + b_1)^{\frac{2m-mn-1}{1+n}}, \quad (30)$$

$$d = z_0 \left[\frac{1+2mn-m}{z_1(1+n)} \right]^{\frac{n}{1+n}} c^{\frac{2n-1}{1+n}} (x + bz + b_1)^{\frac{2mn-m-n}{1+n}}.$$

Равенства (27) будут иметь место при условии

$$c_1 = \text{const}, \quad \frac{1}{c} \frac{dc}{dz} = \text{const}, \quad c = b \exp(bz). \quad (31)$$

$$z_4 = z_5 \frac{z_0 b_1}{c_1} \frac{2n-1}{n-1}, \quad z_{10} = z_5 \frac{z_0 b_1}{c_1}.$$

Тогда

$$z = \left(\frac{b^{2-n} c_1}{z_5} \right)^{\frac{1}{1+n}} \exp \left[\frac{2-n}{n-1} (c_1 x + b_1 z) \right],$$

$$\int z = b \exp(c_1 x + b_1 z), \quad (32)$$

$$d = z_0 \left(\frac{c_1}{z_5} \right)^{\frac{n}{1+n}} c^{\frac{2n-1}{1+n}} \exp \left[\frac{2n-1}{1+n} (c_1 x + b_1 z) \right].$$

Наконец, для того чтобы выполнялись равенства (28), необходимо потребовать $z_1 = 0$, $z_{10} = z_5 z_0 b$,

$$z = c^{\frac{2-n}{1+n}} [z_5(1-2n)]^{\frac{1}{1+n}} (x + bz + b_1)^{\frac{1}{1-2n}},$$

$$\int z = c(x + bz + b_1)^{\frac{1}{1-2n}},$$

$$d = z_0 c^{\frac{2n-1}{n-1}} [z_5(1-2n)]^{\frac{-n}{1+n}} (x + bz + b_1)^{-1}.$$

Теперь, используя (30), (17) и (16), нетрудно получить решения в трехмерном нестационарном случае:

$$z = \left[\frac{2n}{z_1(1+n)} \right]^{\frac{1}{1+n}} \left(\frac{a}{a_1 t + a_2} \right)^{\frac{2-n}{1+n}} (x + bz + b_1)^{\frac{1-n}{1+n}},$$

$$\int z = a \frac{x + bz + b_1}{a_1 t + a_2}, \quad (34)$$

$$d = z_0 \left[\frac{2n}{z_1(1+n)} \right]^{\frac{n}{1+n}} \left(\frac{a}{a_1 t + a_2} \right)^{\frac{2n-1}{1+n}} (x + bz + b_1)^{\frac{n-1}{1+n}},$$

когда $m = 1$:

$$z = \left[\frac{1}{z_1(1+n)} \right]^{\frac{1}{1+n}} (x + at + bz + b_1)^{\frac{-1}{1+n}} c^{\frac{2-n}{1+n}},$$

$$\int z = c_1, \quad (35)$$

$$d = z_2 \left[\frac{1}{z_1(1+n)} \right]^{\frac{n}{n+1}} c^{\frac{2n-1}{1-n}} (x - at + bz + b_1)^{\frac{-n}{1-n}},$$

когда $m = 0$.

Пусть $n = 1$. Ограничение (2) отпадает, а уравнения (1)–(4) значительно упрощаются. Легко далее заметить, что подсистема (3) может быть решена отдельно и ее решение получается из (10)–(14), если заменить

$$\begin{aligned} f &\rightarrow q, \quad x \rightarrow z, \quad z_1 \rightarrow z_4, \quad z_5 \rightarrow z_{10}, \\ c &\rightarrow b, \quad c_1 \rightarrow b_1, \quad m \rightarrow s. \end{aligned} \quad (36)$$

Выпишем искомые функции

$$z = \sqrt{\frac{1+s}{2z_1}} b(z + b_1)^{\frac{s-1}{2}}, \quad f z = b(z + b_1)^s, \quad (37)$$

$$d = z_2 \sqrt{\frac{1+s}{2z_1}} b(z + b_1)^{\frac{s-1}{2}},$$

где

$$s = \frac{z_{10}}{2z_4 - z_{10}}, \quad 2z_4 \neq z_{10}, \quad z_4 \neq 0;$$

$$z = \sqrt{\frac{bb_1}{z_{10}}} \exp\left(\frac{b_1}{2}z\right), \quad qz = b \exp(b_1 z), \quad (38)$$

$$d = z_2 \sqrt{\frac{bb_1}{z_{10}}} \exp\left(\frac{b_1}{2}z\right)$$

при $2z_4 = z_{10}$;

$$z = \sqrt{\frac{b}{-z_{10}}} \frac{1}{z + b_1}, \quad d = z_2 z.$$

$$qz = \frac{b}{z + b_1},$$

когда $z_4 = 0$.

Совместное решение подсистем (1), (3) возможно, когда z_4 , определяемые соотношениями (10)–(12), (37)–(39), совпадают. Это условие вместе с уравнениями (4) дает возможность определить произвольные функции $c(z)$, $c_1(z)$, $b(x)$, $b_1(x)$ и таким образом выяснить ограничения, накладываемые на f , q , x , d . Не останавливаясь на деталях вывода, запишем полученные соотношения:

$$f z = c(x - c_1)^m (z + b_1)^{s-1}, \quad qz = b(x - c_1)^{m-1} (z + b_1)^s,$$

$$d = z_2 z, \quad z^2 = c(x - c_1)^{m-1} (z + b_1)^{s-1} \frac{z + m}{2z_1}, \quad (40)$$

$$z_4 = \frac{1+s}{1+m} \frac{z_1 b}{c}, \quad z_{10} = \frac{2b z_1 s}{c(1+m)},$$

$$z_7 = \frac{s-1}{1+m} \frac{2z_1 b}{c}, \quad z_{12} = 2z_1 \frac{m-1}{m+1},$$

когда $z_1 = 0$, $z_4 \neq 0$, $2z_4 \neq z_{10}$, $2z_1 \neq z_5$:

$$f z = c(z + b_1)^{s-1} \exp(c_1 x),$$

$$qz = b(z + b_1)^s \exp(c_1 x),$$

$$d = z_2 z, \quad z^2 = \frac{c c_1}{z_5} (z + b_1)^{s-1} \exp(c_1 x), \quad (41)$$

$$z_4 = \frac{(1+s)b}{c_1 c}, \quad z_{10} = \frac{2z_4 s}{1+s},$$

$$z_7 = \frac{z_5 b}{c c_1} (s-1), \quad z_{12} = z_5$$

при $z_5 = 2z_1$, $z_4 \neq 0$, $z_{10} \neq 2z_4$:

$$f z = c \frac{(z + b_1)^{s-1}}{x + c_1}, \quad qz = b \frac{(z + b)^s}{(x + c_1)^2},$$

$$d = z_2 z, \quad z^2 = \frac{c}{-z_5} \frac{(z + b_1)^{s-1}}{x + c}, \quad (42)$$

$$z_4 = -\frac{z_5 b (1+s)}{2c}, \quad z_{10} = \frac{-z_5 b s}{c},$$

$$z_7 = -\frac{z_5 b (s-1)}{c}, \quad z_{12} = 2z_5$$

для $z_1 = 0$, $z_{10} \neq 2z_4$, $z_4 \neq 0$:

$$f z = \frac{c}{(z + b_1)^2 (x + c_1)}, \quad qz = \frac{c z_{10}}{(z + b_1)(x + c_1)^2},$$

$$z^2 = \frac{c}{-z_5} \frac{1}{(x + c_1)^2 (z + b_1)^2}, \quad d = z_2 z,$$

когда $z_1 = z_4 = 0$, $z_7 = 2z_{10}$, $z_{12} = 2z_5$.

Отметим, что здесь не выписаны случаи, которые вытекают из (30) — (33) при $n = 1$.

Рассмотрим подсистему (5). Для задачи вынужденной, а также совместной свободной и вынужденной конвекции имеем $U = f_x$, $W = f_z$ и, следовательно,

$$z_8 = z_6 + z_5 + z_7, \quad z_{13} = z_{11} + z_{12} + z_{10}. \quad (44)$$

В задачах свободной конвекции $U = W = 0$, поэтому $z_8 = z_{13} = 0$.

Переходим к подсистемам (6) — (7). Как и прежде, нам придется рассмотреть два случая: $n = 1$, $n \neq 1$. Если $n = 1$, $a_i = b_i$ для $i = 1, 2, 3, 4$, а возможное распределение температуры на поверхности находится из уравнений для коэффициентов β_5 , β_6 , β_7 . После того как T_0 найдено, составляющие вектора силы тяжести на оси координат x , z легко находятся из уравнений (7). Используя построенные ранее решения для функций f , φ , ψ (30), (32), (33), (34), (35), (40), (41), (42), (43), получим соответственно:

$$T_0 = T_\infty + l(x + bz + b_1)^p,$$

$$g_x = A_1(x + bz + b_1)^{2m-p-1}, \quad g_z = A_2(x + bz + b_1)^{2m-p-1}.$$

$$\beta_5 = \frac{2p z_1}{1+m}, \quad \beta_6 = 0, \quad \beta_7 = \frac{2p z_1 z_0 b}{1+m}, \quad (45)$$

$$z_9 = \frac{2A_1 z_1 l}{T_\infty c^2 (1+m)}, \quad z_{11} = \frac{2z_1 l A_2}{T_\infty z_0 c^2 (1+m)}.$$

$$T_0 = T_\infty + l \exp(p_1 x + p_2 z),$$

$$g_x = A_1 \exp[(2c_1 - p_1)x - (2b_1 - p_2)z], \quad (46)$$

$$g_z = A_2 \exp[(2c_1 - p_1)x - (2b_1 - p_2)z].$$

$$\beta_5 = \frac{p_1 z_5}{c_1}, \quad \beta_6 = 0, \quad \beta_7 = \frac{p_1 z_5 z_0}{c_1}.$$

$$z_9 = \frac{A_1 z_5 l}{T_\infty b^2}, \quad z_{11} = \frac{A_2 z_5 l}{T_\infty z_0 b^2}.$$

$$T_0 = T_\infty + l(x + bz + b_1)^p,$$

$$g_x = A_1(x + bz + b_1)^{-p-2}, \quad g_z = A_2(x + bz + b_1)^{-p-2}. \quad (47)$$

$$\beta_5 = \beta_6 = \beta_7 = 0, \quad z_9 = A_1 p z_5 b_1,$$

58

$$z_8 = -\frac{A_1 z_5 l}{T_\infty c^2}, \quad z_{14} = -\frac{A_2 z_5 l}{T_\infty z_0 c_2}.$$

$$T_0 = T_\infty + l(a_1 l + a_2)^{-2}(x + bz + b_1)^p,$$

$$g_x = A_1(a_1 l + a_2)^{-2-p}(x + bz + b_1)^{1-p},$$

$$g_z = A_2(a_1 l + a_2)^{-2-p}(x + bz + b_1)^{1-p},$$

(48)

$$\beta_5 = z_1 p, \quad \beta_6 = z_1 \frac{\sigma a_1}{a}, \quad \beta_7 = z_1 p z_0 b,$$

$$z_9 = \frac{A_1 z_1 l}{T_\infty a^2}, \quad z_{14} = \frac{A_2 z_1 l}{T_\infty z_0 a^2}.$$

$$T_0 = T_\infty + l(x + bz + at + b_1),$$

$$g_x = \frac{A_1}{(x + at + bz + b_1)^{p+1}}, \quad g_z = \frac{A_2}{(x + at + bz + b_1)^{p+1}}, \quad (49)$$

$$\beta_5 = 2z_1 p, \quad \beta_6 = \frac{2z_1 pa}{c}, \quad \beta_7 = 2z_1 p z_0 b,$$

$$z_9 = \frac{A_1 2z_1 l}{T_\infty c^2}, \quad z_{14} = \frac{A_2 2z_1 l}{T_\infty z_0 c^2}.$$

$$T_0 = l,$$

$$g_x = A_1(x + c_1)^{2m-1}(z + b_1)^{2(s-1)},$$

$$g_z = A_2(x + c_1)^{2(m-1)}(z + b_1)^{2s-1},$$

(50)

$$\beta_5 = \beta_6 = \beta_7 = 0, \quad z_9 = \frac{2z_1(l - T_\infty) A_1}{T_\infty c^2 (1+m)},$$

$$z_{14} = \frac{2z_1(l - T_\infty) A_2}{T_\infty cb (1+m)}.$$

$$T_0 = l,$$

$$g_x = A_1(z + b_1)^{2(s-1)} \exp(2c_1 x),$$

$$g_z = A_2(z + b_1)^{2s-1} \exp(2c_1 x),$$

(51)

$$\beta_5 = \beta_6 = \beta_7 = 0, \quad z_9 = \frac{A_1 z_5 (l - T_\infty)}{T_\infty c^2 c_1},$$

57

$$\begin{aligned}
 z_{14} &= \frac{A_2 z_3 (l - T_x)}{T_x b c c_1}, \\
 T_0 &= l, \\
 g_x &= A_1 \frac{(x + b_1)^{2(s-1)}}{(x + c_1)^3}, \quad g_z = A_2 \frac{(x + b_1)^{2s-1}}{(x + c_1)^3}, \\
 z_9 &= \frac{A_1 z_5 (T_x - l)}{T_x c^2}, \quad z_{14} = \frac{A_2 z_3 (T_x - l)}{T_x c b}, \\
 z_5 &= \beta_6 = \beta_7 = 0, \\
 z_6 &= \beta_8 = \beta_9 = 0, \\
 T_0 &= l, \\
 g_x &= A_1 (x + c_1)^3 (x + b_1)^4, \quad g_z = A_2 (x + c_1)^4 (x + b_1)^3, \quad (53) \\
 z_9 &= \frac{A_1 z_5 (T_x - l)}{T_x c^2}, \quad z_{14} = \frac{A_2 z_3 (T_x - l)}{T_x c^2 z_{10}}, \\
 z_5 &= \beta_6 = \beta_7 = 0.
 \end{aligned} \tag{52}$$

При помощи (36), из формул (40) — (42) легко получить еще три симметричных случая, а из соотношений (45) — (52) еще восемь.

Пусть $n \neq 1$. Сопоставим подсистемы (1) — (3) и (6). Нетрудно видеть, что их совместное решение возможно при

$$f x^2 = \text{const.} \tag{54}$$

Подставляя в равенство (54) полученные ранее выражения (30) — (35), убеждаемся, что оно удовлетворяется в случае

$$\begin{aligned}
 x &= \left(\frac{2}{3z_1} \right)^{\frac{1}{1-n}} c^{\frac{3-n}{1-n}} (x + bz + b_1)^{-\frac{1}{n}}, \\
 f x &= c(x + bz + b_1)^{\frac{1}{n}}, \tag{55}
 \end{aligned}$$

$$d = z_2 \left(\frac{2}{3z_1} \right)^{\frac{n}{n+1}} c^{\frac{2n-1}{1+n}} (x + bz + b_1)^{-\frac{1}{n}}.$$

При этом

$$T_0 = T_\infty + l(x + bz + b_1)^p,$$

$$g_x = A_1 (x + bz + b_1)^{-\frac{3p+1}{3}}, \quad g_z = A_2 (x + bz + b_1)^{-\frac{3p+1}{3}},$$

$$\begin{aligned}
 z_5 &= \frac{3}{2} p z_1, \quad \beta_6 = 0, \quad \beta_7 = \frac{3}{2} z_1 z_0 b p, \\
 z_6 &= \frac{3z_1 l A_1}{2T_x c^2}, \quad z_{14} = \frac{3z_1 l A_2}{2T_x z_0 c^2}, \quad z_5 = \frac{1}{2} z_1, \\
 z_4 &= z_1 z_0 b, \quad z_{10} = \frac{z_1 b z_0}{2}. \tag{56}
 \end{aligned}$$

Если искомые функции зависят только от переменной t , т. е. справедливы формулы (20) — (22), температура поверхности и проекция вектора силы тяжести на ось x даются следующими соотношениями:

$$\begin{aligned}
 T_0 &= T_\infty + l(t + a_1)^p, \\
 g_x &= A(t + a_1)^{\frac{3(1-n)+2-p-m}{1-n}}, \tag{57} \\
 z_5 &\neq 0, \quad z_9 = \left(\frac{a^{n-1} z_6}{z} \right)^{\frac{2}{1-n}} \frac{Al}{T_x a}, \quad \beta_6 = p \left(\frac{a^{n-1} z_6}{z} \right)^{\frac{2}{1-n}}, \\
 z_5 &= \beta_7 = 0
 \end{aligned}$$

при любых p, z , когда $n \neq 1$, или для любых p, n при $z = 0, 5$. Во всех остальных случаях $p \neq 0$, $T_0 = \text{const.}$

$$T_0 = T_\infty + l \exp(p t), \quad g_x = A \exp[(a_1 - p)t], \tag{58}$$

$$z_5 = 0, \quad z_9 = \frac{Al z_6}{T_x a a_1}, \quad \beta_6 = p \frac{z_6}{a_1},$$

$$\beta_5 = \beta_7 = 0;$$

$$T_0 = T_\infty + l[-2z_3 t + a_1]^p, \quad g_x = A[-2z_3 t + a_1]^{-(p+1)}. \tag{59}$$

$$z_5 = 0, \quad z_9 = \frac{Al}{a T_x}, \quad \beta_6 = -2p z_3, \quad \beta_5 = \beta_7 = 0$$

только для $n = 1$. Когда $n = 1$, $p \neq 0$, $T_0 = \text{const.}$

Литература

1. Whatre M. V., Kintner R. C. Ind. and Engr. Chem., **51**, 865, 1959.
2. Collins M., Schowalter W. R. A. I. Ch. E. Jour., **9**, 805, 1963.
3. Kapur J. N., Gupta R. C. ZAMM, **43**, 135, 1963.
4. Bogue D. C. Ind. and Engr. Chem., **51**, 874, 1959.
5. Tomita Y. Bull. Japan Soc. Mech. Engrs., **4**, 77, 1961.

6. Acrivos A., Shah M. J., Petersen E. E. A. I. Ch. E. Jour., 6, 312, 1960.
 7. Karig J. N. Jour. Phys. Soc. Japan, 18, 144, 576, 1963; 17, 1503, 1962.
 8. Karig J. N., Srivastava R. C. ZAMP, 14, 383, 1963.
 9. Шилхтинг Г. Теория пограничного слоя. ИЛ, 1956.
 10. Гольдштейн С. Современное состояние гидроаэродинамической вязкой жидкости, т. 1, 2. ИЛ, 1948.
 11. Гончарский Л. Г. Ламинарный пограничный слой. Физматгиз, 1963.
 12. Коции Н. Е., Кубелла И. А., Розе Н. В. Теоретическая гидродинамика. Физматгиз, 1963.
 13. Гицбург И. Н. Тепло- и массоперенос, т. 3. Госэнергоиздат, 1963.
 14. Шульман З. П., Берковский Б. М. ИФЖ, № 12, 1963.
 15. Берковский М. Б. ИФЖ, № 1, 1964.
 16. Шульман З. П., Берковский Б. М. 2-е Всесоюзное совещание по тепло- и массообмену, 2-32 Минск, 1964.
 17. Reiner M. Amer. Jour. Math., 67, 350, 1945.
 18. Frederickson A. G., Bird R. B. Ind. and Engr. Chem., 50, 347, 1958.
 19. Bird R. B. A. I. Ch. E. Jour., 5, 565, 1959.

А. Б. БАРТМАН, Э. И. БЕРЕЗОВСКИЙ, Н. Г. КОНДРАШОВ,
 В. Б. РЫВКИН

**О РЕШЕНИИ ЛИНЕЙНЫХ ЗАДАЧ ТЕПЛООБМЕНА
 С ПЕРЕМЕННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ
 ПУТЕМ АППРОКСИМАЦИИ
 ИХ КУСОЧНО-ПОСТОЯННЫМИ**

Точное решение задач о теплообмене в системе неподвижного твердого тела и обтекающего его потока жидкости [1] весьма трудоемкая и сложная задача. В настоящей работе рассматривается метод сведения в некоторых простых случаях части стационарной задачи, зависящей от потока, к коначномерной с получением максимальной в некотором алгебраическом смысле точности. Рассматривается также вопрос о замене переменных коэффициентов в уравнениях кусочно-постоянными, что также упрощает решение задачи.

Рассмотрим поток жидкости в щели (переход к круглой трубе не вызывает принципиальных затруднений). Уравнение стационарного теплообмена в потоке жидкости имеет вид (продольной теплопроводностью пренебрегаем)

$$c \gamma u(y) \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda(y) \frac{\partial T}{\partial y} \right), \quad (1)$$

$$-a \leq y \leq a, \quad -\infty < x < +\infty,$$

где $u(y)$ — профиль скорости в потоке; $\lambda(y)$ — коэффициент теплопроводности, который в турбулентном потоке жидкости следует брать эффективным; T — температура потока.

Для решения „сопряженной“ задачи теплообмена необходимо знать лишь взаимную зависимость теплового потока и температуры на границе, т. е. при $y = \pm a$. Ограничимся симметричным случаем, т. е. будем рассматривать задачу в области $0 \leq y \leq +a$ с краевым условием $\frac{\partial T}{\partial y}|_{y=0} = 0$.

Связь между $t(x) = T(x, y)|_{y=a}$ и $p(x) = \lambda(a) \frac{\partial T}{\partial y}|_{y=a}$ задается, как известно, формулой

$$p(x) = \int_{-\infty}^x [I(x) - I(\xi)] K(x - \xi) d\xi, \quad (2)$$

где

$$K(\xi) = \sum_i \beta_i e^{-\gamma_i \xi}, \quad \beta_i > 0.$$

а β_i являются собственными значениями задачи

$$\psi' c \gamma u(y) \psi = (\lambda \psi'), \quad (3)$$

$$\psi'(0) = \psi(d) = 0. \quad (4)$$

Интеграл (2) следует понимать как свертку обобщенных функций. Нашей задачей является приближение указанного ядра $K(\xi)$ функциями, имеющими достаточно простой вид для проведения фактических расчетов.

Рассмотрим случай, когда профиль скоростей заменяется линейной комбинацией δ -функций. Задача (1) тогда сводится к системе обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами: ядро $\tilde{K}(\xi) = \sum_i \beta_i e^{-\gamma_i \xi}$ содержит лишь конечное число экспонент. Потребуем, чтобы при полиномиальной $I(x)$ в наибольшей возможной степени совпадали $p(x)$. Заметим, что достаточно требовать совпадения, когда температура задается каким-либо одним полиномом требуемой степени. Ввиду однородности рассматриваемой задачи по x соответствующие величины будут тогда совпадать для всех сдвигов решения по x и, следовательно, для любого полинома не выше этой степени. Покажем, что в этом случае $\tilde{\beta}_i > 0, \gamma_i > 0$. В самом деле уравнения для $\{\tilde{\beta}_i\}, \{\gamma_i\}$ в этом случае имеют вид

$$\sum_i \frac{\tilde{\beta}_i}{\mu_i^k} = \sum_i \frac{\tilde{\beta}_i}{\mu_i^k}, \quad k = 2, 3, \dots \quad (5)$$

Пусть правая часть в (5) содержит n слагаемых. Тогда из этих уравнений следует взять первые $2n$ уравнений. Они представляют собой уравнения для построения квадратурной формулы типа Гаусса с коэффициентами $\frac{\tilde{\beta}_i}{\mu_i^2}$ и узлами $1/\mu_i$ для веса $\sum_i \frac{\tilde{\beta}_i}{\mu_i^2} \delta\left(\xi - \frac{1}{\mu_i}\right)$. Хорошо известно, что такая задача для неограниченного веса всегда разрешима, причем если мера имеет бесконечное число точек роста, решение единственное. Кроме того, отсюда же получаем $\tilde{\beta}_i > 0, \mu_i > \mu_1$.

Из хорошо известных свойств спектра задачи типа (1) [2] можно получить, что при этих условиях существует положительная линейная комбинация δ -функций от y , аппроксимирующая $\psi(y)$, для которой в формуле типа (2) войдет \tilde{K} .

При фактическом построении аппроксимирующего δ -образного профиля можно исходить непосредственно из требования, чтобы при равных полиномиальных по x граничных значениях температуры совпадали тепловые потоки. Построение таких решений указано, например, в [3]. Если потребовать, чтобы применение соотношения (2) к приближенному и точному уравнению давало совпадение также для быстро меняющихся функций, то можно принять, что оно выполняется для некоторых случаев экспонент. В частности, иногда можно подобрать экспоненциальные по x решения, которые выражаются элементарными функциями по y . При этом множество показателей экспонента должно быть достаточным для возможности интерполирования преобразования Лапласа от K рациональными функциями.

Если привести задачу к виду

$$\tilde{u}(\tilde{y}) \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial^2 T}{\partial \tilde{y}^2}, \quad \tilde{y} = \frac{y}{\int_0^d \frac{dy}{\lambda(y)}}, \quad (6)$$

$$|\tilde{y}| \ll 1, \quad \tilde{u}(\tilde{y}) = a^2 c \gamma u(y) \lambda(y),$$

то можно ожидать, что окажется эффективным приближение $\tilde{u}(\tilde{y})$ кусочно-постоянной функцией $\tilde{u}_i(\tilde{y})$. В этом случае задача сводится к приближению преобразования Лапласа от $K(\xi)$ тригонометрическими функциями специального вида для экспоненциальных граничных условий и рациональными для полиномиальных. Заметим, что для учета влияния очень быстро меняющихся по x граничных условий необходимо, чтобы поведение $\tilde{u}(\tilde{y})$ точной и приближенной задач при малых $1 - \tilde{y}$ совпадало. Это наложит некоторые ограничения на параметры, от которых зависит $\tilde{u}(\tilde{y})$ приближенной задачи, и свободных параметров останется меньше. Поскольку практически профиль скорости вблизи стенки обычно близок к линейному, то проводить фактически такую аппроксимацию не представляется оправданным, так как лучше тогда оперировать с точным профилем.

Возможен также комбинированный экспоненциально-полиномиальный подход: это сводится к интерполированию с

кратными узлами преобразования Лапласа от K рациональными или тригонометрическими функциями.

Можно отметить, что построение приближенных задач можно производить на основании экспериментальных данных, учитывающих поведение тепловых характеристик только на стенке. Из общей теории обратных спектральных задач [2, 4, 5] известно, что это поведение полностью определяет уравнение типа (6) (сказанное выше касается только стационарного случая; в нестационарном случае можно определить как u и y , так и $\lambda(y)$).

Было проведено построение приближенных задач для случая пузейлевского течения в плоской щели. При этом условия на обеих стенах предполагаются одинаковыми. Уравнение стационарного теплообмена в потоке жидкости в безразмерном виде имеет вид

$$T_x(1-y^2) = T_{yy}.$$

Нетрудно найти полиномиальные по x и четные по y решения. Если построить полиномиальные решения для кусочно-постоянного u с двумя участками

$$u = \begin{cases} \sigma_0 & 0 \leq y < \beta, \\ \sigma_1 & \beta \leq y \leq 1, \end{cases}$$

то после приравнивания коэффициентов при соответствующих степенях x для $\frac{\partial T}{\partial y}|_{y=1}$ получаются уравнения

$$3z_1 + 3\beta(z_0 - z_1) = 2, \quad (7)$$

$$\begin{aligned} &-6\beta^2(z_0 - z_1) + 12\beta(z_0 - z_1) + 6z_1 - 5 = \\ &= 6\beta^3(z_0^2 - z_1^2) - 18\beta^2(z_0 - z_1)z_1 + 18\beta(z_0 - z_1)z_1 + 6z_1^2 - 2,2, \quad (7a) \\ &2310[-6\beta^4(z_0 - z_1)(3z_0 + z_1) + 24\beta^3(z_0^2 - z_1^2) - 36\beta^2(z_0 - z_1)z_1 + \\ &+ 24\beta(z_0 - z_1)z_1 + 6z_1^2 + 30\beta^2(z_0 - z_1) - 60\beta(z_0 - z_1) - 30z_1 + 25] + \\ &+ 7029[-6\beta^2(z_0 - z_1) + 12\beta(z_0 - z_1) + 6z_1 - 5] - 6992 = \\ &= 693[6\beta^5(z_0 - z_1)(z_0^2 + 6z_0z_1 + z_1^2) - 30\beta^4(z_0 - z_1)(3z_0 + z_1)z_1 + \\ &+ 60\beta^3(z_0^2 - z_1^2)z_1 - 60\beta^2(z_0 - z_1)z_1^2 + 30\beta(z_0 - z_1)z_1^2 + 6z_1^3]. \quad (7b) \end{aligned}$$

Ее решением является: $\beta = 0,660981$, $z_0 = 0,907835$, $z_1 = 0,196465$. Если вместо совпадения коэффициентов u и ρ при $t = x^2$ потребовать, чтобы совпадало значение ρ для $t = e^{-x}$, то получается следующая система:

$$3z_1 + 3\beta(z_0 - z_1) = 2,$$

$$\begin{aligned} &-6\beta^2(z_0 - z_1) + 12\beta(z_0 - z_1) + 6z_1 - 5 = \\ &= 6\beta^3(z_0^2 - z_1^2) - 18\beta^2(z_0 - z_1)z_1 + 18\beta(z_0 - z_1)z_1 + 6z_1^2 - 2,2, \\ &1 - \sqrt{\frac{z_0}{z_1}} \operatorname{tg} \sqrt{z_0} \operatorname{tg} \sqrt{z_1} (1 - \beta) \\ &\quad \sqrt{\frac{z_0}{z_1}} \operatorname{tg} \sqrt{z_0} \operatorname{tg} \sqrt{z_1} (1 - \beta) = 1. \quad (7b) \end{aligned}$$

Ее решение: $\beta = 0,65649$, $z_0 = 0,91027$, $z_1 = 0,20111$. При аппроксимации профиля δ -образным: $I = \beta^2 \sim u \delta(\xi - y)$ имеем для составления приближенной задачи уравнения

$$u = \frac{2}{3}, \quad 4u^2 \xi = \frac{68}{315}, \quad \xi = 1 - y.$$

Ее решение: $u = 2/3$, $\beta = 18/35$. Если при аппроксимации профиля взять две точки ξ_1 и ξ_2

$$1 - y^2 \sim u_1 \delta(\xi_1 - y) + u_2 \delta(\xi_2 - y),$$

то в полиномиальном случае имеем четыре уравнения:

$$u_1 + u_2 = \frac{2}{3}, \quad (8)$$

$$u_1^2 \xi_1^2 + 2u_1 u_2 \xi_1 \xi_2 + u_2^2 \xi_2^2 = \frac{68}{315}, \quad (8a)$$

$$u_1^3 \xi_1^2 + u_1^2 u_2 \xi_1 \xi_2 + 2u_1^2 u_2 \xi_1 \xi_2 + 3u_1 u_2^2 \xi_1 \xi_2 + u_2^3 \xi_2^2 = 7,5933942 \cdot 10^{-2}, \quad (8b)$$

$$u_1^4 \xi_1^3 + 2u_1^3 u_2 \xi_1 \xi_2 + 2u_1^2 u_2 \xi_1 \xi_2 + 3u_1^2 u_2^2 \xi_1 \xi_2 + 3u_1 u_2^3 \xi_2^3 = 2,6841495 \cdot 10^{-2}, \quad (8c)$$

где $I - \beta_1 = \xi_1$, $I - \beta_2 = \xi_2$.

Ее решением является: $\xi_1 = 0,655396$; $\xi_2 = 0,212910$; $u_1 = 0,523461$; $u_2 = 0,143206$.

Следует отметить, что если произвести исключение ξ_2 , u_2 из первых двух уравнений, то левые части оставшихся двух уравнений будут вблизи решения иметь почти одинаковое поведение. Поэтому погрешность в решении системы сосредоточена на отрезке

$$\Delta u_1 + 0,97 \Delta \xi_1 = 0, |\Delta \xi_1| < 10^{-4}.$$

На невязки в (8) сдвиг от решения по этому направлению с одновременным исправлением по (8), (8a) u_2 и ξ_2 влияет очень незначительно. Поэтому можно налагать какое-либо дополнительное условие, которое можно удовлетворить, на-
5. Зак. 356

ходясь на указанном отрезке. При нахождении решения указанное обстоятельство затрудняло расчеты, заставляло применять специальные приемы.

Отметим физический смысл первых двух уравнений в рассматриваемых системах. Первое, равенство характеризует совпадение роста температуры при постоянном тепловом напоре, т. е. это уравнение теплового баланса. Второе, как несложно проверить, требует равенства коэффициентов теплообмена (по отношению к средней по расходу температуре) также при постоянном тепловом напоре. То, что этот коэффициент появляется только при линейно растущем с x тепловым напором (и квадратично растущей температурой), связано с тем, что рассматриваются лишь величины на стенах.

Л и т е р а т у р а

1. Перельман Т. И. Сб. «Тепло- и массоперенос». 5, Изд. АН БССР, 1963.
2. Крейн М. Г. ДАН СССР, 76, № 1, 3, 1953.
3. Темкин Л. Г. ИФЖ, № 12, 1959.
4. Марченко В. А. Известия АТГ СССР. Серия математическая, 19, № 6, 1955.
5. Гантмахер Ф. Р. и Крейн М. Г. Осцилляционные матрицы и ядра в задаче колебаний механических систем. Гостехиздат, 1956.

З. П. ШУЛЬМАН, Т. Ф. БЕКМУРАТОВ

ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ ЛАМИНАРНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ УДЛИНЕННОГО ТЕЛА ВРАЩЕНИЯ С ПРОНИЦАЕМОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

Исходная система безразмерных уравнений записывается в виде

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \left(V_0 - \int_0^y \frac{\partial u}{\partial x} dy \right) - \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial \ln r_0}{\partial x} \int_0^y u dy - U \frac{du}{dx}; \quad (1)$$

$$\Pr \frac{\partial^2 \Theta}{\partial y^2} = u \frac{\partial \Theta}{\partial x} + \frac{\partial \Theta}{\partial y} \left(V_0 - \int_0^y \frac{\partial u}{\partial x} dy \right) - \frac{\partial \Theta}{\partial y} \frac{d \ln r_0}{dx} \int_0^y u dy + u (\Theta - 1) \frac{d \ln (T_w - T_\infty)}{dx}. \quad (2)$$

Границные условия:

$$u = 0, \quad V = V_0(x); \quad \Theta = 0 \quad \text{при } y = 0; \quad (3a)$$

$$u = u, \quad y = \delta; \quad \Theta = 1 \quad \text{при } y = \Delta. \quad (3b)$$

Воспользуемся методом последовательных приближений М. Е. Швеца, подробно изложенным в [1].

Опуская промежуточные выкладки и ограничиваясь вторыми приближениями, выпишем соотношения для профилей скорости и температуры в слое:

$$\frac{u}{U} = \xi + \frac{\partial^2 U}{2} \left[\frac{1}{12} (\xi^4 - \xi) \frac{d}{dx} \ln \frac{U}{\delta r_0} - (\xi^2 - \xi) \frac{d}{dx} \ln U \right] + \frac{V_0 \delta^3}{2} (\xi^2 - \xi); \quad (4)$$

$$\Theta = \eta - \frac{\Pr \Delta^2 U}{2 \delta} \left[\frac{\eta^4 - \eta}{12} \frac{d}{dx} \ln \frac{\Delta^2 U r_0}{\delta (T_\infty - T_w)} + \frac{\eta^3 - \eta}{3} \frac{d}{dx} \ln (T_\infty - T_w) \right] + \frac{V_0 \Pr \Delta}{2} (\eta^2 - \eta). \quad (5)$$

Уравнения для толщин пограничного слоя находятся из условий

$$\left(\frac{\partial u}{\partial \xi}\right)_{\xi=1} = \left(\frac{\partial \Theta}{\partial \eta}\right)_{\eta=1} = 0, \quad (6)$$

приводящих к уравнениям типа Абеля, не поддающимся интегрированию:

$$\frac{d}{dx} \delta^2 + \delta^2 \frac{\partial}{\partial x} (\ln U^6 r_0^2) = \frac{16}{U} + 8 \frac{V_0 \delta}{U} = \frac{16}{U} \left(1 + \frac{V_0 \delta}{2}\right); \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \Delta^3 + \Delta^2 \frac{\partial}{\partial x} \ln \left[\left(\frac{U^6 r_0}{\delta} \right)^{1/2} (T_\infty - T_w) \right] = \\ = \frac{12 \delta}{U \text{Pr}} + \frac{6 V_0 \Delta \delta}{U} + \frac{12 \delta}{U \text{Pr}} \left(1 + \frac{V_0 \Delta \text{Pr}}{2}\right). \end{aligned} \quad (8)$$

Пользуясь условиями $\delta(0) = \Delta(0) = 0$, находим первые и вторые приближения (7) и (8) по предложенной ранее итерационной методике [2]:

$$\delta_1^2 = \frac{16}{U^6 r_0^2} \int_0^x U^5 r_0^2 dx; \quad (9)$$

$$\delta_2^2 = \frac{16}{U^6 r_0^2} \int_0^x U^5 r_0^2 \left[1 + \frac{2V_0}{U^3 r_0} \sqrt{\int_0^x U^5 r_0^2 dx} \right] dx; \quad (10)$$

$$\Delta_1^3 = \frac{12}{\text{Pr}} \left(\frac{\delta}{U r_0} \right)^{3/2} \frac{1}{T_\infty - T_w} \int_0^x (T_\infty - T_w) r_0 \sqrt{\frac{U r_0}{x}} dx; \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \Delta_2^3 = \frac{12}{\text{Pr}} \left(\frac{\delta}{U r_0} \right)^{3/2} \frac{1}{T_\infty - T_w} \int_0^x (T_\infty - T_w) r_0 \sqrt{\frac{U r_0}{x}} \left[1 + \right. \\ \left. + V_0 \sqrt{\frac{\delta}{U r_0}} \sqrt{\frac{3 \text{Pr}^2}{2(T_\infty - T_w)}} \sqrt{\int_0^x (T_\infty - T_w) r_0 \sqrt{\frac{U r_0}{x}} dx} \right] dx. \end{aligned} \quad (12)$$

Локальный тепловой поток стенки определяется из условия

$$\left(\frac{\partial \Theta}{\partial y}\right)_{y=0} = \frac{1}{\Delta} \left(\frac{\partial \Theta}{\partial \eta}\right)_{\eta=0}.$$

После соответствующих выкладок получаем

$$\left(\frac{\partial \Theta}{\partial y}\right)_{y=0} = \frac{1}{\Delta} \left[\frac{4}{3} + \frac{U \Delta^3 \text{Pr}}{18 \delta} \frac{d}{dx} \ln (T_\infty - T_w) - \frac{V_0 \text{Pr}}{2} \right]. \quad (13)$$

Сопротивление трения на стенке определяется из условия

$$\left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)_{y=0} = \frac{U}{\delta} \left(\frac{\partial u}{\partial \xi}\right)_{\xi=0}.$$

Выполнив соответствующие операции, получим

$$\left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)_{y=0} = \frac{U}{\delta} \left[1 + \frac{dU}{2} \left(-\frac{1}{12} \frac{d}{dx} \ln \frac{U}{\delta r_0} + \frac{d}{dx} \ln U \right) - \frac{V_0 \delta}{2} \right]. \quad (14)$$

Условия отрыва записываются таким образом:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{y=0} = \frac{U}{\delta} \left[1 + \frac{\delta_s U_s}{2} \left(-\frac{1}{12} \frac{d}{dx} \ln \frac{U_s}{\delta_s r_0} + \frac{d}{dx} \ln U_s \right) - \right. \\ \left. - \frac{V_{0s} \delta_s}{2} \right] = 0. \end{aligned} \quad (15)$$

Нетрудно установить, что при $V_0 = 0$ найденные формулы переходят в уже известные соотношения [2].

Следует указать на очевидное ограничение полученных приближенных зависимостей. Они справедливы для небольших по модулю значений $|V_0|$. Проверка показывает их приемлемую точность вплоть до $|V_0| \approx 0,1$. Тем не менее эта область значений включает в себя целый ряд интересных и важных для практики конвективных задач — сушки, массообменного охлаждения и других умеренных теплохимических процессов.

О б о з н а ч е н и я

u — продольная составляющая безразмерной скорости в пограничном слое;
 U — нормальная составляющая безразмерной скорости в пограничном слое;
 U — безразмерная скорость потенциального течения на внешней границе слоя;
 V_0 — скорость подачи (отсоса) жидкости на стенке; Re — число Рейнольдса;
 Pr — число Прандтля; T — температура абсолютная; Θ — безразмерный перепад температур $T_w - T_\infty$; x — безразмерная координата вдоль поверхности;
 y — безразмерная координата по нормали к поверхности; δ — безразмерная толщина теплового слоя; δ — безразмерная толщина динамического слоя; ξ — координата y , отнесенная к толщине динамического пограничного слоя ($\xi = y/\delta$); η — координата y , отнесенная к толщине теплового пограничного слоя ($\eta = y/\Delta$); r_0 — локальный радиус поперечной кривизны тела вращения. Индексы: ∞ — вне пограничного слоя; w — стенка; $1,2$ — приближение; δ — отрыв.

Л и т е р а т у р а

1. Швец М. Е. ПММ, т. XIII, 1949.
2. Швец М. Е. ПММ, вып. 2, 1951.
3. Шульман З. П., Берковский Б. М. ИФЖ, № 8, 1964.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛО- И МАССООБМЕНА

Б. М. СМОЛЬСКИЙ, З. П. ШУЛЬМАН, Б. Н. ФЕДОРОВ
**ТЕПЛО- И МАССООБМЕН В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ
НА ПОРИСТОЙ СТЕНКЕ**

Проблеме пограничного слоя проницаемой поверхности с тепло- и массообменом посвящено довольно много исследований, главным образом теоретических [1—3, 7—11, 16, 17]. Однако мало экспериментальных работ, посвященных процессу испарения капельной жидкости из пористой стенки [4, 5, 6, 12]. Это отчасти объясняется распространенным мнением об идентичности процессов вдува газов (или паров) в пограничный слой и испарения жидкостей при внешнем обтекании проницаемой поверхности. Между тем даже чисто качественный анализ физических картин обоих процессов не только не дает оснований для подобной аналогии, но и обнаживает существенные различия явлений, присущих вдуву газа или пара и испарению актичного компонента в пограничном слое.

Рассмотрим некоторые термодинамические и гидромеханические особенности, характеризующие процесс испарения капельной жидкости из пористой стенки.

К первой группе можно отнести эффекты молекулярного взаимодействия жидкости со своим паром и твердым веществом пористого скелета стенки. Прежде всего это энергия влаги, поглощенной материалом дисперской фазы (скелета). Связь влаги с веществом, характеризуемая величиной свободной энергии, может быть химического (кристаллогидраты), адсорбционного, капиллярного и осмотического происхождения [10, 11]. Следовательно, при термическом способе удаления связанный влаги из гигроскопического капиллярнопористого коллоидного тела необходимо учитывать, кроме тепла фазового превращения, еще энергию связи, т. е.

$$q = i_m (r - RTI_n \Phi). \quad (1)$$

Здесь Φ — влагосодержание тела.

70

Другая группа охватывает эффекты, связанные с переносом энергии и массы жидкости внутри стенки и с обтеканием ее поверхности внешней средой.

Надо принять во внимание трансформацию проточной системы пор в процессе переноса жидкости и пара. Часть поровых каналов может закупориваться зависающими столбиками жидкости и становиться непроходимой для пара. Большинство открытых наружу пор пересекается между собой, и уровень жидкости в них зависит не только от соотношения между притоком изнутри и испарением с менисков, но и геометрических характеристик таких сообщающихся каналов.

Очевидно, что некоторое количество жидкости из стеки попадает на ее внешнюю поверхность и заполняет впадины между отверстиями пор и бугорками шероховатостей. Тогда эффективная поверхность массообмена, если еще учесть искривленную поверхность менисков, окажется большей, чем суммарная площадь поперечных сечений открытых наружу пор. Для жидкости, испаряющейся из впадин, диффузионный поток пара во многом определяется конфигурацией и размерами шероховатостей [7].

К числу других специфических особенностей, присущих только процессу испарения жидкостей, можно отнести молекулярное диспергирование части жидкости и унос субмикроскопических капелек в пограничный слой.

Наконец, в стационарном случае зона испарения может передвигаться в глубь материала. Следует отметить, что за глубление границы испарения происходит неравномерно по отношению к поверхности стенки и зависит от размеров капилляров. Появление сухой промежуточной прослойки пористого материала препятствует переносу вещества и тепла от жидкости во внешнюю среду. Немаловажным является дискретный и импульсивный характер испарения из пор вследствие быстрого возрастания удельных объемов при переходе жидкости в пар. Образовавшиеся струйки не только способствуют уносу капельной жидкости, но и в сильной мере нарушают вязкий механизм движения в ламинарном слое (подслое). Следовательно, даже при стационарном испарении жидкости существует глубокая связь между внутренней и внешними задачами тепло- и массообмена.

В приведенный выше, далеко еще не полный перечень следует бы включить другие гидродинамические факторы, такие, как турбулизация среды и продольные градиенты давления и температур в пограничном слое. Их влияние на интенсивность тепло- и массопереноса, как известно, проявляется довольно отчетливо [2, 4].

Сказанное показывает сомнительность утверждения, что вдув газов и испарение из стенки в омывающую ее среду бу-

71

дут одинаково влиять на трение и конвективный тепло- и массообмен тела со средой.

Следует указать также на различие методик измерений и обработки данных в обоих сопоставляемых случаях. Так, например, тепловой поток при адиабатическом испарении жидкости, как правило, подсчитывают по величине уноса массы и теплote фазового перехода. При вдуве же газов, кроме величины потока массы, необходимо учитывать и температуры стенки и пограничного слоя, а также зависимости теплофизических характеристик от температуры и состава образующейся смеси охладителя и среды.

Опыты [3, 5, 6, 12] показывают, что наиболее отчетливо эти дополнительные факторы могут проявляться в случае малоинтенсивных процессов тепло- и массообмена (типа сушки, десорбции, водонапарительного охлаждения и т. д.). При интенсивном протекании этих процессов (большие перепады потенциалов переноса) «дополнительные» эффекты подавляются основными факторами.

Исследования наиболее распространенных на практике малоинтенсивных процессов представляют значительные трудности не только из-за большого числа осложняющих и соподчиненных по силе факторов. В таких опытах необходима весьма тонкая и разнообразная аппаратура для надежных и воспроизводимых измерений температуры, скоростей течения и относительной концентраций массы вещества.

В работе [12] были исследованы поля скоростей, температур и концентраций в пограничном слое влажной пористой плиты при ее сушке и десорбции в воздухе, нагретом до 40°C. Опыты выявили определенные различия безразмерных профилей скорости, перепадов температур и концентраций, а также некоторую их зависимость от физико-химических свойств материалов обтекаемой стенки (пористая, капиллярнопористая, коллоидная капиллярнопористая).

Правильно определить закономерности совместно протекающих малоинтенсивных процессов тепло- и массопереноса при испарении жидкости в пограничный слой пока можно лишь на основе специальных экспериментов с замерами локальных параметров.

Такие эксперименты проводились в лаборатории тепло- и массообмена при фазовых и химических превращениях Института тепло- и массообмена АН БССР начиная с 1958 г. Первоначально исследовалось водонапарительное пористое охлаждение поверхностей в условиях ламинарного пограничного слоя с продольным градиентом давления. Затем были поставлены аналогичные опыты для турбулентного пограничного слоя.

ЛАМИНАРНОЕ ТЕЧЕНИЕ В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ

Опыта проводились на типичном теле неудобообтекаемой формы — круговом цилиндре. Материалом для модели послужила специально разработанная пористая проницаемая керамика шамотно-глинистого типа. В статье [13] описана технология приготовления и обработки этого нового материала, приведены пористые и структурные характеристики (рас-

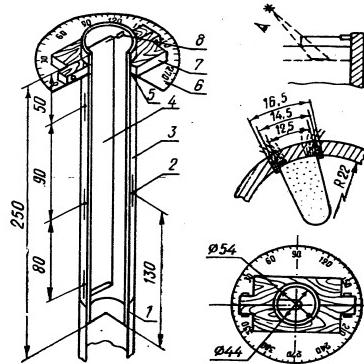


Рис. 1. Опытный образец:

1 — узлы; 2 — термопара; 3 — пористый стакан;
4 — зонд-калориметр; 5 — термопаровая прокладка;
6 — лимб; 7 — полуско; 8 — игла для измерения уровня

пределение пор по размерам, их удельная поверхность, общая пористость, проницаемость, механические свойства и др.). Новый материал обладает хорошо регулируемой, почти гомопористой структурой, высокой проницаемостью, хорошей обрабатываемостью любым режущим или абразивным инструментом, полной сохраняемостью скелета в процессе внутреннего влагопереноса.

Опытный образец (рис. 1) представлял собой пористый стакан $d=0.054$ м, $L=0.25$ м с устроенной вдоль образующей лодочки-калориметром (угол охвата 15°), изолированной от всей остальной внутренней полости. Поворотом вокруг про-

дольной оси цилиндра лодочка устанавливалась в положение с угловой координатой Θ . Местные коэффициенты тепло- и массообмена определялись объемным способом непосредственно по расходу испарившейся из лодочки влаги за определенное время.

Опыты проводились в аэродинамической трубе с закрытой рабочей частью. Скорость течения воздуха плавно варьировалась в пределах 2–18 м/сек, температура потока измерялась от 15 до 150° С. Каждый температурный режим поддерживался автоматически с точностью $\pm 0.2^\circ$ С, для чего имелась специальная аппаратура. Качество потока в измерительном створе (поля скорости и ее скосов, распределения давления) оказалось в пределах норм для аэродинамических труб с закрытой рабочей частью. Скорости измерялись швейнометрическими насадками — трехканальными и типа Пито — Прандтля, проригированными в рабочих условиях. Степень турбулентности потока $\epsilon = 2.4 - 3.2\%$. Температура воздушного потока, стенок модели, охлаждающей жидкости (дистиллированная вода) измерялась медь-константановыми термопарами с диаметром спая 0.25 мм и записывалась электронным автоматическим потенциометром.

Модель при установке ее в трубу имела картонную удлинительную приставку, чтобы приблизить условия эксперимента к плоской задаче. Вода в лодочке и большую полость стакана подавалась из мерных боршоток с ценой деления, 0.05 мл. Уровень воды в лодочке при доливе фиксировался с помощью особого оптического устройства. Замеры для каждой угловой установки производились с шестикратным повторением через каждые 10 мин при температуре стекки, превышающей на $2-3^\circ$ С показания «мокрого» термометра $t_{m,t}$, размещенного в набегающем потоке.

Были приняты следующие режимы опытов: температура потока 70, 100, 130° С. Вязкость среды η соответствовали 4, 1 и 0.5% скорости потока — 6, 10, 12 и 15 м/сек.

Весь диапазон чисел Рейнольдса составлял, следовательно, $(2-7) \cdot 10^4$.

Полученные в экспериментах распределения потоков тепла и вещества на контуре кругового цилиндра (рис. 2, 3) имеют следующие особенности:

а) местные потоки тепла q и массы i_m для фиксированных значений параметров набегающего потока монотонно убывают при обходе контура цилиндра до угла 90°, где они минимальны. Затем начинается возрастание q и i_m вплоть до угла 180°;

б) минимумы q и i_m почти совпадают с экспериментально замеренными значениями углов отрыва ламинарного пограничного слоя, приведенными в справочной литературе;

74

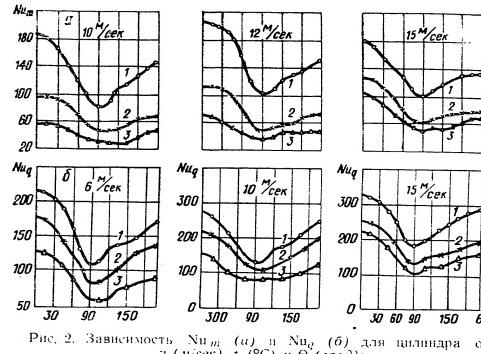


Рис. 2. Зависимость Nu_m (а) и Nu_q (б) для цилиндра от v (м/сек), t (°С) и θ (град);

1 — $t = 70^\circ$ С; 2 — 100 ; 3 — 130

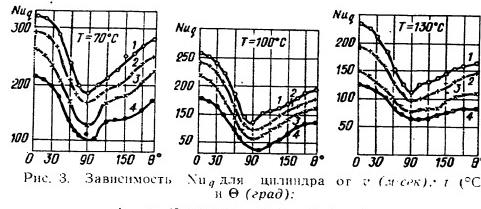


Рис. 3. Зависимость Nu_q для цилиндра от v (м/сек), t (°С) и θ (град);

1 — $v = 15$ м/сек; 2 — 12; 3 — 10; 4 — 6

в) для каждого фиксированного температурного режима среды имеет место систематическое рассложение опытных точек в зависимости от скорости набегающего потока. С возрастанием скорости потока U_∞ кривые располагаются все выше, сохраняя все особенности своего хода;

г) при фиксированных скоростных режимах и переменной температуре набегающего потока наблюдается обратная картина — для больших температур T_∞ потока кривые теплообмена располагаются ниже;

д) кривые становятся более пологими по мере нарастания температуры основного течения, т. е. с повышением интенсивности массообмена.

Найденная во всем диапазоне параметров опытов обобщенная зависимость для передней части поверхности цилиндра имеет вид

$$Nu_x = 1.48 \left(e^{-2.46x} - 0.2e^{-5.3x} \right) V Re_x K^{0.28}. \quad (2)$$

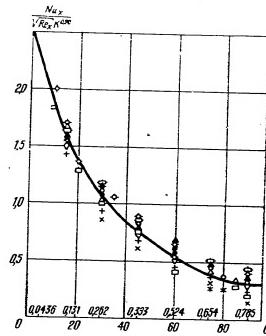


Рис. 4. Обработка опытных данных

имеет место увеличение Nu_x с ростом K . В обобщенной зависимости можно было бы учесть массообмен, пользуясь безразмерным комплексом $Gu = \frac{T_x - T_{m,t}}{T_x}$, предложенным

Гукманом. Этот параметр, помимо температурного напора, включает в себя температуру основного потока и в общем случае довольно полно характеризует неизотермическое испарение различных веществ. Для адабатических условий и заданных компонентов парогазовой смеси ($r c_p = \text{const}$) в достаточно узком диапазоне изменения абсолютной температуры ($T_x \approx \text{const}$) критерии K и Gu могут быть оба приближенно представлены как $\frac{T_x - T_\infty}{\text{const}}$, что дает право отбросить один из них.

В теоретических расчетах ламинарного пограничного слоя со вдувом через пористую поверхность принято пользоваться

параметром массообмена $f_d = \frac{\rho_w U_\infty}{\sigma_w U_x} \sqrt{Re_x}$. В наших опытах эта величина была переменной вдоль контура цилиндра. Ее средние значения составляли

$$f_d^{0^\circ C} = 0.038; f_d^{10^\circ C} = 0.052; f_d^{130^\circ C} = 0.059.$$

Сравнение полученных нами зависимостей $Nu_x \sqrt{Re_d} = f(x)$ с опытными кривыми Джонсона и Хартнетта [19] по теплообмену пористого кругового цилиндра при равномерном вдуве воздуха обнаруживает, что для одинаковых значений параметра массообмена испарение жидкости г. раздо заметнее влияет на расположение этих кривых.

Сопоставление опытных и расчетных данных показывает, что действительное снижение коэффициента теплообмена значительно отличается от расчетов по теории со вдувом. Влияние массообмена в опытах оказалось более резким, чем предсказываемое теорией. Повышенную эффективность пористого охлаждения можно объяснить, с одной стороны, спецификой испарения капельных жидкостей из пористой структуры, а с другой — влиянием переменной в ходе опытов структуры турбулентности внешнего течения.

Известно, что сильное интенсифицирующее воздействие как на теплообмен, так и на массообмен оказывает степень турбулентности основного течения ϵ . В опытах Гилда [18] установлено, что для чистого теплообмена при $\epsilon = 7\%$ среднее число Нуссельта на передней поверхности кругового цилиндра на 25% выше обычно приводимого в справочной литературе. При этом ламинарный характер течения в пограничном слое почти не нарушается. Тurbуллизация затрагивает только верхнюю часть слоя, прилегающую к наружной его границе. В результате область чисто молекулярного обмена сокращается, эффективное тепловое (диффузионное) сопротивление уменьшается и процесс теплообмена (массообмена) будет протекать более интенсивно.

Известно также, что интенсифицирующее воздействие турбуллизации течения проявляется сильнее с увеличением критерия Рейнольдса. В наших опытах при повышении температуры набегающего потока и $U_\infty = \text{const}$ одновременно уменьшались как степень турбулентности, так и число Рейнольдса (из-за возрастания вязкости).

Оба эти фактора, действующие дополнительно в одну сторону, отчасти приводили к большему, чем теоретический, эффекту пористого охлаждения.

На основании установленного А. В. Лыковым [8—11] факта заглубления поверхности испарения при сушке капиллярнопористого тела появление между внешней поверхностью и

границей фазового перехода сухой пористой прослойки (особенно для мелкопористых плохо теплопроводных материалов) приводит к заметному снижению интенсивности теплообмена. Результаты аналитического исследования [8, 9] показывают что за счет этого фактора можно получить существенное уменьшение Nu (порядка 10—40% при заглублениях $\xi = 1—3$ мм, применительно к условиям наших опытов).

Следовательно, данное обстоятельство может оказаться превалирующим и во многом определяет также «аномальную» большую эффективность пористого охлаждения, полученную в опытах и работах [6].

Анализ показывает, что коэффициенты теплообмена, отнесенные к разности температур ($t_x - t_w$), увеличиваются с возрастанием \bar{x} . Следовательно, коэффициент z , входящий в выражение критерия Nu , является по своему физическому смыслу коэффициентом теплопередачи $k = \left(\frac{1}{z} + \frac{\xi}{\lambda} \right)^{-1}$.

Для случая плоской пластины А. В. Лыковым получено

$$Nu_x = \frac{1}{V \pi} \sqrt{Re_x \Pr} \left\{ 1 - \frac{Z_1^2}{\pi} e^{-Z_1^2} \operatorname{erfc} Z_1 \right\},$$

где Z_1 — безразмерная переменная, пропорциональная величине заглубления ξ ,

$$\operatorname{erfc} Z_1 = 1 - \frac{2}{V \pi} \int_0^{Z_1} e^{-Z^2} dZ.$$

РАЗВИТОЕ ТУРБУЛЕНТНОЕ ТЕЧЕНИЕ В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ

Имеющиеся в настоящее время экспериментальные данные по тепло- и массопереносу в турбулентном пограничном слое при испарении жидкости из капиллярнопористого тела в поток нагретого газа также весьма ограничены и во многом противоречивы. До сих пор нет единого мнения о механизме переноса тепла и вещества через пограничный слой и о взаимовлиянии переносов. Экспериментальное исследование процесса тепло- и массообмена проводилось при испарении воды в турбулентный пограничный слой из плоской керамической шамотно-глинистой пластины при градиентном обтекании ее

нагретым воздухом. В опытах скорость потока воздуха в рабочем створе аэродинамической трубы изменялась от 2 до 50 л/сек. Опытное тело представляло собой цельную пористую пластину, вмонтированную в коробку, разделенную перегородками на 8 отсеков-камер (рис. 5). Верхние края перегородок входили в поперечные пазы пластины, не препятствуя боковому движению влаги через пористую систему.

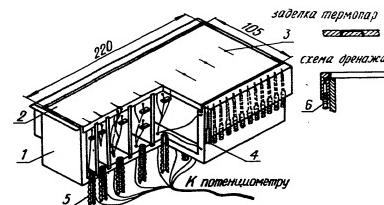


Рис. 5. Опытное тело:

1 — к труну адсорбционной; 2 — керамическая пластина; 3 — термопары; 4 — штуцер для избыточного давления; 5 — штуцер для подвода охлаждающего агента; 6 — штуцер дренажа воздуха

Количество воды, поступавшее в каждую камеру, регистрировалось при помощи чувствительных весов. Закрепленное в координатнике рабочее тело выступало в поток на 3—4 мм над стенкой трубы.

К передней кромке пористой пластины присоединялся натекатель. Его длина подбиралась опытным путем так, чтобы вся пористая поверхность была покрыта развитым турбулентным пограничным слоем. Для получения гидродинамической картины, сходной с условиями внешнего обтекания пластины, перед натекателем через щель отсасывался воздух.

Градиентный характер течения вдоль пластины создавался профильтрованными вставками на верхней стенке измерительного створа.

В опытах измерялись скорость и температура набегающего потока, степень его турбулентности при каждом температурном и скоростном режимах, температуры поверхности пластины (в 16 точках), боковых стенок коробки, воды в каждой камере, стенок рабочего створа. Измерялись также расход воды через каждую камеру, общий расход через все опытное тело, статические давления в десяти точках по длине

пластины, температура и скоростные поля в пограничном слое. Для каждого фиксированного числа Рейнольдса было 4 температурных режима потока в трубе: 50, 70, 100 и 130° С. Опытами охвачен диапазон чисел Рейнольдса от $1.5 \cdot 10^5$ до $4.5 \cdot 10^5$. Параметр проницаемости $b_T = \frac{Hc_{pw}U_w}{c_{pw}U_wSt}$ изменялся в пределах 0,02—0,07. Данные, полученные в опытах, находились, как правило, в результате осреднения шестикратных замеров. Достоверность замеров контролировалась сравне-

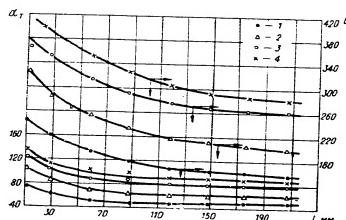


Рис. 6. Распределение коэффициентов тепло- и массопереноса по длине пластины ($d\rho/dx=0$, $T=70^\circ\text{C}$):
1 — 15; 2 — 22.5; 3 — 30; 4 — 35

нием суммы локальных расходов каждой камеры с независимо измеряемым общим расходом через модель.

Испарение воды с пластины происходило в условиях, близких к адиабатическим. Были приняты специальные меры для устранения лучистого теплообмена пластины со стенками аэродинамической трубы. Все же температура наружной поверхности превышала температуру «мокрого» термометра внешнего течения $t_{w,t}$ на $1 \pm 1.5^\circ\text{C}$ и превосходила температуру нижней поверхности в среднем на 0.5°C .

Анализ полученных в результате опытов локальных величин потоков тепла и вещества (рис. 6, 7) при фиксированных параметрах опытов показывает монотонное уменьшение α и σ_m вдоль поверхности пластины. Для каждого температурного режима наблюдается систематическое расслоение опытных точек. При этом с ростом U_x кривые располагаются выше, сохраняя особенности своего хода. При $U_x = \text{const}$ кривые, характеризующие процесс теплообмена, располагались ниже, по мере возрастания температурного напора. Абсолютные

значения α_m в 2—2,5 раза превосходили отвечающие им величины α . Обобщенные зависимости имеют вид

$$\bar{\text{Nu}}_q = 0.02 \text{Re}^{0.8} K^{0.12}, \quad \text{Nu}_{m,x} = 0.016 \text{Re}_x K^{0.12}; \quad (3)$$

$$\bar{\text{Nu}}_m = 4.7 \cdot 10^{-3} \text{Re}^{0.8} K^{0.36}, \quad \text{Nu}_{m,x} = 4.0 \cdot 10^{-3} \text{Re}_x K^{0.36}. \quad (4)$$

Опытные точки хорошо отвечают зависимостям, отклоняясь от них не более чем $\pm 4\%$.

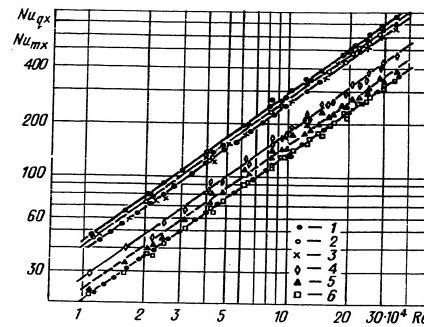


Рис. 7. Зависимость $\bar{\text{Nu}}_q$ и $\bar{\text{Nu}}_m$ от Re при безградиентном обтекании:

$$1 - 70^\circ\text{C}; 2 - 100^\circ\text{C}; 3 - 130^\circ\text{C} (\bar{\text{Nu}}_{q,x}); 4 - 70^\circ\text{C}; 5 - 100^\circ\text{C}; 6 - 130^\circ\text{C} (\bar{\text{Nu}}_{m,x})$$

Недостатком эмпирических формул (3, 4) является невозможность получения из них уравнений для «чистого» теплообмена. Его можно устранить, используя общепринятый относительный параметр проницаемости b_T .

В этом случае получается

$$\bar{\text{Nu}}_q = 0.036 \text{Re}^{0.8} (1 - b_T)^3, \quad \bar{\text{Nu}}_m = 0.03 \text{Re}^{0.8} (1 - b_T)^{3.1} \quad (5)$$

(чертотка поверху означает осреднение по длине пластины). При $b_T = 0$ приходим к уравнению $\bar{\text{Nu}}_q = 0.036 \text{Re}^{0.8}$, полученному нами в самостоятельных специальных опытах с не-проницаемой пластиной тех же размеров и шероховатости, что и проницаемое тело.

Экспериментальные данные измерений по балансу тепла и вещества на стенке проверялись с помощью интегрального соотношения энергии пограничного слоя:

$$\frac{d\delta_T^{**}}{dx} = St + \frac{c_{p\infty} l_m}{c_{px} \rho_x U_x} \\ \left(\delta_T^{**} = \int_0^x \frac{c_{p\infty} \rho_x U_x}{c_{px} \rho_x U_x} \frac{T - T_w}{T_x - T_w} dy \right), \quad (6)$$

где δ_T^{**} — толщина потери теплосодержания.

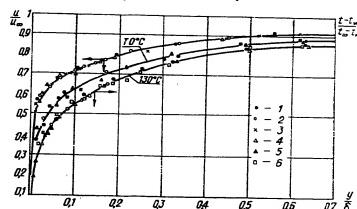


Рис. 8. Динамические и температурные профили в пограничном слое в различных сечениях пограничного слоя:

1 — сечение I, 2 — II, 3 — III (U/U_∞), 4 — сечение I,
5 — II, 6 — III (t/t_w)

Сравнение величин коэффициентов теплообмена по обоим способам выявляет расхождение между ними порядка 5—6%. Профили безразмерных скоростей и перепадов температур в различных сечениях пограничного слоя приведены на рис. 8 в зависимости от обобщенных координат y/δ_T и y/δ_T соответственно. Видно, что, будучи „самоподобными“, они не подтверждают подобия между собой скоростных и температурных (а также подсчитанных по ним энталпийных) полей. Энталпийные профили оказались менее заполненными и тольце динамических.

Выше отмечалось, что при одновременно протекающих процессах теплообмена и массообмена следует учитывать влияние на них степени турбулизации газового потока, особенно в опытах, где интенсивность испарения жидкости из стенки изменяется за счет нагрева среды. Поэтому было проведено исследование зависимости степени турбулентности

82

внешнего течения от температуры и скорости. Пульсации скорости потока воздуха определялись термоанемометром [14]. Схема этого прибора рассчитана на измерения в изотермических потоках. Была разработана методика [15] измерения степени турбулентности при изменении температуры газа порядка 130° С. Для этого длина нити термодатчика подбиралась так, чтобы ее рабочее сопротивление для каждой фиксированной температуры потока оставалось одним и тем же и равным рабочему сопротивлению в «холодных» потоках.

Результаты экспериментального исследования обнаруживают снижение степени турбулентности с ростом температуры воздушного потока. Можно предположить, что это уменьшение происходит из-за возрастания вязкости среды при ее нагреве. Качественное подтверждение этому дал анализ спектра частот. Частотные характеристики показывают уменьшение абсолютных значений амплитуды пульсационных составляющих скорости с ростом температуры газового потока. Количественное изменение интенсивности теплообмена в зависимости от степени турбулентности потока газа можно оценить по тепловой шкале турбулентности Лойцянского — Шваба. Так, например, при $Re_d = 120 \cdot 10^6$ падение ϵ на 1% (в диапазоне 0—5%) приводит к снижению критерия Nu_d на 10—12% для шара, причем с ростом Re_d эта зависимость проявляется более заметно.

Чтобы определить влияние степени турбулентности потока на интенсивность совместно идущих процессов тепло- и массообмена пластины, были проведены опыты при постоянной температуре и скорости воздуха, но с изменяемой при помощи передвижной сетки степенью турбулентности потока в пределах 1—7%. Обработка данных показала незначительную зависимость тепло- и массообмена пластины от степени турбулентности потока. Так, изменение ϵ на 1% приводит к изменению Nu_q и Nu_m на 1,5—2%. Это вполне закономерно, так как точка перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный находится не на пористой поверхности, а впереди ее — на натекателе.

Зависимость степени турбулентности потока от его скорости и температуры иллюстрируется рис. 9. Графики показывают, что с ростом температуры среды, так же как и при увеличении скорости течения, степень турбулентности снижается. Влияние тех же факторов на изменение степени турбулентности в замедленных и ускоренных нагретых потоках отражено на графиках рис. 10.

Исследование влияния продольного (положительного и отрицательного) градиента давления на тепло- и массообмен проводилось в условиях линейного характера изменения ско-

83

ности внешнего потока. Значение продольного градиента давления, исследованного в опытах, может быть охарактеризовано величиной параметра Бурк порядка 0,017.

Сравнительный анализ полученных критериальных уравнений с соответствующими зависимостями для безградиентного обтекания показал, что применительно к рассматриваемым условиям исследованные положительные и отрицательные градиенты давления незначительно сказываются на вл-

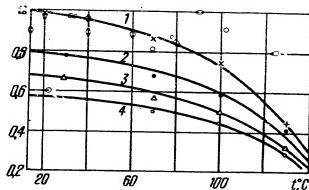


Рис. 9. Влияние температуры и средней скорости набегающего потока на изменение его степени турбулентности:

1 — $v=30$ м/сек; 2 — 55; 3 — 45; 4 — 30

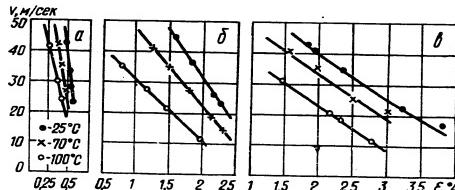


Рис. 10. Изменение степени турбулентности по длине пластины при положительном градиенте давления:

a — сечение I ($x=10$ см); б — сечение II ($x=17$ см); в — сечение III ($x=200$ см)

тенсивности испарения. Исследования термического пограничного слоя также показали слабое влияние продольного градиента давления на профили температур (энталпии).

Испарение воды из пластины в турбулентный пограничный слой было экспериментально исследовано в работе [6].

в диапазоне изменения основных параметров, примерно таким же, как и в наших опытах.

Было найдено, что величина Nu_d изменяется пропорционально $K^{0.4}$. Такое явно преувеличительное значение показателя степени объясняется специфическими условиями проведенных опытов, и в частности смешанным характером течения в пограничном слое [16].

В общем же влияние массообмена на теплообмен в условиях турбулентного пограничного слоя должно быть слабее, чем для ламинарного. Наши опыты подтверждают это положение.

Литература

1. Ямков А. В., Михайлов Ю. А. Теория тепло- и массообмена. ГЭИ, 1963.
2. Трубулентное течение и теплопередача. ИЛ, 1963.
3. Сб. «Тепло- и массообмен в процессах испарения». Изд. АН СССР, 1958.
4. Якоб. Основы теплопередачи. ИЛ, 1959.
5. Федоров Б. И. ИФЖ, № 1 и 2, 1964.
6. Исаченко и др. Теплоэнергетика, № 1 и 2, 1961.
7. Левин В. Р. Физико-химическая гидродинамика. Физматиз, 1959.
8. Ямков А. В. Тепло- и массообмен в процессах испарения. ИФЖ, № 11, 1962.
9. Luikov A. V. Heat and Mass Transfer with transpiration cooling. J. Heat Mass Transfer, 6, 1963.
10. Ямков А. В. Тепло- и массообмен в процессах сушики. Госэнергиздат, 1956.
11. Ямков А. В. Явление перехода в капиллярнопористых телах. ГГИИ, 1954.
12. Смолинский Б. М. Внешний тепло- и массообмен в процессах конвективной сушки. Минск. Изд. Белгосуниверситета, 1957.
13. Федоров Б. И., Шульман З. П. Применение пористых проницаемых материалов для экспериментального изучения тепло- и массообмена. ИФЖ, № 2, 1961.
14. Смирнов В. В. Труды ДПИ, № 217, 1961.
15. Асраров Е. Б., Федоров Б. И. Изменение турбулентных неизотермических потоков. Труды ДПИ, № 239, 1964.
16. Ямков А. В., Шульман З. П. ИФЖ, № 3, 1964.
17. Самозанчев М. П. Теплоэнергетика, № 3, 1956.
18. Giedt Effect of turbulence level of incident air stream. J. of Aero. Sci., 18, 1951.
19. Lonsdale S. M., Hartree E. P. Transactions of ASME, Sect. E, № 2, 1953.

В. К. ШИТИНКОВ

ТЕПЛООБМЕН ТЕЛ РАЗЛИЧНОЙ ФОРМЫ С ТУРБУЛЕНТНЫМ ПОТОКОМ ВОЗДУХА

Высокие темпы развития новой техники и передовой технологии предполагают необходимость совершенствования тепловых процессов, протекающих во многих технических устройствах, требуют глубокого и всестороннего их изучения. В связи с этим особо важной становится задача интенсификации процесса переноса тепла в различного рода теплообменных аппаратах и устройствах, применяемых в современной промышленности.

Конвективный теплообмен можно интенсифицировать не только за счет повышения температурного перепада, но и выбором определенного типа гидродинамического взаимодействия тела с потоком, т. е. соответствующей конфигурации теплообменной поверхности. Последнее представляет как практический, так и теоретический интерес для процессов химической технологии, энергетики, сушильной техники, термической обработки материалов и др.

В металлоизделиях промышленности до сих пор не определены наилучшие формы насадок регенераторов. Поиски таких новых оптимальных форм насадок, экономичных по стоимости производства и эффективных по теплообмену, продолжаются и в настоящее время.

Не менее важным для практики является другая сторона исследования.

Существующее многообразие геометрических форм теплообменных элементов, используемых в ряде отраслей техники, создает значительные затруднения при аналитических расчетах процесса теплообмена. Эти трудности отчасти обусловлены необходимостью учитывать влияние формы теплообменных элементов на процесс. Очень часто, например, для инженерных расчетов процессов еушки и термической обработки необходимо знание и возможность сравнения коэффициентов теплообмена тел различной формы с вынужденным потоком газа. Однако имеющийся в литературе обширный материал

86

по опытному определению конвективного теплообмена тел производительной формы носит разрозненный характер и трудно поддается обобщению из-за индивидуальных особенностей эксперимента.

Надежные количественные соотношения, которые позволили бы подсчитывать и сравнивать между собой конвективный теплообмен различных тел, могут быть получены лишь из опытов, проведенных по одной методике и при одинаковых термических и гидродинамических условиях.

Работы по непредсказуемому изучению рассматриваемой задачи появились лишь в последние годы. Все они в основном характеризуют совместно протекающий процесс тепло- и массообмена и выполнены при относительно небольших значениях числа Рейнольдса. Опубликованные работы, посвященные исследованию конвективного теплообмена тел различной конфигурации, нет, и, естественно, возникает необходимость в их постановке и соответствующем анализе этих результатов.

В данной работе экспериментально исследован конвективный теплообмен шара, цилиндра, комуса, диска, панты и пластины. Изучена также зависимость теплообмена от ориентации тел в потоке воздуха. Опыты проведены при единаковых тепловых и гидродинамических условиях в наиболее интересном для технических применений диапазоне чисел Рейнольдса от 10^4 до $1.5 \cdot 10^5$. Степень турбулентности набегающего потока составляла 2,4%.

С тем чтобы установить детальную картину тепловых потоков на различных участках поверхности тела и особенно в кормовой области, были проведены теплофизические опыты по изучению локального теплообмена типичного тела недоступного для обтекания формы (круговой цилиндр).

Обработка экспериментальных данных позволила получить критериальные уравнения суммарного теплообмена лаважи опытных тел с воздушным потоком. Анализ результатов эксперимента дал возможность сделать также ряд качественных заключений о влиянии формы поверхности на процесс конвективного теплообмена. В частности, рассмотрев вопрос о возможности исключения фактора формы из расчетных соотношений путем использования в критериях подобия единого определяющего размера.

Полученные обобщенные зависимости позволяют при заданных условиях теплообмена подобрать наиболее рациональную форму теплообменной поверхности.

Кроме того, установленные ниже критериальные уравнения могут быть положены в основу приближенных тепловых расчетов теплообменных поверхностей котлов, регенераторов, термических печей и т. д.

87

МЕТОДИКА И ТЕХНИКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ

Исследование средних значений коэффициента теплообмена. Экспериментальное исследование теплообмена тел различной формы проводилось в аэродинамической трубе замкнутого типа [30]. Сечение рабочей части трубы квадратное (0.5×0.5 м).

Стабилизация потока в рабочем створе осуществлялась с помощью соответственно подобранных сеток. Неравномерность поля осредненных скоростей в центральной области, занимющей более 80% сечения, не превышала 1—1.5% от скорости на оси течения.

Скорость воздуха регулировалась с помощью системы заслонок и определялась комбинированной трубкой Пито—Прандтля, соединенной с микроманометром типа ММН класса точности 0,5.

Степень турбулентности $\epsilon = \sqrt{V^2/V}$ набегающего потока определялась по тепловой шкале шар-турбулуметра, связывающей суммарную теплоотдачу нагретого тела со степенью турбулентности и числом Рейнольдса. Зависимость ϵ от температуры находилась методом измерения длины теплового следа, суть которого в том, что прятеженность спутной струи за нагретой проволочкой зависит от степени турбулентности набегающего потока.

Воздух в аэродинамической трубе нагревался восемисекционным электрокалорифером мощностью 88 квт, три секции которого были оборудованы системой автоматического регулирования.

Стабильность поддержания заданной температуры потока воздуха в трубе была в пределах $\pm 0.1^\circ\text{C}$.

Опытные тела изготавливались из листовой меди толщиной 0,0015 м. Геометрические размеры их, приведенные ниже, отвечают требованиям аэродинамического эксперимента о допустимости загромождения моделью поперечного сечения трубы на более чем на 4—5%:

Шар	диаметр 0.12 м.
Цилиндр	диаметр 0.07 м, высота 0.17 м.
Конус	диаметр основания 0.12 м, высота 0.18 м.
Диск	диаметр 0.144 м, высота 0.027 м.
Плита	общие размеры $0.16 \times 0.1 \times 0.025$ м.
Пластина	обогреваемая длина 0.10 м, полная длина 0.4 м, ширина 0.5 м, толщина 0.025 м.

Внутрь опытных тел (рис. 1) в зависимости от их конфигурации монтировались трубчатые эмиссионные сферонадальной, цилиндрической конической формы или трубчатые решетки

из пластины и диска с частично наскрепленными отверстиями диаметром 0,0005 м. Спираль или решетка в трех местах соединялась с трубкой для охлаждающей жидкости. В качестве охладителя использовалась дистиллированная вода, которая из резервуара поступала в воздухоходитель, далее через подводящую трубку в спираль или решетку и, выходя через отверстие в них, равномерно омывала внутреннюю поверхность

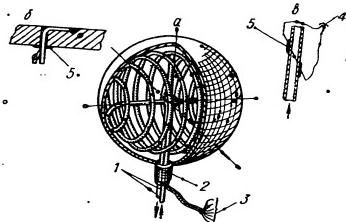


Рис. 1. Схема устройства опытного тела:

1 — опытуемое тело; 2 — сквозь экраном термопар в стенку; 3 — схема зазора термопар в подводящих трубках; 4 — место засыпки термопар в подводящих трубках; 5 — штицер; 6 — провода термопар; 7 — термопары; 8 — клей

опытного тела. Из полости опытного тела вода выходила через отводящую трубку в охладитель и затем в мерный сосуд.

Необходимый для поддержания неизменной температуры поверхности опытного тела расход воды устанавливался с помощью игольчатого вентиля и замерялся весовым способом.

Температура стенки тела измерялась 12—14 медь-константановыми термопарами, заделанными в стенку заподлицо с наружной поверхностью. Температура охлаждающей воды — термопарами, установленными внутри подводящей и отводящей трубок. Электродвижущая сила термопар измерялась потенциометром ПМС-48 с соответствующими подборанными к нему по своим характеристикам гальванометрами типа ГЭС-47 и ГМП.

Модель помещалась в рабочую часть аэродинамической трубы на достаточно жесткой боковой державке из стали с внешним диаметром 0,013 м и удерживалась в потоке специальным координатником. Полая державка служила одновременно выводом для термопар и трубок с охлаждающей водой.

Измерения производились при стационарных тепловом и гидродинамическом установках опыта. Режим считался устанавлившимся, когда 5—6 последовательных измерений давали устойчивые показания.

Температура воздуха в аэродинамической трубе варьировалась в пределах 60—140°С, а скорость его движения от 2,5 до 18 м/сек. Температура поверхности исследуемого тела поддерживалась во всех опытах постоянной и равнялась 32,7±0,2°С.

Среднее значение коэффициента конвективного теплообмена определялось по формуле

$$\bar{z}_k = \frac{Q - Q_a}{(t_f - t_w) F \tau}, \quad (1)$$

где Q — общее количество тепла, воспринимаемое телом; Q_a — радиационная доля тепла; F — поверхность тела; τ — время; t_f и t_w — соответственно температуры набегающего потока воздуха и стенки опытного тела;

$$Q = G(t_{\text{вых}} - t_{\text{вх}}), \quad (2)$$

где G — количество охлаждающей воды, прошедшей через опытное тело за время эксперимента τ ; $t_{\text{вх}}$ и $t_{\text{вых}}$ — температура охлаждающей воды на входе и выходе опытного тела.

При подсчете Q_a по известной формуле Стефана—Больцмана величина степени черноты принималась равной 0,62. В процессе опыта измерялась температура внутренней поверхности рабочего створа аэродинамической трубы.

Обобщение результатов опытов проводилось методами теории подобия исходя из математического описания процесса в виде известных дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} V, \operatorname{grad} t &= a \nabla^2 t; \\ \varphi(V \operatorname{grad}) V &= -\operatorname{grad} P + \mu \nabla^2 V; \\ \operatorname{div} V &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Границные условия:

$$\begin{aligned} V_{\infty} &= 0; \quad V_f = V_f(x); \\ \lambda(\operatorname{grad} t)_w + z(t_f - t_w) &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Критериальные зависимости получены в обычной форме:

$$Nu = C Re^a. \quad (5)$$

В качестве определяющей температуры, по которой определялись физические величины, входящие в критерии подобия, принималась температура набегающего потока воздуха t_f . За определяющий линейный размер принимались характеристические геометрические размеры тела: диаметр, длина по потоку, образующая. В последующем предпринимается попытка обобщить полученные данные по теплообмену различных тел с помощью введения в критерии подобия единого характеристического размера.

Исследование локальных коэффициентов теплообмена. Правильное суждение об особенностях и физических закономерностях конвективного теплообмена тел различной конфигурации можно получить лишь на основе тщательно проведенных опытов и всестороннего анализа гидродинамической и тепловой картин процесса. В первую очередь эту картину важно установить для тел, обтекаемых с отрывом, т. е. для тел такого типа, которые приняты в данном исследовании.

При отрывном обтекании значительная часть кормовой поверхности тела находится в зоне вихревого обмена, образованной в результате отделения пограничного слоя от стени. Теплообмен тела, обтекаемого с отрывом, в значительной степени определяется особенностями течения в кормовой области, где процессы переноса тепла до сих пор мало изучены. Размеры этой области и характер движения среды в ней зависят не только от конфигурации тела и его ориентации в потоке, но также и от условий опыта (равномерность поля осредненных скоростей набегающего потока и уровень его турбулентности, ограниченность потока и особенности конструкции рабочей части аэродинамической трубы, расположение державок и др.).

Изложенные в литературе немногочисленные экспериментальные работы, посвященные изучению кормовой зоны, в основном освещают изотермическое движение несжимаемого газа. Например, в работе Л. А. Вулса и С. И. Исатеева [1] выявлены размеры (длина и ширина) циркуляционной зоны в зависимости от формы тела. С. М. Павлов [2] по распространению легкой инородной примеси исследовал характер циркуляционного движения воздуха в кормовой области за поперечно обтекаемым круговым цилиндром.

Однако в обеих работах не исследовался теплообмен в кормовой области. Поэтому их результаты из-за индивидуальных особенностей могут быть использованы лишь для качественных оценок процесса.

Для анализа и сравнения теплообмена различных тел оказывается необходимым изучить в тех же условиях опытов характер локального теплообмена в кормовой части наиболее типичного тела плохо обтекаемой формы.

В качестве модели был выбран цилиндр кругового сечения. Данные о распределении тепловых потоков на поверхности цилиндра, а также выводы, на них основанные, имеют весьма общий характер и могут быть отнесены ко всем телам плохо обтекаемой формы.

Для исследования процесса теплообмена на поверхности цилиндра был применен метод Г. Н. Кружилина и В. А. Шварца [3]. Метод основан на вычислении коэффициента теплообмена a по распределению температуры в твердой стенке по-голого обтекаемого тела при заданных и измеряемых в опытах стационарных температурных условиях на его границе.

Температурное поле внутри твердого тела можно определить путем решения уравнения Лапласа, запись которого для плоской задачи в цилиндрических координатах имеет вид

$$\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 t}{\partial \theta^2} = 0. \quad (6)$$

Принимаются граничные условия:

$$t = t_1 = \text{const} \text{ при } r = r_1; \\ t = t_2(\Theta) \text{ при } r = r_2. \quad (7)$$

Общим интегралом уравнения (6) будет сумма бесконечного числа частных его интегралов, т. е.

$$t = (C_1 + C_2 \Theta) (C_3 + C_4 \ln r) + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos n \Theta + B_n \sin n \Theta) (C_n r^n + D_n r^{-n}). \quad (8)$$

Подчиняя общий интеграл граничным условиям и учитывая свойства цикличности и симметрии распределения температур относительно направления потока, находим окончательное выражение температурного поля в цилиндре:

$$t = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} t_2(\Theta) d\Theta \frac{\ln \frac{r}{r_1}}{\ln \frac{r_2}{r_1}} + \\ + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} t_2(\Theta) \cos n \Theta d\Theta \cos n \Theta \left(\frac{r_2}{r} \right)^n \left(\frac{r_2^{2n} + r_1^{2n}}{r_2^{2n} - r_1^{2n}} \right). \quad (9)$$

Искомое распределение коэффициента теплообмена на поверхности цилиндра

$$z(\Theta) := - \frac{i_t \left(\frac{\partial t}{\partial r} \right)_{r=r_2}}{i_2(\Theta) - i_t} \quad (10)$$

или после использования выражения (9)

$$z(\Theta) := - \frac{i_t}{r_2 [i_2(\Theta) - i_t]} \left[\frac{t_1 - a_0}{\ln \frac{r_2}{r_1}} + \right. \\ \left. + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n \Theta n \left(\frac{r_2^{2n} + r_1^{2n}}{r_2^{2n} - r_1^{2n}} \right) \right], \quad (11)$$

где a_0 и a_n — гармонические коэффициенты разложения кривой в тригонометрический ряд Фурье; n — номера гармоник ряда Фурье.

Отсюда приходим к формуле для местного значения числа Нуссельта:

$$Nu = \frac{a \Theta r_2}{i_t} = - \frac{i_t \Theta}{i_t [i_2(\Theta) - i_t]} \left[\frac{t_1 - a_0}{\ln \frac{r_2}{r_1}} + \right. \\ \left. + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n \Theta n \left(\frac{r_2^{2n} + r_1^{2n}}{r_2^{2n} - r_1^{2n}} \right) \right], \quad (12)$$

где Θ — угол (в дуговой мере) между радиусом данной точки внешней поверхности и направлением потока; r_1 , r_2 и r — внутренний, внешний и текущий радиусы цилиндра; t_1 — температура внутренней стенки цилиндра, принимается постоянной; $i_2(\Theta)$ — экспериментально найденная на внешней поверхности цилиндра температурная кривая, зависящая от характера внешнего обтекания цилиндра; i_t и i_f — коэффициенты теплопроводности материала цилиндра и внешней среды.

Изложенный метод нахождения коэффициента теплообмена поверхности поперечно обтекаемого цилиндра является полуэкспериментальным. При этом на эксперимент возлагается сравнительно простая задача получения кривой изменения температур на внешней поверхности при условии, что на внутренней поверхности непрерывно действующим источником теплоты поддерживается значение $t_1 = \text{const}$.

К опытным телам прельяется требование, чтобы стеки обладали значительным тепловым сопротивлением (нетеплопроводный материал, достаточная толщина). В противном случае график изменения температур по внешней поверхности и дальнейшие вычисления будут недостаточно точны.

Полый цилиндр для экспериментального исследования был изготовлен из особой керамики шамотно-глинистого типа и имел следующие размеры:

$$r_2 = 0,0482 \text{ м}; r_1 = 0,0407 \text{ м}; \text{длина } 0,3 \text{ м}.$$

Коэффициент теплопроводности λ_t керамики определялся по методу Л. А. Семенова [4], базирующемуся на известном решении задачи с двусторонним нагреванием бесконечной пластины тепловым потоком постоянной мощности. В результате были получены значения $\lambda_t = 0,775$.

Цилиндр обогревался изнутри водой, в которую помещался электрический нагреватель. Вода в полости стакана доводилась до кипения при атмосферном давлении. Таким образом, состояние непрерывного кипения внутри цилиндра поддерживалось при равновесии между подводом энергии к нагревателю и отводом тепла с внешней поверхности.

На наружной поверхности цилиндра по его образующей с шагом 15° было заделано 13 медно-константановых термопар; 2 термопары устанавливались внутри цилиндра для контроля температуры кипящей воды. Температура воздуха в аэродинамической трубе состояла в среднем $+5^\circ$ град. Циркуляция теплопературный перепад составляла примерно 95°C .

Опыты проводились при скорости потока $13,7 \text{ м/сек}$. Для проверки достоверности измененного распределения температур цилиндр поворачивался на 90° и после некоторого периода тепловой стабилизации замерялся повторяясь. Только в случае совпадения показаний термопар, расположенных на одинаковом удалении от критической точки, данные считались надежными и пригодными для обработки.

С помощью показаний на рис. 2 опытной кривой $t_2(\Theta)$ по уравнению (11) определены полные местные коэффициенты теплообмена в интервале значений углов от 0 до 180° . Коэффициенты конвективного теплообмена подсчитывались затем по уравнению

$$\alpha_k = \alpha_{\text{бш}} - \alpha_o, \quad (13)$$

где

$$C = \left[\left(\frac{T_h}{-100} \right)^2 - \left(\frac{T_f}{-100} \right)^2 \right]^{1/2},$$

$$\alpha_o = - \frac{C}{t_n - t_f} \quad (14)$$

$$(z = 0,9).$$

* Оптическое изображение λ_t производится в лаборатории теплофизики ИТМО АН БССР.

При обработке опытных данных в критериальном виде физические параметры, в отличие от работы Кружилина и Шваба, относились не к средней планометрической температуре поверхности тела

$$t_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} t_2(\Theta) d\Theta, \quad (15)$$

а к другим определяющим температурам. Коэффициент теплопроводности среды для удобства сравнения с известными в литературе данными относился к температуре набегающего потока t_2 , а коэффициент кинематической вязкости к температуре стени $t_2(\Theta)$. Разложение кривой $t_2(\Theta)$ в ряд Фурье и нахождение коэффициентов ряда производилось приближенным графоаналитическим методом Чебышева [5]. Разложение ограничивалось 12 гармониками. Для проверки точности найденного значения критерия Нуссельта был проведен дополнительный расчет исходя из 18 гармоник.

РЕЗУЛЬТАТЫ ОПЫТОВ

Шар. Результаты экспериментального исследования теплообмена шара с вынужденным турбулентным потоком воздуха представлены на рис. 3. Каждая из нанесенных на графике опытных точек является результатом 5—6 отдельных измерений. Из рисунка видно, что все экспериментальные точки удовлетворительно обобщаются зависимостью

$$Nu_l = 0,19 Re^{0,64}. \quad (16)$$

Максимальные отклонения опытных точек от результатов прямой не превышают $\pm 4\%$. Расположение точек на графике указывает также на то, что в исследуемом диапазоне температурных напоров (от 27 до 107°C) влияние температурных условий на теплообмен является, очевидно, не значительным и лежит в пределах погрешности опытов. На рис. 3, б наши результаты эксперимента сопоставляются с результатами других авторов. Особый интерес представляют данные опытов Я. Г. Лобянского и В. А. Шваба [6], по-

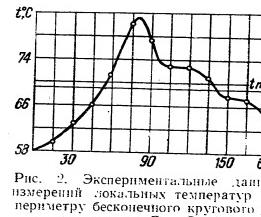


Рис. 2. Экспериментальные данные измерений локальных температур по периметру бесконечного кругового цилиндра при $Re \sim 5 \cdot 10^4$

лученные при известных значениях степени турбулентности набегающего потока $\epsilon = 0.4$ (кривая 3) и 2.8% (кривые 2). Результаты наших измерений (кривая 1) хорошо совпадают с кривой 2. Вполне удовлетворительное согласие наблюдается и с формулой, предложенной Б. Д. Капельсоном и Ф. А. Тимофеевой [7, 8] на основе собственных измерений и обобщения обширного опытного материала по теплообмену

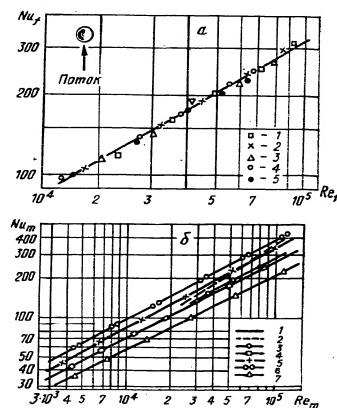


Рис. 3. Теплообмен шара с вынужденным потоком воздуха:
— экспериментальные данные автора ($t = 60^\circ \text{C}$,
 $\epsilon = 0.4$, $2 - 100$, $4 - 120$, $5 - 140^\circ \text{C}$), \circ — сопоставленные экспериментальные данные автора (1) с результатами других авторов (2 — [6], 3 — [7],
 $4 — [8]$, $5 — [10]$, $7 — [11]$)

частич в вынужденном потоке (кривая 4). Если учесть, что кривые 4 и 3 почти совпадают ($\epsilon = 0.4\%$), то заметное расхождение в наклоне графика наших опытов и результатов Б. Д. Капельсона и Ф. А. Тимофеевой объясняется лишь различной степенью турбулентности потока, омывающего шар. При $Re = 2 \cdot 10^4$ отклонение наших опытов от указанной зависимости составляет $+5\%$, а при $Re = 10^5 + 15\%$. Кривые 5 и 6, располагающиеся выше, построены по расчетным формулам Мак-Адамса [10] и Вильямса. Обе зависимости

являются результатом обобщения работ (в основном зарубежных авторов) по теплообмену шаров диаметром от 0.00033 до 0.12 м. Ниже всех лежат экспериментальные данные Юре [11] (кривая 7), производившего исследования на сферах диаметром от 0.001 до 0.06 м.

В целом сопоставление наглядно подтверждает достоверность полученных результатов для наиболее изученной ма-

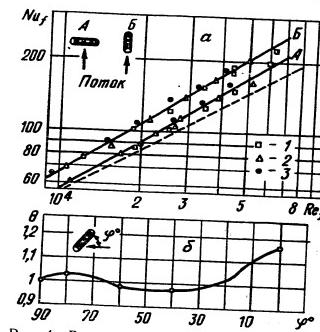


Рис. 4. Результаты экспериментального исследования теплообмена конечного цилиндра (а) и зависимость коэффициента теплообмена от ориентации цилиндра в потоке (б).

А — поперечное, Б — продольное обтекание; штриховая линия соответствует расчетной для бесконечного цилиндра по [12]. $1 - 60^\circ \text{C}$, $2 - 10^\circ$,
 $3 - 140^\circ \text{C}$

рообразной формы тела и обосновывает правильность выбранной методики проведения опытов.

Цилиндр. Теплообмен конечного цилиндра (рис. 4) изучался при различной его ориентации (продольном и поперечном расположении) в потоке. При продольном обтекании, т. е. когда ось цилиндра параллельна направлению потока, обобщающая опытные точки критериальная зависимость имеет следующий вид:

$$Nu_f = 0.123 Re_f^{0.68} \quad (17)$$

Результаты опытов с этим же цилиндром, но с поперечным расположением его в потоке, т. е. когда ось цилиндра

перпендикулярна направлению потока, обобщаются уравнением

$$Nu_f = 0,118 Re_f^{0.67} \quad (18)$$

Некоторое повышение интенсивности теплообмена про-
дольно обтекаемого цилиндра можно объяснить наличием
турбулентного обмена на всей поверхности модели, так как
кромки и плоский передний срез приводят к турбулизации и
вихреобразованию. Поперечное же расположение цилиндра
и потока представляет собой случай обтекания с отрывом.
При котором в кормовой части тела образуется замкнутая
циркуляционная зона с возвратными течениями и завихре-
ниями.

Х. Сквайр [12] отмечает, что в кормовых зонах скорость
обратного течения может достигать всего 30% от скорости
основного потока среды. Эта зона будет заключать в себе
главным образом объемы воздуха, подсасываемые (за счет
разрежения кормовой области) из пограничного слоя с пе-
редней части цилиндра.

Температура этих объемов поэтому будет близка к тем-
пературе стени. Поскольку скорость в замкнутой циркуляци-
онной зоне гораздо меньше, чем в основном потоке, температу-
рные напоры (локальные) на тыльной стороне цилиндра
будут меньше, чем на передней. Последнее и объясняет
уменьшение интенсивности теплообмена в целом.

Этот вывод хорошо подтверждается результатами опреде-
ления величины локальных коэффициентов теплообмена на
бесконечном круговом цилиндре (рис. 5), полученными при
значениях $Re=5 \cdot 10^4$. Как видно из графика, интенсивность
теплообмена, начиная с лобовой точки ($\theta=0$), постепенно
падает, достигая наименьшего значения вблизи места отрыва
пограничного слоя от поверхности, и затем снова возрастает
вплоть до $\theta=180^\circ$. График показывает неустойчивый харак-
тер теплообмена поверхности тела в кормовой области.

В отличие от результатов Г. Н. Кружилина и В. А. Шваба
в условиях наших опытов ($Re=5 \cdot 10^4, \epsilon=2.4\%$) получено, что
интенсивность теплообмена кормовой области ниже, чем пе-
редней. Этот вывод будет положен в основу последующего
анализа результатов исследования процесса теплообмена
тел различной конфигурации с вынужденным газовым по-
током.

Минимумы опытных кривых $t_2(\theta)$ и $Nu(\theta)$ почти совпа-
дают со значениями угла отрыва ламинарного пограничного
слоя (примерно 83°). Примерно такой же угол отрыва полу-
чен на круговом цилиндре многими исследователями и при-
веден в справочной литературе.

Кривая $Nu(\theta)$ имеет отчетливо выраженный характерный
перегиб вблизи $\theta=100^\circ$. Эта особенность графика находит
объяснение, если рассмотреть динамику обтекания кругового
цилиндра турбулентным потоком несжимаемого газа. На
рис. 6 для сравнения показана заимствованная из [13] эпюра
безразмерных давлений кругового цилиндра. Многочисленны-
ми исследованиями установлено [14], что перегиб на кривой

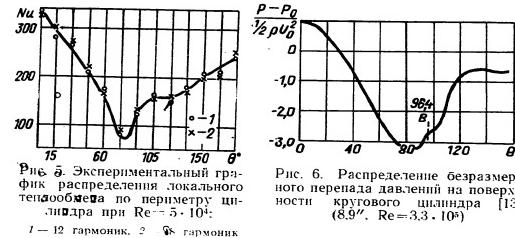


Рис. 5. Экспериментальный график распределения локального теплообмена по периметру цилиндра при $Re=5 \cdot 10^4$:

1 — 1 гармоник, 2 — 2 гармоник



Рис. 6. Распределение безразмерного перепада давлений на поверхности кругового цилиндра [13] (8.9° , $Re=3.3 \cdot 10^4$)

давлений связан с переходом в этой области оторвавшегося
ламинарного пограничного слоя в турбулентный. Существует
предположение, что вблизи точки перехода происходит местный
отрыв слоя, сопровождающийся обратным и кратковре-
менным его прилипанием к поверхности тела. Сказанное по-
зволяет дать аналогичное объяснение поведению кривой ло-
кального теплообмена.

Сравнение полученных нами данных с результатами других
исследователей показывает удовлетворительное согласие с ними только на лобовой части поверхности и значительное
различие в кормовой. Как отмечается в работе [3], в кормо-
вой части поверхности расходятся, однако, кривые всех иссле-
дователей.

В этой же работе даётся обоснованное объяснение этого.
Расхождения обусловлены главным образом различной
обстановкой опытов, влиянием структуры потока, заграждением сечения аэродинамической трубы моделью,
взаимовлиянием модели и стенок рабочего створа и др.

Отсюда можно сделать вывод о том, что кормовая часть
теплоотдающей поверхности неудобообтекаемого тела больше,
чем передняя, чувствительна к условиям, в которых про-
текает процесс теплообмена между телом и средой. Это объ-
ясняет и то, что полученные целым рядом исследователей
эмпирические зависимости среднего коэффициента теплооб-

мена различных тел неудобообтекаемой формы зачастую расходятся друг с другом и не поддаются анализу и обобщению, поскольку данные получены в различных условиях опыта.

На рис. 7 представлен график $\text{Nu}_b / \text{Re}_b = f(\Theta)$ в пределах $0 \leq \Theta \leq \pi/2$, который удовлетворительно согласуется с известными теоретическими расчетами [15]. В частности, для лобовой критической точки нами получена $\text{Nu} / \text{Re} = 0.98$, что всего на 1,2% отличается от известного значения Сквайра при $\Pr = 0.7$.

При вычислении местного значения критерия Рейнольдса распределение скорости $V(\Theta)$ бралось нами не из потенциального обтекания $V(\Theta) = 2V_i \sin \Theta$, а по формуле Хименца

$$\frac{V_a}{V_i} = 3.63 \left(\frac{\Theta}{2} \right) - 2.16 \times \left(\frac{\Theta}{2} \right)^3 - 1.51 \left(\frac{\Theta}{2} \right)^5, \quad (19)$$



Рис. 7. Зависимость $\text{Nu}_b / \text{Re}_b = f(\Theta)$, полученная по методу Г. И. Кружилина и В. А. Швабы; 1 — 12 гармоник, 2 — 18 гармоник

учитывающей обратное влияние отрыва и кормовой области на распределение скоростей внешнего потока в передней части цилиндра (V_f — скорость набегающего на тело потока; V_θ — местное значение скорости в некоторой точке вдоль цилиндра).

К этим же выводам приводят и анализы работы [2]. Уместно лишь отметить, что кормовая область для цилиндра конечных размеров будет меньше, чем у бесконечного цилиндра, вследствие обтекания жидкостью торцов цилиндра [16].

Штриховая кривая на рис. 4 соответствует расчетным зависимостям Хильпера [17] и Жукаускаса [18] для поперечно обтекаемых бесконечных цилиндров. Наши результаты (ориентация А) отличаются от указанных зависимостей в основном тангенсом угла наклона кривых.

Анализируя результаты отдельных работ [6, 19], посвященные изучению влияния степени турбулентности набегающего потока на теплообмен, можно заметить, что с ростом степени турбулентности потока кривые зависимости $\text{Nu} = f(\text{Re})$ меняют свой наклон (см. таблицу на стр. 101).

Показатель степени n при Re с ростом турбулентности возрастает, коэффициент C наоборот, уменьшается.

Таким образом, наблюдаемое на рис. 4 отклонение наших результатов от данных Хильпера и Жукаускаса можно отнести

$\Theta, ^\circ$	C	n
0.4	0.216	0.620
1.1	0.182	0.641
1.5	0.170	0.650
1.8	0.156	0.662

сти к имеющей место в опытах различной степени турбулентности среды.

Согласно проведенным наблюдениям, интенсивность теплообмена поверхности оснований цилиндра соответствовала

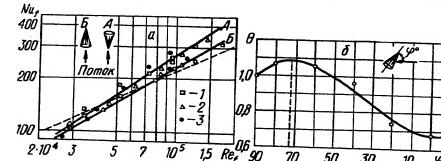


Рис. 8. Результаты экспериментального исследования теплообмена конуса (а) и зависимость коэффициента теплообмена от ориентации конуса в потоке (б):

1 — поток потока с вершиной; 2 — поток потока с торцом; 3 — штриховая линия по формуле (21); $\beta = 60^\circ$, $C = 100$, $n = 1.0$

примерно средним значениям интенсивности теплообмена боковой поверхности. Указанное обстоятельство, очевидно, объясняет удовлетворительное совпадение наших данных по теплообмену поперечно обтекаемого конечного цилиндра с результатами А. А. Жукаускаса и Р. Хильпера для цилиндров бесконечной длины.

Отсюда можно сделать вывод, что в пределах отношения $l/d > 2.5$ (где l — длина и d — диаметр цилиндра), влияние ограниченностей цилиндра на интенсивность теплообмена несущественно. Такой вывод подтверждается также результатами экспериментального исследования теплообмена конечного цилиндра в зависимости от ориентации его в потоке воздуха (рис. 4, б). Характер кривой в интервале изменения угла ориентации Θ от 90° до 60° аналогичен зависимости для поперечно обтекаемого бесконечного цилиндра по А. С. Синельникову и А. С. Чашкину. Как и в названной работе, имеет место некоторое возрастание коэффициента теплообмена при $\Theta \approx 80^\circ$. Дальнейшее изменение Θ от 60 до 30° характеризуется стабильным значением коэффициента тепло-

обмена, а затем, начиная с $\Theta = 30^\circ$ и меньше, наблюдается повышение его с достижением максимума при $\Theta = 0$.

Конус. Исследовалась модель с раствором угла при вершине 36° . Результаты опытов представлены на рис. 8. Обобщение результатов для конуса, ориентированного вершиной к направлению скорости набегающего потока, позволило получить уравнение

$$Nu_f = 0.128 Re_f^{0.65} \quad (20)$$

Штриховая линия на рисунке соответствует аналитической зависимости

$$Nu_f = 0.767 Re_f^{0.5} Pr_f^{1/3} \quad (21)$$

для среднего коэффициента теплообмена конуса, рекомендованного Джонсоном и Рубезиным [20].

Этой же формуле отвечают и экспериментальные данные Эбера [21], исследовавшего теплообмен на конусах с углами при вершине $10^\circ, 20^\circ$ и 30° . Результаты этих исследований получены при незначительной турбулентности набегающего потока воздуха. Кроме того, в формуле (21) не учитывается теплообмен кормовой части конуса, поверхность которой в нашем случае составляет 31.5% от боковой поверхности теплообмена.

Для конуса, расположенного основанием к направлению набегающего потока, экспериментальные точки удовлетворительно коррелируются уравнением

$$Nu_f = 0.057 Re_f^{0.74} \quad (22)$$

Из графика зависимости коэффициента теплообмена конуса от угла ориентации Θ в потоке видно, что коэффициент теплообмена достигает максимума, когда Θ составляет примерно 72° . При отклонении от этого положения в сторону увеличения или уменьшения Θ интенсивность теплообмена снижается.

Разброс точек от обобщающих кривых не превышает $\pm 6\%$.

Расхождение в величинах коэффициента теплообмена конуса, различным образом ориентированного в набегающем потоке, объясняется тем, что на большей части боковой поверхности конуса, ориентированного вершиной к направлению потока, в выбранном диапазоне чисел Рейнольдса устанавливается пограничный слой.

Теперь рассмотрим, что происходит в кормовой области конуса. В случае осесимметричного обтекания образующиеся вихри, как показывают опыты, превращаются в одиночный

кольцевой вихрь [22]. На некоторых телах (шар, диск), в том числе и на конусе, кольцевой вихрь в области Рейнольдса $5 \cdot 10^3 \leq 5 \cdot 10^5$ ясно выражен и явно стационарен. Благодаря турбулентности на линии раздела внешнего потока с зоной циркуляции (зона кольцевого вихря) имеет место постоянная пульсация с массообменом. За единицу времени определенное количество воздуха проникает из внешней зоны во внутреннюю, в то время как в силу неразрывности такое же количество переходит из внутренней области во внешнюю. Одновременно в результате переноса импульсов вихри вращаются.

Отсюда можно заключить, что полный цикл обновления объема воздуха в зоне циркуляции займет определенный промежуток времени, в результате чего температура в кормовой области по сравнению с внешним потоком повысится. Это повышение температуры приводит к уменьшению перепада температур между стенкой и омывающей средой, что ведет к ухудшению теплообмена кормовой стороны конуса.

При обтекании конуса со стороны его основания картина взаимодействия тела с потоком совершенно иная. Основанием конуса является диск, обтекание которого будет осесимметричным. Набегающий на основание конуса поток симметрично разделяется и с возрастающей к краям скоростью обтекает плоскую часть поверхности, а затем срывается, образуя замкнутую циркуляционную зону (как в примере с конусом в положении A). Однако в этом случае часть зоны как бы искусственно заполнена самим телом (конусом), форма и размеры которого примерно соответствуют размерам образуемой зоны циркуляционного течения [1]. Следовательно, боковая поверхность конуса будет находиться примерно на линии раздела зон внешнего и замкнутого потоков, т. е. примерно зоне турбулентного обмена.

Сказанное объясняет, почему теплообмен конуса при наtekании потока с основания выше, чем при наtekании с вершиной. В первом случае 75% общей поверхности участвует в турбулентном обмене, в то время как во втором примерно 40—60% (кормовая зона и участок ламинарного пограничного слоя) общей поверхности находится в условиях ухудшенного обмена.

Диск. При поперечном расположении модели (рис. 9) в потоке воздуха опытные данные соответствуют уравнению

$$Nu_f = 0.028 Re_f^{0.77} \quad (23)$$

При продольном обтекании диска критериальное уравнение имеет вид

$$Nu_f = 0.017 Re_f^{0.86} \quad (24)$$

Большая разница в интенсивности теплообмена при продольном и поперечном расположении диска в потоке наглядно иллюстрирует огромное влияние кормовой зоны на процесс переноса тепла.

Проведенные Л. А. Вулисом и С. И. Исакаевым измерения [1] геометрических размеров зоны циркуляции для поперечно расположенного в потоке диска показывают, что она

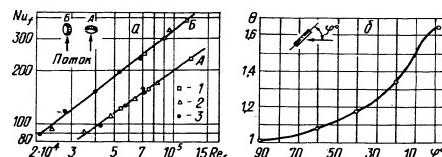


Рис. 9. Результаты экспериментального исследования теплообмена диска (а) и зависимость коэффициента теплообмена от ориентации диска в потоке (б):
— поперечное, — продольное обтекание; $T = 60^\circ\text{C}$, $\dot{m} = 100$, $3 = 140^\circ\text{C}$

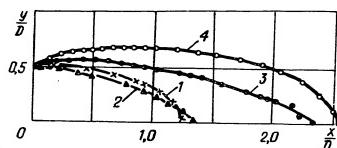


Рис. 10. Геометрические размеры (ширина и длина) зоны циркуляции для отдельных тел по [1]:
1 —尖端, 2 — цилиндр, 3 — пластина, 4 — диск

имеет по сравнению с другими телами максимальные значения (рис. 10). На этом рисунке приведены замкнутые зоны циркуляционного движения, ограниченные поверхностью $V=0$, где V — скорость потока. Пространственные координаты нанесены в безразмерных величинах, т. е. значения x и y отнесены к определяющему размеру опытного тела.

О размерах кормовой зоны можно судить и на основе данных измерения полного сопротивления моделей в потоке [8, 16]. При отрывном обтекании сопротивление давления обуславливается размерами зоны вихреобразования и в боль-

шинстве случаев всецело преобладает над сопротивлением трения. Отсюда значение коэффициента сопротивления будет приблизительно находиться в пропорциональной зависимости от размеров замкнутой циркуляционной зоны. Забегая вперед, укажем, что для диска в положении B коэффициент сопротивления имеет наибольшее значение по сравнению с остальными телами.

Таким образом, резкое ухудшение теплообмена диска в положении B можно объяснить влиянием кормовой зоны, где

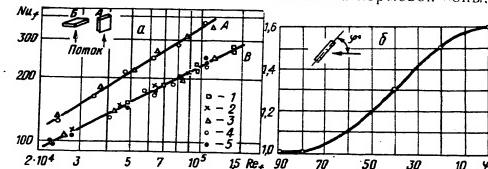


Рис. 11. Результаты экспериментального исследования теплообмена плиты (а) и зависимость коэффициента теплообмена от ориентации плиты в потоке (б):
— продольное, — поперечное обтекание; 1 — 0°C , 2 — 80, 3 — 100, 4 — 120, 5 — 140°C

скорости циркуляционного движения по абсолютной величине меньше, чем в передней конфузорной области. Это ухудшает конвективные условия теплообмена в кормовой части тела и влияет на величину теплового потока всей его поверхности.

Паузэл [23], например, изучая процесс массообмена с поверхностью диска, установленного перпендикулярно набегающему потоку, нашел, что скорость испарения с лобовой поверхности была на 10–15% выше, чем в кормовой.

При продольном расположении диска острые края его торцов приводят к более равномерному охлаждению турбулентным и завихренным потоком воздуха всей его поверхности. Полученные критериальные уравнения (23) и (24) обобщают результаты опытов с точностью $\pm 3\%$.

Изучение зависимости коэффициента теплообмена диска от его ориентации в потоке (рис. 9, б) указывает на то, что с переходом от продольного расположения диска в потоке к поперечному среднее значение коэффициента теплообмена уменьшается.

Плита. Экспериментальные данные при продольном расположении плиты в потоке воздуха (рис. 11) обобщаются уравнением

$$Nu_d = 0,107 Re_d^{0.7}, \quad (25)$$

При поперечном обтекании

$$Nu_t = 0.29 Re_f^0 \dots \quad (26)$$

При этом разброс точек относительно результирующих кривых не превышает $\pm 5\%$.

Характер полученных зависимостей и их расположение на графике аналогичны кривым для диска. Поперечное расположение лопаты в потоке воздуха приводит к понижению

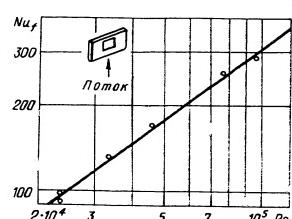


Рис. 12. Результаты экспериментального исследования процесса теплоподъема пластины (точки на прямой соответствуют 140°C).

ограниченной пластиной, изготовлены и испытаны, заделанной в сплошный теплоизоли-
тельный лист длиной 0,4 м. В теплообмене участвовали только
большие поверхности плиты, открытые наружу. Полагая, что
процесс не зависит от длины начального, не участвующего
в теплообмене участка предварительной стабилизации потока
[24, 25], в качестве определяющего размера по-прежнему при-
нималась длина плиты вдоль потока. Результаты опытов
пластиной показаны на рис. 12. Полученная зависимость

$$Nu_f = 0,031 Re_i^{0,8} \quad (27)$$

всего лишь на 3% отличается от выражения $Nu_f = 0,032 Re_f^{0.8}$, рекомендуемого Б. С. Петуховым, А. А. Детлафом и В. В. Кирилловым [26].

АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ

Анализируя результаты экспериментального исследования теплообмена десяти видов опытных тел с потоком воздуха, можно заметить, что для всех вариантов изменение угла атаки

ки опытного тела приводят к изменению показателя степени n и постоянной C в критериальном уравнении (5). Исключение составляет конечный цилиндр. Здесь, как и для бесконечного цилиндра, независимо от величины угла атаки показатель степени n остается почти постоянным, изменяется лишь C .

изменение характера процесса теплообмена на поверхности одного и того же тела в зависимости от его ориентации в потоке, несомненно, указывает на различный характер гидродинамического и теплового взаимодействия тела со средой.

Некоторые пред-¹ятия о взаимовлиянии гидродинамики и теплообмена в потоке воздуха можно получить из таблицы.

Таблица

Значения коэффициентов сопротивления для отдельных моделей

Тип	Ориен- тация	Пред- ы чисел	Величина коэффи- циента сопротив- ления	Характеристич. раз- мера кла (с)
Плита	A	—	—	—
Шар	—	$10^4 - 10^5$	$0,42 - 0,49$	0,12
Цилиндр	B	$8 \cdot 10^4$	0,68	0,0021
Диск	A	—	—	—
Пластинка	—	—	0,78	0,10
Конус	B	—	—	—
Цилиндр	A	—	0,85	0,0024
Конус	A	—	—	—
Плита	B	—	1,13	0,0016
Диск	B	$10^4 - 10^5$	1,3	0,147

Последовательность расположения различных тел в таблице соответствует убывающим значениям среднего коэффициента теплообмена. Величины коэффициентов сопротивления взяты из разных работ [8, 16, 1]. Несмотря на определенную отрывочность данных, можно все же отметить, что теплообмен тела в турбулентном потоке тем больше, чем меньше его гидродинамическое сопротивление. Но коэффициент сопротивления при течении с отрывом обусловливается в основном сопротивлением давления, которое в свою очередь определяется областью разрежения за местом отрыва потока. Чем больше по объему эта область, чем значительнее разрежения, устанавливающиеся в ней, тем больше и сила сопротивления.

Таким образом, в исследованном нами диапазоне чисел Рейнольдса чем больше зона циркуляции в кормовой части тела, тем хуже теплообмен тела с потоком.

ВЛИЯНИЕ ФОРМЫ ТЕЛ НА ПРОЦЕСС ВНЕШНЕГО ТЕПЛООБМЕНА

В силу идентичности условий проведения опытов очевидно, что для выяснения влияния формы тела на его теплообмен при прочих одинаковых условиях целесообразно принять единообразный для всех моделей характерный линейный размер, входящий в критерий подобия. Такой величиной, по мнению Ф. М. Полонской [27], может быть принят корень квадратный из площади активной поверхности теплообмена опытного тела (\sqrt{F}).

Все принятые нами тела имели одинаковую активную поверхность, равную 0.0452 м^2 .

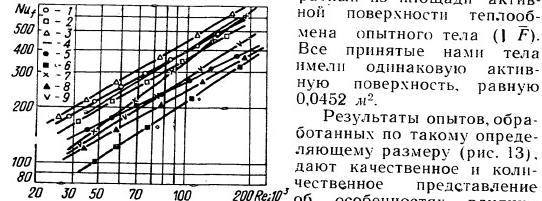


Рис. 13. Результаты экспериментального исследования процесса теплообмена тел различной конфигурации:

1 — шар, 2, 3 — цилиндр (соответственно, 4 — конус, 5 — пластина, 6 — диск, 8, 9 — конус)

мы не считаться с которым, очевидно, нельзя.

Влияние фактора формы на теплообмен незначительно лишь для моделей, имеющих относительно небольшие объемы зоны вихреобразования в кормовой части, таких как шар, цилиндр в любой ориентации, продольно обтекаемая пластина.

Некоторые авторы, изучавшие вопрос влияния формы на процесс тепло- и массообмена, предлагают в качестве обобщающих характерных размеров соответственно \sqrt{F} , I' (длина обтекания) по Кришеру [28] и F/P_m (отношение общей площади активной поверхности к периметру миделевого сечения по Пащенку [29]).

Мы проверили пригодность этих рекомендаций для наших условий теплообмена. Обработка опытных данных с использованием в качестве определяющего размера \sqrt{F} приводила выше. Полученный в этом случае разброс точек от возможной осредняющей универсальной кривой составляет $\pm 32\%$. Лишь для цилиндра в любой ориентации, шара и продольно обтекаемой пластины может быть указана единая зависимость с относительным разбросом точек $\pm 10\%$.

С точки зрения обоснованности определяющего размера выбор значения F/P_m более оправдан по сравнению с величиной \sqrt{F} , так как входящий в знаменатель периметр миделевого сечения учитывает не только форму, но и отчасти ориентацию тела в потоке. Тем не менее обработанные по такой методике данные дают несколько больший относительный разброс точек.

Те же результаты получены нами и при обработке опытных данных по I' .

Таким образом, использование \sqrt{F} , I' и F/P_m в качестве характерных размеров с целью обобщения опытных данных одной критериальной зависимости в наших исследованиях не приводит к положительным результатам — точки на графиках ложатся с большим разбросом. В этих же целях использовались и другие варианты подбора линейного размера, но безуспешно.

Возможность получения единой формулы, коррелирующей данные по различным телам с небольшой погрешностью, маловероятна прежде всего потому, что показатель степени при Re различен для тел разной формы. Кроме того, по имеющимся теоретическим зависимостям ясно, что фактор формы определяется не просто линейным размером, а более сложной зависимостью от различных параметров процесса, особенно в турбулентном потоке.

Однако для приближенных инженерных расчетов в определенных пределах числа Рейнольдса такую корреляцию данных можно получить за счет подбора определяющего размера. В нашем случае при значениях $Re = 10^4 \div 1.5 \cdot 10^5$ луч-

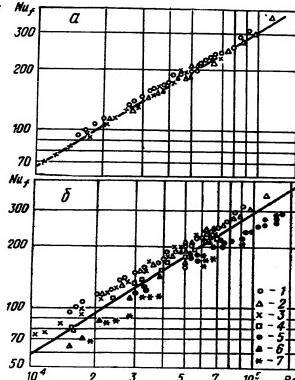


Рис. 14. Результаты экспериментального исследования процесса теплообмена тел различной конфигурации:

а — для трех различных опытных тел, б — для семи различностей опытных тел 4 — шар,

2, 3 — цилиндр (соответственно ориентации 4, 5 — пластина, 6 — диск, 7 — конус, 8, 9 — конус, 10 — конус)

шие результаты для обобщения (рис. 14) дает использование в качестве определяющего размера P_M/π (приведен диаметр по миделевому сечению). Этот характерный размер подсчитывается делением периметра миделевого сечения на число π . В этом случае экспериментальные точки по цилинду в любой ориентации и шару с точностью $\pm 5\%$ обобщаются уравнением вида

$$Nu_j = 0,143 Re_j^{0.67} \quad (28)$$

Вся группа изучаемых тел, за исключением конуса, расположенного вершиной к потоку, и диска с поперечным расположением в потоке, может быть объединена общей зависимостью

$$Nu_j = 0,125 Re_j^{0.67} \quad (29)$$

Максимальное отклонение опытных данных от осредненной кривой не превышает $\pm 18\%$.

Использование определяющего размера P_M/π , а следовательно, и формул (28) и (29) возможно лишь для обобщения данных по теплообмену тел, имеющих трехмерные измерение, т. е. для большинства тел конечных размеров, применяемых в технике.

Таким образом, полученное уравнение (29) с точностью $\pm 18\%$ в диапазоне Re от 10^4 до $1,5 \cdot 10^5$ позволяет рассчитывать процесс теплообмена материалов различной конфигурации, обтекаемых воздухом. Это оказывается особенно важным в процесах сушки, где приходится иметь дело с телами не только классической формы, но и более сложных форм.

Надо полагать, что полученные выше формулы, характеризующие конвективный теплообмен тел различной геометрической формы с вынужденным потоком газа, а также обобщенная приближенная формула (29) найдут применение и в других областях техники, в частности в практике расчетов теплообменных поверхностей котлов, регенераторов, термических печей и т. д.

Л и т е р а т у р а

1. Исследование физических основ рабочего процесса топок и печей. Изд. АН КазССР, 1957.
2. Павлов С. М. Теплоэнергетика, № 10, 1958.
3. Кружилин Г. Н. и Штаб В. А. ЖТФ, 5, вып. 3, 4, 1935.
4. Семенов Л. А. Труды Ростовского инженерно-строительного института, вып. 4, 1955.
5. Яковлев К. П. Физический практикум, З. Огн., ГИТГ, 1945.
6. Гойцинский Л. Г. и Штаб В. А. Труды ЦАГИ, вып. 239, 1935.
7. Капнельский Б. Д. и Тимофеева Ф. А. Котлотурбостроение, № 5, 1948.

8. Кутателадзе С. С. и Боришанский В. М. Справочник по теплопередаче. Госэнергоиздат, 1959.
9. Гребер Г. Эрк С. Григуль У. Основы учения о теплообмене Изд. 1958.
10. Мак-Дамс В. Х. Теплопередача, М., Металлургиздат, 1961.
11. Juge T. Paper, Amer. Soc. Mech. Engrs., No A-123, 7, 1939.
12. Скварр X. Вопросы ракетной техники, № 2 (38), ИЛ, 1957.
13. Современное состояние гидродинамики вязкой жидкости, т. I, под ред. С. Гольдштейна. ГИИЛ, 1948.
14. Лойцинский Л. Г. Механика жидкости и газа. ГИТГ, 1958.
15. Ескерт Е. VDI-Forschungsheft, 416, 1942.
16. Прандтль Л. Гидроаэромеханика, ИЛ, 1949.
17. Нирегер R. Porsch. Gebiete Ingenieurw., 4, 215, 1933.
18. Жукаускас А. А. Теплоэнергетика, № 4, 1955.
19. Kestin and Maeder R. Bulletin of the American Physical Society, 1, No 7, 364—365, 1956.
20. Johnson H. A. and Rubein M. W. Trans. ASME, 71, 447, 1949.
21. Ebe G. R. J. Aeronaut. Sci., 19, No. 1, 1952.
22. Quick A. W. Ein Verfahren zur Untersuchung des Austauschvorganges in verwirbeltem Stromung. Deutschen Versuchsanstalt für Luftfahrt (DLR) Ber. Nr. 12, 1956.
23. Maisel D. S. and Sherwood T. K. Chem. Eng. Progr., 46, 131—138, 1950.
24. Амброзович А. Б. Жукаускас А. А. Труды Академии наук Узбекской ССР, серия Б, 4(16). Вильнюс, 1958.
25. Михеев М. А. Конвективный и лучистый теплообмен. Изд. АН СССР, 1960.
26. Петухов Б. С., Детлаф А. А. и Кириллов В. В. ЖТФ, т. XXIV, вып. 10, 1954.
27. Полонская Ф. М. и Мельникова И. С. ИФЖ, т. I, № 2, 1958.
28. Krischer O. und Loos G. Chem. Ing. Techn., J. Teil 1, 2, 1958.
29. Pasternak I. S. and Guavin W. H. The Canadian Journal, O. A. Chemical Engineering, 38, 2, 1960.
30. Шитников В. К. Экспериментальное исследование конфигурации тела и угла атаки набегающего потока воздуха на процесс теплообмена. В сб.: «Тепло- и массоперенос», т. 3. Госэнергоиздат, 1963.

А. И. ЧАПЛИНА

**ТЕПЛООБМЕН ПЛАСТИНЫ
С НАЧАЛЬНЫМ НЕОБОГРЕВАЕМЫМ УЧАСТКОМ
В ТУРБУЛЕНТНОМ ПОТОКЕ**

Влияние начального необогреваемого участка на теплообмен продольно обтекаемой поверхности при турбулентном потоке было исследовано рядом авторов как для продольно обтекаемого цилиндра [1—5], так и для плоской пластины [6—10]. Большинство работ касается средней для всего тела интенсивности теплообмена [1—3, 6—8, 10] и лишь несколько [4, 5, 9] — местной. Результаты всех работ, как аналитических, так и экспериментальных, обычно могут быть представлены в виде степенной формулы

$$\bar{Nu} = c \operatorname{Re}^{0.8} K, \quad (1)$$

где $K = j(l_n/l)$ — коэффициент, учитывающий длину начального необогреваемого участка l_n по сравнению с полной длиной обтекания l .

Так Jakob and Dow [1] дали эмпирическую формулу теплообмена продольно обтекаемого цилиндра в турбулентном потоке воздуха

$$\bar{Nu} = 0,028 \operatorname{Re}^{0.8} [1 - 0,4 (l_n/l)^{2.75}], \quad (2)$$

Maisel, Scherwood [2] по результатам своих опытов с испарением воды в воздухе при продольном обтекании цилиндра, используя теоретическое уравнение Польгаузена, вывели формулу для теплообмена при наличии начального необогреваемого участка в турбулентном потоке воздуха

$$\bar{Nu} = 0,035 \operatorname{Re}^{0.8} [1 - (l_n/l)^{0.8}]^{-0.11}. \quad (3)$$

Rubesin [9] аналитически вывел зависимость для местного теплообмена продольно обтекаемой поверхности в турбулентном потоке при ступенчатом распределении температуры вдоль поверхности:

$$Nu_x = 0,0289 \operatorname{Re}_x^{0.8} \operatorname{Pr}^{0.33} [1 - (x_n/x)^{30/40}]^{-7.39}. \quad (4)$$

Sceca, Sauer [8] использовали формулу (4) для коррелирования результатов своих опытов по теплообмену. Интегриру-

руя эту формулу, получим для средней интенсивности теплообмена

$$\bar{Nu} = 0,036 \operatorname{Re}^{0.8} \operatorname{Pr}^{0.33} [1 - (l_n/l)^{30/40}]^{32/39} [1 - l_n/l]. \quad (5)$$

Tessin, Jakob [3] исследовали теплообмен продольно обтекаемого цилиндра в турбулентном потоке воздуха при наличии начального необогреваемого участка. Они получили зависимость

$$\bar{Nu} = 0,0307 \operatorname{Re}^{0.8} (l_n/l)^{-0.09}. \quad (6)$$

Seban, Dougherty [4] по результатам своего исследования местного теплообмена пластины в турбулентном потоке воздуха дают следующую формулу для учета влияния начального необогреваемого участка:

$$Nu_x = 0,0296 \operatorname{Re}_x^{0.8} \operatorname{Pr}^{0.33} [1 - (x_n/x)^{0.8}]^{-1.9}. \quad (7)$$

Eckert et al. [5] представили результаты экспериментов с продольно обтекаемым цилиндром также в виде формулы (7).

Как видно из анализа всех приведенных формул, они имеют громоздкую структуру, трудоемки в расчетах и носят явно эмпирический характер, основываясь не на механизме явления, и выведены из соображений наиболее близкого описание определенных опытных данных. Следует отметить, что значение комплекса l_n/l в большинстве работ изменяется в узком диапазоне. Формула (2) приводит к разрыву зависимости теплообмена от длины начального необогреваемого участка при значении $l_n/l = 0$. Формула (3) получена путем распространения результатов исследования массообмена на теплообмен. Авторы сами признают совпадение расчетов с опытом случайных и считают, что одним коэффициентом нельзя учесть влияние начального участка на теплообмен. По их словам, для хорошей корреляции следует принимать во внимание не только величину отношения l_n/l , но и абсолютные значения l_n и l_0 .

Furber [7] в своих опытах обнаружил, что влияние начального необогреваемого участка на теплообмен продольно обтекаемой пластины в турбулентном потоке воздуха зависит от величины критерия Рейнольдса.

Наиболее удачной является зависимость (6), полученная на основе опытов по теплообмену в широком диапазоне изменения l_n/l (от 0,02 до 0,86) [3]. Она выглядит более удобно, если ее представить в виде зависимости Nu_0 не от длины необогреваемого участка l_n , а от длины обогрева $l_0 = l - l_n$:

$$\bar{Nu}_0 = 0,0307 \operatorname{Re}^{0.8} (l_0/l)^{0.91}. \quad (8)$$

Формула (8) лучше, чем другие, отвечает физическому смыслу явления, так как здесь число Нуссельта \bar{Nu}_0 как

критерий теплообмена вычисляется по длине части плиты, участвующей в теплообмене.

Амбрязович [6] выполнил экспериментальное исследование среднего теплообмена пластины с начальным необогреваемым участком в турбулентном потоке масла, воды и воздуха. Для турбулентного течения получена зависимость

$$\overline{Nu}_0 = 0,037 Re_0^{0.8} Pr^{0.33} (l_0/l)^{0.8} (Pr_f/Pr_\infty)^{0.25}. \quad (9)$$

Для воздуха эту формулу можно записать в виде

$$\overline{Nu}_0 = 0,032 Re_0^{0.8}. \quad (10)$$

Формула (10) имеет такой же вид, как общепринятая зависимость для теплообмена плиты, обогреваемой по всей длине. При этом в формуле (10) критерий Рейнольдса, как и критерий Нуссельта, вычисляется не по всей длине l , а по длине обогреваемой части l_0 . Такое совпадение Михеев [10] объясняет тем, что при возникновении теплообмена турбулентном пограничном слое происходят такие резкие изменения, что вся предварительная подготовка структуры его сводится на нет.

Для определения влияния начального участка на интенсивность теплообмена было выполнено экспериментальное исследование [11]. Опыты проводились в аэродинамической трубе замкнутого типа с закрытым рабочим участком [12] методом стационарного теплового потока. Поток тепла определялся по балансу расхода воды для каждого калориметра с учетом потерь тепла и лучистого теплообмена. В работе приняты следующие допущения.

1. Рассматривается обтекание пластины неограниченным потоком. Это условие достигается тем, что сечение модели плиты составляет менее 3% сечения рабочего участка аэродинамической трубы.

2. При наименьшей скорости потока $u = 5 \text{ м/сек}$ и температуре потока $t_0 = 70^\circ\text{C}$ на расстоянии $x = 0,2 \text{ м}$ (на первом калориметре) число Рейнольдса составляло $Re_0 = 5 \cdot 10^4$. Степень турбулентности потока $\varepsilon = 2\%$. Для такого потока критическое число Рейнольдса равно $Re_{kp} = 5 \cdot 10^4$. Таким образом, на рабочем участке имеется место развитый турбулентный пограничный слой.

3. Влияние шероховатости поверхности не учитывается. Исследуемая модель имела медную шлифованную поверхность. Считается, что для таких поверхностей высота бугорков шероховатости составляет примерно 10^{-4} м . Толщина гидродинамического пограничного слоя на расстоянии $0,3 \text{ м}$ от переднего края при наибольшей скорости потока $u =$

$= 16,5 \text{ м/сек}$ равна $\delta = 0,009 \text{ м}$, а ламинарного подслоя $\delta_{\text{подл}} = 0,0003 \text{ м}$.

4. В качестве местного значения коэффициента теплообмена принято среднее значение его для соответствующего калориметра. Точность такого приближения находится в пределах погрешности опыта. Вычислено, что на ширине переднего калориметра, где изменение a по длине наиболее резкое, коэффициент теплообмена изменяется на 7%, а на последнем — на 1,8%. Изменение a на всей обогреваемой части плиты составляет 150% от его среднего значения. Исследован диапазон чисел Рейнольдса от $6 \cdot 10^4$ до $4 \cdot 10^5$ и Re_0 от $2 \cdot 10^3$ до $2 \cdot 10^5$. Значения x_0/x изменялись от 0,02 до 0,373. Погрешность опыта оценена в $\pm 10\%$.

Зависимость местного коэффициента конвективного теплообмена от полной длины обтекания представлена на рис. 1. Как видно, для различных скоростей потока — это прямые, параллельные оси абсцисс (при сохранении неизменной длины обогрева), т. е. коэффициент теплообмена не зависит от длины обтекания. Зависимость этого же коэффициента теплообмена от длины обогрева x_0 в различных точках плиты представлена на рис. 2 и описывается формулой

$$z = Qx_0^{-0.2} \quad (11)$$

(при всех скоростях потока в качестве параметра).

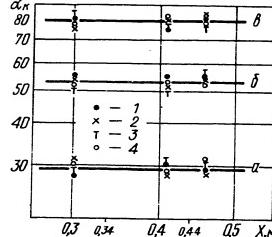


Рис. 1. Зависимость местного коэффициента конвективного теплообмена α_x от длины обтекания x при расстоянии от начала обогрева $x_0 = 0,01 \text{ м}$:

1 — температура потока воздуха 60°C ; 2 — 70°C ; 3 — 80°C ; 4 — 100°C . Скорость потока: $a = 4,5 \text{ м/сек}$; $b = 10$, $c = 10 \text{ м/сек}$

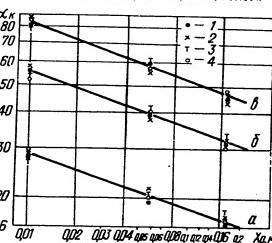


Рис. 2. Зависимость местного коэффициента теплообмена от длины обогрева x_0 . Полная длина обтекания:

$1 = 0,297 \text{ м}$; $2 = 0,343 \text{ м}$; $3 = 0,412 \text{ м}$; $4 = 0,458 \text{ м}$; скорость потока: $a = 4,5 \text{ м/сек}$; $b = 10$, $c = 10 \text{ м/сек}$

Анализ рис. 1 и 2 показывает, что в условиях данной работы значения коэффициента теплообмена не зависят от полной длины обтекания, а определяются лишь расстоянием от начала обогрева, т. е. длиной части плиты, участвующей в теплообмене, и скоростью потока.

Все данные по теплообмену настоящего исследования можно описать одной зависимостью, если в формулу ввести

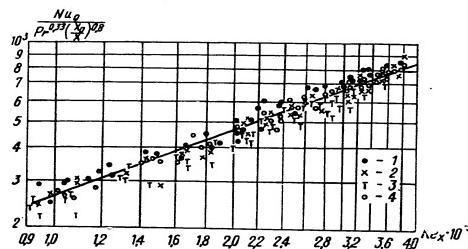


Рис. 3. Зависимость для местного теплообмена в критериальной форме. Отношение x_0/x равно соответственно: 1 — 0,031; 2 — 0,122; 3 — 0,21; 4 — 0,373

симплекс (x_0/x). Результаты такой обработки представлены на рис. 3. Этую зависимость можно записать в виде

$$Nu_{x,0} = 0,026 Re_{x,0}^{0,8} Pr^{0,33} (x_0/x)^{0,8}. \quad (12)$$

То обстоятельство, что показатели степени при (x_0/x) и Re_x равны между собой, дает возможность упростить выражение общей зависимости и записать

$$Nu_{x,0} = 0,026 Re_{x,0}^{0,8} Pr^{0,3}. \quad (13)$$

Формула (13) аналогична общизвестной зависимости для теплообмена продольно обтекаемой трубы при турбулентном пограничном слое. Лишь значение постоянной на 10% ниже.

Таким образом, результаты настоящего исследования подтверждают выводы других авторов [6, 10] о том, что для расчета теплообмена продольно обтекаемой плиты с начальным необогреваемым участком в турбулентном потоке воздуха можно пользоваться зависимостью плиты, обогреваемой по всей длине. При этом в качестве определяющего размера как для числа Нуссельта, так и для числа Рейнольдса сле-

дует принимать не полную длину плиты, а лишь часть ее, участвующую в теплообмене.

Следует заметить, что в условиях настоящего исследования весь теплообменный участок был расположен вдали от переднего края плиты, где толщина гидродинамического пограничного слоя практически уже не растет. Поэтому можно считать, что интенсивность теплообмена полностью определяется развитием теплового пограничного слоя, т. е. расстоянием от начала обогрева. Вероятно, этого нельзя утверждать для случаев, когда l_0 мало, т. е. для участка вблизи переднего края. Очевидно, тогда следует принимать во внимание и абсолютные величины l_0 и l .

О б о з н а ч е н и я

l , x — длина обтекания; l_0 , x_0 — длина необогреваемого участка; l_0 , x_0 — длина от начала обогрева; $Pr = \nu/\alpha$ — критерий Прандтля; $Re = ul/\nu$; $Re_0 = ul_0/\nu$ — среднее значение критерия Рейнольдса; $Nu = \alpha l/l$; $Nu_0 = \alpha l_0/l$ — среднее значение критерия Нуссельта; $\alpha_x = \alpha x/l$, $\alpha_{x,0} = \alpha x_0/l$ — местное значение критерия Нуссельта.

Л и т е р а т у р а

1. Jakob M. and Dow W. Transactions of the ASME, 68, 123—134.
2. Maisel D. and Scherwood T. Chemical Engineering Progress, 46, 131—138, 1950.
3. Tessin W. and Jakob M. Transactions of the ASME, 75, 473—481, 1953.
4. Seban R. and Doughty J. Transactions of the ASME, 78, 217, 1956.
5. Eichhorn, Eckert E., Anderson WADC, TR 58—33, July, 1958.
6. Амбрязович А. В. Труды АН ЛитССР, т. 3(19), 1959.
7. Furber B. W. Proceeding of the Institution of Mechanical Engineers, 168, 847—860, London, 1954.
8. Seeca S. and Sauer F. Transactions of the ASME, 74, 1251, 1952.
9. Rubesin M. NACA TN, 2345, 1951.
10. Михеев М. А. Сб. «Конвективный и лучистый теплообмен», Изд. ЭНИИ АН СССР, 1960.
11. Чаплина А. И. ИФЖ, № 3, 1962.
12. Чаплина А. И. ИФЖ, № 7, 1962.

П. А. НОВИКОВ, Б. М. СМОЛЬСКИЙ
**ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ
ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ
МЕЖДУ ПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ СТЕНКАМИ
ПРИ СУБЛИМАЦИИ В УСЛОВИЯХ
ВАКУУМА**

Исследование явлений переноса тепла между параллельными стенками при естественной конвекции в условиях вакуума представляет интерес в некоторых отраслях техники. Это можно отнести к явлениям переноса тепла и вещества в прямоугольных каналах, щелях и других инженерных сооружениях.

При нормальных атмосферных условиях движение газа между пластинами вызывается разностью его плотности в гравитационном поле. Физически такой поток можно описать на основании учета тех объемных сил, которые его вызывают. В данном случае такими объемными силами являются сила тяжести, а разность плотностей для однородного газа вызывается градиентом температуры между пластинами. Условия теплообмена между пластинами могут существенно измениться, если менять местоположение и расстояние между пластинами в гравитационном поле. Например, движение газа около пластин, расположенных горизонтально, имеет иной характер, чем движение, обусловленное вертикальным расположением. Для пластин, расположенных горизонтально, конвекция может отсутствовать, если температура верхней пластины выше температуры нижней.

Для газа, плотность которого уменьшается с ростом температуры, температурное поле обуславливается тем, что слои меньшей плотности располагаются над более плотными. В этом случае устанавливается стационарное состояние, при котором конвективные потоки не возникают и перенос тепла будет осуществляться только теплопроводностью, исключая, конечно, радиацию.

В случае если пластина, расположенная сверху, имеет более низкую температуру, чем нижняя, возникает поток тепла

через слой газа в направлении от нижней к верхней поверхности. Этот поток не вызывает конвективных течений до тех пор, пока произведение чисел $Gf \cdot Pr$ мало. При вертикальном расположении пластины, когда расстояние между пластинами небольшое, разность температур вызывает циркуляционное течение газа.

Для указанных трех случаев теплообмена между пластинами характер температурных кривых при нормальном атмосферном давлении различен.

С уменьшением общего давления газа между пластинами конвективные потоки ослабевают и температурные кривые имеют более пологий характер, чем подобные кривые для плотной среды. При теплообмене в разреженных газах толщина теплового пограничного слоя значительно больше, чем при атмосферном давлении. С понижением давления она увеличивается. Вследствие расширения пограничного слоя при теплообмене в вакууме молекулярные процессы переноса начинают уже приобретать важное значение. При низком давлении окружающей среды конвективное течение настолько ослабевает, что передача тепла осуществляется только теплопроводностью и излучением. Последнее, как известно, от давления не зависит, а является функцией температурного напора, чистоты поверхности, рода материала и характера расположения тел, участвовавших в теплообмене.

В случае теплообмена, осложненного массообменом, т. е. когда на поверхности одной из пластин происходит фазовое превращение, характер распределения температуры между пластинами значительно отличается от температурного поля между пластинами при «чистом» теплообмене. Такое существенное изменение температурного поля при сублимации в условиях вакуума обусловливается гидродинамикой процесса тепло- и массообмена. Чтобы установить полную гидродинамическую картину протекаемых явлений при сублимации в разреженной среде, необходимо знать распределение температуры, скоростей, давлений и концентраций между исследуемыми объектами. В настоящее время практически в условиях вакуума можно получить только распределение температурного поля.

В предлагаемой статье приводится характер распределения температуры между параллельными пластинами при их различном расположении в гравитационном поле.

Температурное поле исследовалось для трех случаев тепло- и массообмена:

- 1) горизонтальное расположение пластин (верхнее расположение пластины-нагревателя); 2) горизонтальное расположение пластины (нижнее расположение пластины-нагревателя); 3) вертикальное расположение пластин.

На рис. 1 приведено распределение температуры между параллельными пластинами в случае «чистого» теплообмена при общем давлении окружающей среды $30.6 \pm 533 \text{ н/м}^2$.

Как видно из графика, при изменении температуры платины-нагревателя мы наблюдаем тождество кривых распределения температуры. Причем с ростом температуры нагревателя толщина теплового пограничного слоя увеличивается. На этом рисунке расстояние от поверхности нагревателя обозначено y и составляет 0,02 м между пластинами. Когда поверхность платины-нагревателя имела температуру 320° К, σ_r

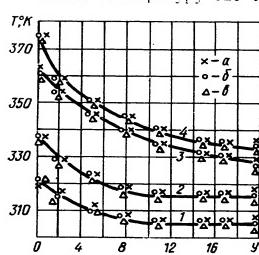


Рис. 1. Распределение температуры между параллельными пластинами для чистого теплообмена:
1 — температура поверхности нагревателя 320° К; 2 — 337°; 3 — 360°; 4 — 373° К.

толщина теплового пограничного слоя составляла 0,015 м. С увеличением температуры поверхности нагревателя до 337° К σ_r возросла до $\sim 0,017$ м. При дальнейшем увеличении температуры поверхности нагревателя до 360° К и 373° К толщина теплового пограничного слоя (σ_r) перекрывает расстояние между пластинами, превышая величину 0,02 м. Таким образом, в указанном интервале давлений толщина теплового пограничного слоя является функцией только температуры поверхности нагревателя. При этом изменение расположения пластин в гравитационном поле не влияет на характер расположения кривых для указанных трех случаев теплообмена. В пределах пограничного слоя температура падает от значения, относящегося к поверхности пластины, до температуры газа вне прогреваемой зоны.

120

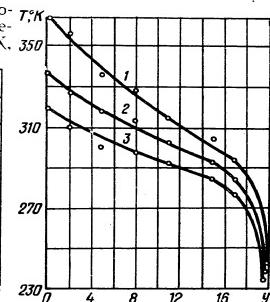


Рис. 2. Распределение температуры между параллельными пластинами при сублимации льда

На рис. 2 приводится характер распределения температуры между параллельными пластинами, когда на поверхности одной из пластин происходит фазовое превращение — сублимация. В качестве сублимируемого материала применялся лед (H_2O). Процесс сублимации протекал при общем давлении окружающей среды, равном 30.6 н/м^2 . Сублимирующая пластина располагалась на расстоянии $y=0,02$ м от платины-нагревателя. Температура поверхности нагревателя изменялась от 315 до 363° К (кривые 1, 2, 3) показывают характер изменения температуры между пластинами при различной температуре нагревателя). Из рисунка видно, что кривые изменения температуры между пластинами при сублимации в разреженной среде имеют сложный характер.

На рис. 3 приведен характер изменения температуры между пластинами при постоянной температуре пластины-нагревателя для трех случаев теплообмена.

Анализ этих графиков показывает, что при сублимации вещества в условиях вакуума характер кривых изменения температуры между исследуемыми объектами имеет более сложную зависимость, чем в случае «чистого» теплообмена. Уравнение кривой распределения температуры и граничные условия в случае теплообмена при наличии сублимации будут значительно отличаться от соответствующих уравнений для «чистого» теплообмена. В случае «чистого» теплообмена, когда температура одной из пластин равна температуре окружающей среды вне пограничного слоя, температурное поле между параллельными пластинами для теплообмена имеет форму параболы, и распределение температуры в пределах пограничного слоя можно описать следующим уравнением:

$$\theta = \theta_w \left(1 - \frac{y}{\sigma_r} \right)^2$$

Рис. 3. Распределение температуры между параллельными пластинами для трех случаев теплообмена:

a — при чистом теплообмене, b — для теплообмена при сублимации глицерина ($\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}$), c — для теплообмена при сублимации льда (H_2O)

где $\vartheta_w = T_w - T_c$, T_w — температура поверхности пластины-нагревателя, T_c — температура среды вне пограничного слоя, $\vartheta = T_y - T_c$, T_y — температура среды в любой заданной точке между параллельными пластинами, y — расстояние между пластинами, δ_r — толщина теплового пограничного слоя.

Это уравнение удовлетворяет следующим граничным условиям:

$$\begin{aligned}\vartheta &= \vartheta_w \text{ при } y = 0, \\ \vartheta &= 0 \text{ при } y = \delta_r.\end{aligned}$$

Л. А. ФАЙНГОЛЬД

ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ МАССОПЕРЕНОСА В ТУРБУЛЕНТНОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ ПРОНИЦАЕМОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Среди оптических методов исследования процессов теплопереноса одним из наиболее совершенных и удобных является интерферометрический. Он позволяет надежно и с высокой точностью производить не только качественный, но и непосредственный количественный анализ конвективных процессов переноса.

Успешное применение этого метода для исследования теплообмена в условиях свободной конвекции началось сравнительно давно. Однако повышенный интерес к интерференционному методу в последнее время обусловлен потребностями и развитием новой техники, необходимостью исследования явлений, связанных со сверхзвуковыми скоростями и ударными волнами. Этим методом пользуются также при изучении процессов горения, диффузии, электролиза, растворения и т. д. Столь широкий диапазон применения интерферометрического метода объясняется рядом существенных преимуществ по сравнению с другими методами. Вот основные из них.

Исключается необходимость внесения в изучаемое пространство различных датчиков и приборов-измерителей, которые своим присутствием исказяют изучаемую картину. В отдельных случаях, в частности при движении газа с большими скоростями или при течении узких сильно искривленных каналов, это преимущество становится решающим.

Метод обладает большой чувствительностью. В качестве примера можно указать на то, что он позволяет обнаружить в измерить местные изменения температуры плотного газа порядка $0,1^\circ\text{C}$.

Интерферометрический метод дает возможность исследовать процесс во всем изучаемом пространстве. Поэтому он не заменит при всестороннем физическом исследовании полей температур, концентраций и давлений потоков, плазмен и т. д. Этим методом можно успешно пользоваться для исследова-

ния нестационарных, быстропротекающих явлений (таких, как взрывы, распространение ударной волны и фронтов пламени) в силу его практической безынерционности.

В данной работе ставилась цель с помощью интерферометрического метода измерить поле концентраций примеси (углеводородного газа), вдуваемой в турбулентный пограничный слой через проницаемую поверхность в изотермических условиях.

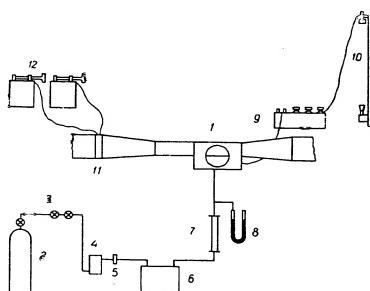


Рис. 2. Общая схема экспериментальной установки.
1 — рабочий светильник; 2 — баллон; 3 — манометр; 4 — фильтр; 5 — редуктор; 6 — термометр; 7 — ротаметр типа РС; 8 — труба; 9 — регулятор температуры; 10 — зеркальный гальванометр; 11 — электронный измеритель; 12 — автотрансформатор РНО-10.

Экспериментальная установка представляет собой аэродинамический канал разомкнутого типа с закрытым рабочим сечением длиной 0,8 м и сечением 190×360 мм. В его нижнюю стенку вмонтирована исследуемая пористая пластина (рис. 1). Вынужденное движение воздуха в трубе осуществлялось центробежным электровентилятором ЭВР-6. Скорость набегающего на пластину потока плавно варьировалась с помощью задвижки вплоть до 40 м/сек. Измерителем скорости служил комбинированный насадок Пито — Прандтиля. Для поддержания заданного температурного уровня в трубе был установлен электрический нагреватель воздуха мощностью 17 кват с регулирующим автотрансформатором РНО-10. Точность регулировки температуры составляла порядка 0,2° С.

Углеводородный газ подавался в рабочее тело из баллонов по резиновым шлангам через систему редукторов, фильтр из пропиленовой ткани, силикатный осушитель, термостат. Расход

вдуваемого газа задавался ротаметрами типа РС и поддерживался на заданном уровне с помощью специальных регуляторов.

Изотермичность пограничного слоя обеспечивалась термостатированием углеводородного газа до его поступления в стенку.

Для контроля температуры подаваемого газа на входе в модель и стенку установлены медь-константановые термопары диаметром 0,0001 м. Их показания фиксировались логотипом Р-306 с чувствительным зеркальным гальванометром М-25/3.

Опытное тело в виде пористой пластины из нержавеющей стали размерами 0,28×0,035×0,005 м задавалось на эпоксидном клее в секционированную коробку из органического стекла. Первые три секции имеют длину по 0,023 м, последующие три секции — по 0,07 м. Коробка одновременно служит ресивером для вдуваемого углеводородного газа.

Для установки плоскости модели в аэродинамической трубе параллельно световому пучку интерферометром применяется прямоугольная призма. Угол отклонения пучка лучей, падающего на призму параллельно гипotenузной грани, не превышает 2 сек. Поэтому призма, установленная гипotenузной гранью на плоскость модели в аэродинамической трубе, не изменяет направление пучка лучей, если плоскость модели параллельна пучку. Отклонения от параллельности обнаруживаются на экране, установленном за призмой, в виде двойной тени.

Измерение поля концентрации примеси производилось непосредственно стандартным интерферометром ИЗК-454. Для получения надежных количественных результатов прибор в время эксперимента предохраняется от всякого рода сотрясений и внешних температурных воздействий. Для этого предусматриваются особые эластичные соединения и теплоизоляция. Промежутки между защитными стеклами трубы и окнами интерферометра также ограждены от окружающего воздуха щитами «рукавами». Большое поле зрения позволяет одновременно контролировать пограничный слой на длине порядка 0,22 м. Для данного источника света (рутговая лампа сверхвысокого давления ДРШ-250) удобнее всего работать в зеленой части спектра ($\lambda = 5,46 \cdot 10^{-4}$ м). Интерференционная картина настраивалась на вертикальные подоси конической ширины.

Съемка изучаемого процесса производилась фотографической камерой «Зенит-С», смонтированной непосредственно на приборе. Достаточная яркость источника света позволила использовать в качестве светочувствительного материала пленку «Микрат-200» и «Микрат-300» с высоким коэффициентом контрастности и наибольшей разрешающей способностью (200—300 лин/мм).

Несмотря на небольшой размер получающегося фотоснимка (диаметр 0,02 м) и малую толщину пограничного слоя, интерферограмма получается достаточно качественной и вполне пригодной для последующей расшифровки. Типичные интерферограммы диффузионного пограничного слоя на пористой пластине с изотермическим вдувом углекислого газа представлены на фотографиях (рис. 2). На них отчетливо видно развитие пограничного слоя по длине пластины, а также увеличение

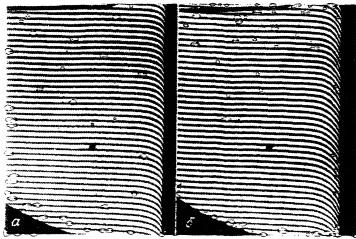


Рис. 2. Интерферограммы обтекания пористой пластины с изотермическим вдувом углекислого газа:
 $C = 0,0004 \text{ кг/с}^2 \cdot \text{см}^2$; $\delta = 0,173 \text{ см}^2 \cdot \text{см}$.

стого слоя при расходе подаваемого газа. Расшифровка подобных интерферограмм с видимыми на них невозмущенными полосами сводится по существу к определению величины отклонения полос от их первоначального (невозмущенного) положения в любом сечении пограничного слоя. Смещение полос на интерферограмме в этом случае очень удобно измерять с помощью универсального измерительного микроскопа УИМ-21. Этот микроскоп позволяет производить измерения в двух взаимно перпендикулярных направлениях (продольное перемещение 0,2 м, поперечное — 0,1 м) с точностью до 0,001 мм при увеличении до 50 раз.

Определение концентрации углекислого газа в смеси основано на том, что оптическое поведение молекул любого газа не зависит от того, находится ли этот газ отдельно или в смеси с другими газами [1, 2]. Поэтому рефракция при образовании смесей складывается аддитивно, т. е.

$$\rho = \sum \rho_i \rho_i c_i$$

Молярная рефракция газовой компоненты достаточно точно выражается в виде

$$r_i = (n_i - 1) \frac{RT}{P} \quad (2)$$

Подставляя (2) в (1), найдем

$$n - 1 = c(n_{CO_2} - 1) + (1 - c)(n_v - 1) \quad (3)$$

В работе [3] показано, что показатель преломления в любой плоскона параллельном неоднородном течении можно опре-



Рис. 3. Профили обмеченных концентраций при $v = 0,0004 \text{ кг/с}^2 \cdot \text{см}^2$; $\delta = 0,173 \text{ см}^2 \cdot \text{см}$; $\beta = 0,133$

делить по относительному смещению интерференционных полос следующим образом:

$$\frac{n - 1}{c} = n_v - 1 + \frac{\lambda}{l} \frac{\Delta}{b} \quad (4)$$

Из соотношений (3) и (4) после несложных преобразований получим

$$C = \frac{\lambda}{l(n_{CO_2} - n_v)} \frac{\Delta}{b} \quad (5)$$

Вычисление концентрации углекислого газа в пограничном слое производилось по формуле (5), где величина Δ/b определялась при расшифровке интерферограммы. Константы n_{CO_2} и n_v , входящие в эту формулу, определялись соотношением (4):

$$n_{CO_2} - 1 = \frac{P_v}{760} \cdot \frac{273}{T_v} \cdot 450 \cdot 10^{-6} \quad (6)$$

$$n_v - 1 = \frac{P_v}{760} \cdot \frac{273}{T_v} \cdot 292 \cdot 10^{-6}$$

Параметры воздуха отнесены к невозмущенному потоку в трубе.

Результаты измерений концентраций углекислого газа в течении пограничного слоя на расстоянии 200 м.м. от начала рабочего участка пластины при различных вдувках CO_2 и скорости набегающего потока 25 м./сек. приведены на рис. 3. Виды утолщения и деформация профилей концентраций, связанные со рдуктом.

На рис. 4 приведены профили концентрации при различном

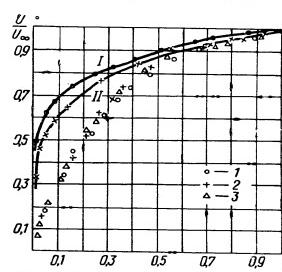


Рис. 4. Профили скоростей и относительных концентраций при вдувании CO_2 в пограничный слой ($u_\infty = 25 \text{ м.сек.}$):

Профиль скорости: I — для вдува; II — для $G = 0.0938 \text{ кг}/\text{м}^2 \cdot \text{сек}$; III — для $G = 0.1573 \text{ кг}/\text{м}^2 \cdot \text{сек}$.

Таким образом, по формуле (7) можно непосредственно рассчитать профиль относительных концен-

траций в пограничном слое при вдуве углекислого газа.

На рис. 4 для сравнения построены профили скоростей при отсутствии вдува и со вдувом ($G = 0.0938 \text{ кг}/\text{м}^2 \cdot \text{сек}$) для того же сечения, где измерялись профили концентраций. Измерение производилось с помощью микротрубки полного напора. График убедительно показывает заметное различие между профилями скоростей и концентраций.

Оценим возможности интерферометра ИЗК-454 при измерении концентраций углекислого газа. Заметное смещение полос при расшифровке интерферограмм под микроскопом составляет порядка 0,00001 л. При нормальных условиях ($p = 760 \text{ мм.рт.ст.}$ и $T = 293^\circ \text{K}$) для данного эксперимента ($\beta = 5,46 \cdot 10^{-4} \text{ м.м.}$, $l = 0,035 \text{ м.}$, $b = 0,00026 \text{ м.}$), используя уравнения (5) и (6), получаем минимальное изменение концентрации определяемое по интерферограмме $c \approx 0,4\%$.

Обозначения

c — молярная или объемная концентрация примеси; P_0 , P_b — соответственно давление смеси и воздуха; T , T_b — соответственно температура смеси и воздуха; n , n_b , n_{CO_2} — соответственно показатели преломления смеси, воздуха и углекислого газа; r_f — мо. яркая р-фракция газовой компоненты; R — универсальная газовая постоянная; l — ширина неоднородности; b — длина пути света; Δ — абсолютное смещение интерференционной полосы; b — расстояние между невозмущенными полосами (ширина полос); u — расстояние перпендикулярно поверхности пластины; u — горизонтальная составляющая скорости; t — толщина гидродинамического пограничного слоя; t_g — толщина диффузионного пограничного слоя; G — удельный весовой расход углекислого газа; индексы: ∞ — параметры на стике; ∞ — параметры невозмущенного потока.

Литература

1. Ландсберг Г. С. Оптика. Изд. 4-е. М., Гостехиздат, 1957.
2. Мугалев В. П. Экспериментальное изучение турбулентного пограничного слоя на пластине при вдувании воздуха и углекислого газа в сверхзвуковом потоке. Труды МФТИ, М., Оборонгиз, 1959.
3. Лихуши В. Я. Диссертация. М., 1952.
4. Кей Д. и Леб Т. Таблицы физических и химических постоянных. М., Физматгиз, 1962.
5. Lin C. S., Mougin R. W., Ratnam G. L. Interferometric Measurements of Concentration Profiles in Turbulent and Streamline Flow. Ind. Eng. Chem., 42, 640, 1953.

Б. М. СМОЛЬСКИЙ, И. Т. ЭЛЬПЕРИН

ВЛИЯНИЕ СМАЧИВАЕМОСТИ ПОВЕРХНОСТИ НА ПРОЦЕССЫ ПЕРЕНОСА В СИСТЕМАХ КАПЕЛЬНАЯ ЖИДКОСТЬ — ТВЕРДОЕ ТЕЛО

Вопрос о влиянии смачиваемости поверхности раздела фаз на процессы переноса в гетерогенных системах типа капельная жидкость — твердое тело до сих пор еще не достаточно изучен, и в современной литературе о нем имеются прямо противоположные мнения [1]. В то же время влияние смачиваемости на тепло- и массообмен в трехфазных системах газ — жидкость — твердое тело доказано экспериментально и получено уже общее признание.

Так, например, общепризнанным является влияние смачиваемости на теплообмен при конденсации и кипении [2—4]. Экспериментально выявлено также влияние смачиваемости на процессы массопереноса в насадочных экстракционных колоннах [5].

Влияние поверхностной энергии твердой фазы на процессы обмена в этих системах обусловлено возможностью оказывать воздействие на преимущественный контакт между отдельными фазами системы, обладающим различной физической активностью.

Многими исследователями обнаружено влияние смачиваемости на теплообмен в двухфазных системах жидкый металл — поверхность нагрева [4, 6].

Учитывая большое практическое значение этого вопроса, в последнее время в ИТиМО АН БССР было поставлено ряд работ по выявлению влияния смачиваемости на процессы переноса в гетерогенных системах капельная жидкость — твердое тело. Часть этих исследований дала положительный результат, т. е. было обнаружено влияние смачиваемости на процессы переноса [1, 7].

В то же время в некоторых работах был получен отрицательный результат. Так, например, отрицательный результат дали опыты с маятником, колеблющимся в капельной жидкости.

сти. Обработка поверхности маятника липофильными и гидрофильными веществами, а также активацией жидкости не изменили декремент затухания колебательного движения маятника. Ниже излагаются результаты экспериментов, проведенных в ИТиМО АН БССР, подтвердившие влияние смачиваемости на процессы переноса.

ВЛИЯНИЕ СМАЧИВАЕМОСТИ НА ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ТРУБ

Определялось гидродинамическое сопротивление трения при течении жидкости по трубкам. При проведении экспериментальных исследований особое внимание обращалось на физико-химическую чистоту внутренней поверхности исследуемых трубок. Необходимость очистки поверхности трубок перед опытом вытекает из взглядов современной физической химии на процессы адсорбции, согласно которым любая твердая поверхность в результате явления адсорбции покрыта слоями атомов и молекул, чуждых данной фазе. Как известно, эти адсорбционные пленки существенно влияют на процесс внешнего трения твердых тел. Логично предположить также, что, меняя потенциал свободной поверхности твердого тела, эти пленки должны оказывать влияние также и на трение жидкости о твердую стенку. Проведенные опыты подтвердили это предположение.

Очистка поверхности труб от адсорбированных пленок осуществлялась путем протирания их поверхности высокодисперсным активным материалом (угольный порошок и т. п.).

На основании полученных данных о времени истечения жидкости определялось значение коэффициента трения трубопроводов, изготовленных из различных материалов: для дистиллированной воды и воды с различными активирующими добавками.

При проведении опытов с активированной водой было обнаружено, что сразу после добавки поверхности-активного вещества никакого эффекта не обнаруживается и время истечения остается таким же, как для дистиллированной воды.

Эффект от поверхности-активного вещества возникает постепенно и, достигнув максимума, сохраняется в дальнейшем неизменным. Длительность периода стабилизации от начала опыта до достижения максимального эффекта колебалась в пределах 1—10 мин и более. Это явление можно объяснить исходя из известного в физической химии понятия о латентном (скрытом) периоде как о времени, необходимом для достижения полной ориентации активных (полярных) молекул на поверхности твердого тела.

Сводная таблица результатов исследований по выявлению влияния

Характеристика жидкой фазы	Материал трубы
Вода дистиллированная	латунь
Вода активированная (1% -ный водный раствор фенола)	»
Вода дистиллированная	»
Вода активированная (1% -ный раствор фенола)	»
Вода дистиллированная	медь
Вода активированная (1% -ный раствор фенола)	»
Вода дистиллированная	стекло
Вода активированная (1% -ный раствор фенола)	сталь
Вода дистиллированная	»
Вода активированная (1% -ный раствор фенола)	»
Вода дистиллированная	тун
Вода активированная (1% -ный раствор фенола)	»
Вода дистиллированная	л.тунь
Вода активированная (1% -ный раствор фенола)	»
Вода активированная (1% -ный раствор фенола)	»
Вода активированная (1% -ный раствор фенола)	»
Вода активированная (1% -ный раствор фенола)	»
Вода активированная (1% -ный раствор фенола)	»
Вода активированная ($0,2\%$ -ный раствор ализорина красного С)	люралоптиний
Вода активированная ($0,2\%$ -ный раствор ализорина красного С при $C_{\text{КОН}} = 0,1\text{h}$)	»
Вода дистиллированная	стекло
Вода активированная ($0,2\%$ -ный раствор ализорина красного С)	»
Вода активированная ($0,2\%$ -ный раствор ализорина красного С при $C_{\text{КОН}} = 0,01\text{h}$)	»
Вода дистиллированная	латунь
Вода активированная ($0,2\%$ -ный раствор ализорина красного С)	»
Вода активированная ($0,2\%$ -ный раствор ализорина красного С при $C_{\text{КОН}} = 0,01\text{h}$)	»

Обработанные в соответствии с изложенной методикой результаты исследований представлены в таблице. Как следует из приведенных в таблице данных, в отдельных случаях наблюдается снижение коэффициента трения на 22 %.

ВЛИЯНИЕ ПУЛЬСАЦИЙ СКОРОСТИ И СМАЧИВАЕМОСТИ НА НИЖНЕЕ КРИТИЧЕСКОЕ ЧИСЛО Re

Исследование проводилось на экспериментальной установке, представленной на рис. 1.

132

Таблица

Подготовка поверхности трубы к опыту	Внутренний диаметр трубы, м	Длина трубы, м	Критерий Рейнольдса (средний за период истечения)	Коэффициент трения (средний за период истечения)	Наменование коэффициента трения в зависимости от условий эксплуатации
поверхность не очищалась	8,0	0,455	3230	0,132	—
»	8,0	0,455	3230	0,142	1,0
ювенильн. поверхн.	8,0	0,455	4160	0,129	—
»	8,0	0,455	1240	0,121	0,935
»	3,7	0,375	1970	0,0365	—
»	3,7	0,375	2100	0,289	—
»	6,2	0,555	3230	0,0473	0,784
»	6,2	0,555	3260	0,0405	—
»	10,0	0,815	2720	0,232	0,855
»	10,0	0,815	2820	0,21	—
поверхн. очищ. <u>зина</u>	2,0	0,630	521	0,0874	0,905
»	2,0	0,630	516	0,0915	—
ювенильн. поверхн.	4,2	0,610	2270	0,0442	1,05
»	4,2	0,610	2400	0,0391	—
»	6,0	1,002	3030	0,048	0,884
»	6,0	1,002	3160	0,0424	—
»	4,0	0,758	2050	0,0383	0,882
»	4,0	0,758	2160	0,0335	0,876
»	4,0	0,758	2140	0,0352	0,919
»	4,0	0,758	2140	0,0351	0,916
»	6,0	1,350	2950	0,0408	0,916
»	6,0	1,350	3060	0,0372	0,910
»	6,0	1,350	3050	0,0377	0,922
»	6,0	0,560	3520	0,0576	—
»	6,0	0,560	3710	0,0463	0,803
»	6,0	0,560	3740	0,0453	0,785

Из бака на одинаковой отметке были выведены через штуцера две горизонтальные стеклянные трубы с внутренним диаметром 0,0137 м и длиной $l=1,4$ м. Одна из трубок на расстоянии $l_1=1,55$ м от входного сечения была снабжена кулачковым пульсатором. Кулачок пульсатора упирался в резиновый шланг, надетый на трубку.

На выходе трубок были установлены регулирующие краны и мерные баки. Во входные сечения трубок по оси вводилась подкрашенная жидкость. Струя подкрашенной жидкости

сти давала возможность визуально наблюдать за режимом движения в трубках. Температура воды в блоке замерялась рутниковым лабораторным термометром.

В первой серии опытов выявлялось влияние пульсаций скорости потока на Re_k . При этом замерялась температура воды, расход ее через трубку, длительность опыта, частота пульсаций. Презвирательно проводились опыты при отсутствии пульсаций. Визуально устанавливался режим, отвечаю-

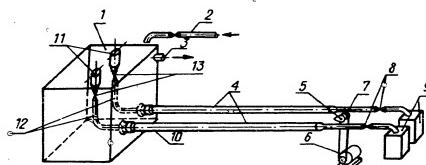


Рис. 3. Схема экспериментальной установки:
1 — бак; 2 — баллонная трубка; 3 — стальная трубка; 4 — рабочее канапль; 5 — кустачинный пульсатор; 6 — электрорадиатор; 7 — вентиль; 8 — регулирующий кран; 9 — мертвые баки; 10 — трубка подачи красителя; 11 — баки; 12 — краситель; 13 — составление стальных канапльных трубок; 13' — регулирующий кран

щий переходу от ламинарного режима течения к турбулентному, и определялось минимальное Re_k , которое лежало в пределах 2250—2350. В опытах с пульсациями, которые создавались в одной из трубок, во второй трубке сохранялся, как эталонный, переходной режим с $Re_k = 2300$. При этом создавалась возможность путем изменения расхода визуально подбирать в трубке с пульсациями (а в дальнейшем и в трубке с гидрофобизированными стенками) такой же режим движения, как и в эталонной трубке. Наложение пульсаций снижало нижнее критическое число Рейнольдса. Результаты исследований приведены ниже.

n , си	0	1,65	3,74	10,72	17,21	19,92
Re_k	2310	1730	1699	1597	1533	1511

Максимальное отклонение от приведенных средних значений не превышало 2%.

После выключения пульсатора при режимах течения с небольшими значениями числа Рейнольдса турбулентные пуль-

сации постепенно исчезали, и в течение 1—2 сек поток в турбулентном вырождался в ламинарный.

Для выявления влияния пульсаций на расход жидкости определялось отношение $Re_p/Re_k = p$ при неизменной положении регулировочного крана. Это отношение соответственно равнялось при $p=2,65$ $p=0,985$; при $p=19,92$ $p=0,96$.

Во второй серии опытов выявлялось влияние смачиваемости на критическое число Рейнольдса. При этом внутренняя поверхность трубки, снабженной пульсатором, обрабатывалась гидрофобизирующей кремнеорганической жидкостью ГКЖ-94 (полиэтилгидросилоксаном). В этом случае Re_k снижалось до 1750. Средняя квадратичная ошибка опытов составляла 5,5%.

Наложение пульсаций скорость на поток в гидрофобизированной трубке дополнительне снижало Re_k до 1200 ± 1300.

ВЛИЯНИЕ СМАЧИВАЕМОСТИ НА ТЕПЛООБМЕН

Влияние смачиваемости на теплообмен изучалось на экспериментальной установке, состоящей из латунной трубки ($d_o/d_b = 0,008 \text{ м}/0,068 \text{ м}$, $l=1,52 \text{ м}$), пропущенной через ванну, в которой поддерживалась при постоянной температуре. Через трубку пропускалась вода, количество которой регулировалось краном и измерялось мерным баком. Температура воды на входе и выходе в трубку измерялась при помощи хромель-копелевых термопар, изготовленных из проволоки $\delta=0,0005 \text{ м}$ температура стекни трубки измерялась посредством 4 медных константанных термопар, изготовленных из проволоки $\delta=0,0001 \text{ м}$, горячий спай которых зачеканивался в стекни трубки. Холодные спаи термопар герметизировались.

В измерительной схеме использовались индукционный потенциометр ПИПН-1 и зеркальный гальванометр ГЗП-47.

Для проверки методики эксперимента первая серия опытов проводилась на трубе, не обработанной гидрофобизирующей жидкостью. Результаты опытов представлены на рис. 2. Экспериментальные данные с точностью ±8% аппроксимировались формулой

$$Nu_t = 0,0218 Re_t^{0,8} Pr^{0,13} (Pr_t, Pr_{\infty})^{0,25},$$

которая хорошо согласуется с данными других авторов [3].

Во второй серии опытов изучался теплообмен для случая, когда внутренняя поверхность трубки была обработана гидрофобизирующей кремнеорганической жидкостью ГКЖ-94.

Методика эксперимента была такой же, как и в первом серии опытов по теплообмену.

При обработке результатов этих опытов ввязу отсутствия точных данных о теплофизических свойствах гермического обработанных тонких адсорбированных пленок ГКж-94, учтены термических сопротивлений последних проводятся по предельным характеристикам для $r_{\text{п,ж}} = 0$, $r_{\text{п,ж}} = 2 \lambda$.

Результаты экспериментов, представленные на рис. 2, в пределах $5000 < Re < 20000$ аппроксимируются зависимостями:

$$\begin{aligned} \text{для } r_{\text{п,ж}} = 0 \\ Nu_1 &= 1.91 \cdot 10^{-3} Re^{1.56} \\ &\times \left(\frac{Pr_1}{Pr_0} \right)^{0.25} \\ \text{для } r_{\text{п,ж}} \\ Nu_2 &= 0.93 \cdot 10^{-3} Re^{1.56} \\ &\times \left(\frac{Pr_1}{Pr_0} \right)^{0.35} \end{aligned}$$

Рис. 2. Зависимость $A = Nu / [Pr_0^{1/4} (Pr_1 / Pr_0)^{0.25}]^{1/2} / (Re)^{1/2}$

— трубка без покрытия, \circ — окраинный покрытие ГКж-94 (с учетом термического сопротивления пленки), \times — то же, без учета гермического сопротивления пленки

Проведенные исследования показали, что при низких числах Рейнольдса ($5000 < Re < 10000$) интенсивность теплообмена у гидрофобизированной трубы была меньше, чем для трубы без покрытия. При $Re > 10000$ интенсивность теплообмена для гидрофобизированной трубы выше, чем для трубы без покрытия.

Для объяснения обнаруженных эффектов и выявления всех влияющих на них факторов необходимо продолжить исследования как в сторону расширения круга изучаемых явлений, так и в сторону углубления и уточнения методик исследований.

Литература

1. Смольский Б. М., Эльперт И. Т. ИФЖ, № 7, 1962.
2. Гребер Г., Эрк С., Григуль У. Основы учения о теплообмене. ИЛ, М., 1958.
3. Мак-Адамс Э. Х. Технология. М., Металлургизат, 1961.

4. Эккер Г. Р. и Дрейси Р. М. Гидрофобный теплообмен. М., Госэнергоиздат, 1961.

5. Озимоп Е. О. Ниммельман Д., М. J. Chem. Engng. Data, № 6, 1961.

6. Кугателадзе С. С., Боришагский В. М., Повиков Н. Н., Федяевский О. С. Жидкотермические теплообменники. М., Атомиздат, 1958.

7. Эльперт И. Т., Гатерштейн Д. М., Левенталь Л. И. ИФЖ, № 9, 1964.

В. Е. АЕРОВ, В. А. ГЕРЦОВИЧ, В. С. КОРЕНЬКОВ
**ИЗМЕРЕНИЕ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКИХ ПОТОКОВ
 НАГРЕТЫМ СПАЕМ ТЕРМОПАРЫ**

Термоанемометрия за последние годы получила чрезвычайно широкое применение. В отечественной [1—3] и зарубежной [4] литературе можно найти как теоретическое обоснование термоанемометрии, так и целый ряд конкретных схем. Во всех опубликованных схемах в качестве датчика применяется или платиновая проволочка, или полупроводниковое сопротивление.

Нитяные датчики обладают сравнительно низкой механической прочностью, и тем не менее они получили большее распространение, чем термисторы, так как обладают довольно устойчивыми тарировочными характеристиками. Термисторы имеют довольно хорошие механические свойства, однако сильно подвержены старению и одновременно реагируют на многие параметры среды.

В опубликованной недавно работе [5] предлагается термоанемометр, чувствительным элементом которого является нагреваемый спай термопары. Этот датчик собирает в себе положительные свойства нити и термистора, т. е. он имеет стабильную характеристику и большую механическую прочность.

Чувствительные элементы такого типа можно разделить по способу нагрева на датчики косвенного и прямого нагрева. По методике измерений, как это принято в термоанемометрии [1], различают метод постоянного тока и метод постоянной температуры.

Рассмотрим датчик косвенного нагрева [5]. Конструкция такого датчика приведена на рис. 1.

Чувствительный элемент состоит из полой медной трубы *1*, через которую пропущен изолированный константановый провод *2*. Спай полусферической формы *3* сделан в торце. Медная трубка внешне электронизолирована слоем лака *4*, на которую намотан нагреватель *6*. Снаружи нагреватель теплоизолирован лаком *5*. Конец трубки, противоположный спаю, заделывается в изолятор *7*.

Этот датчик предназначен для измерения средних скоростей в диапазоне от 1 до 100 м/сек. Питание нагревателя осуществляется постоянным или переменным током.

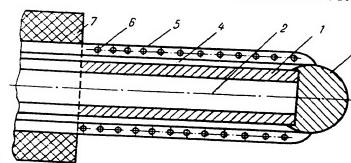


Рис. 1. Схема датчика косвенного нагрева:
1 — полая медная трубка, *2* — изолированный константанный провод, *3* — термоспай, *4* — изолирующее покрытие, *5* — обмотка нагревателя, *6* — державка датчика

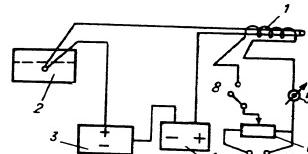


Рис. 2. Принципиальная схема термоанемометра с датчиком косвенного нагрева:
1 — чувствительный элемент, *2* — герметик, *3* — нормальный элемент, *4* — регистрирующий потенциометр, *5* — индикатор нагрева, *6* — ресистат, *7* — источник питания, *8* — ключ

Рабочая характеристика описывается уравнением

$$E = k \cdot I^2 \cdot V^{-n} \quad (1)$$

где *E* — термозд, *I* — ток в обмотке нагревателя, *V* — скорость потока, *k* — коэффициент, зависящий от конструкции датчика и физических свойств среды, *n* — величина, зависящая от режима течения.

Уравнение (1) справедливо при *k*=280, *n*=0,45.
 На рис. 2 приведена принципиальная схема термоанемометра с использованием датчика, описанного выше.

Перед началом работы ключ 8 разомкнут, и схема работает как обычная схема измерения температуры. Э. д. с. термопары, пропорциональная температуре потока, компенсируется с помощью нормального элемента 3, и после замыкания ключа 8 прибор готов к измерению скорости.

При работе по методу постоянного тока через нагреватель пропускают ток определенной силы, который фиксируется прибором 5. Термодиск, соответствующий этому нагреву, регистрируется потенциометром 4. При обдуве датчика термодиск падает при достаточно большой скорости потока становится равной нулю. Отсюда видно, что чувствительность прибора по скорости линейна.

При работе по методу постоянной температуры, как и в первом случае, сначала измеряют температуру потока и производят температурную компенсацию. После замыкания ключа 8 реостатом 6 устанавливают необходимую температуру спая, которая в свою очередь фиксируется потенциометром 4. При изменении скорости потока температуру спая поддерживают неизменным регулированием тока через нагреватель, величина которого определяется по показаниям амперметра 5. Этот ток пропорционален скорости потока. Очевидно, в этом случае чувствительность прибора по скорости линейна и зависит от величины поддерживаемой э. д. с., т. е. от температуры горячего спая. Температура последнего ограничена в первую очередь рабочей температурой изолирующих материалов. Для кремниогорганических лаков максимальная допустимая температура 250—280°С.

Метод косвенного нагрева обладает целым рядом существенных недостатков: 1) сложность изготовления такого датчика достаточно малых размеров, 2) большая инерционность (время установления э. д. с. 40—50 сек.), 3) зависимость теплобмена датчика от положения в потоке.

Нами предложен прибор, в котором чувствительным элементом является спай термопары, непосредственно нагреваемый переменным током. Принципиальная схема такого прибора приведена на рис. 3.

Работа прибора аналогична рассмотренному выше. В исходном положении ключ 8 разомкнут, термопара в этом случае измеряет температуру потока. Термодиск компенсируется, как и раньше, с помощью нормального элемента 3. Затем ключ 8 замыкают и с помощью автотрансформатора 9 устанавливаются заданная температура спая 1, которая в процессе измерений поддерживается неизменной. Фильтр, состоящий из конденсатора 6 и дросселя 5, позволяет разделить постоянный ток термодиска и переменный ток питания.

Для нагрева спая можно использовать промышленный ток с частотой 50 Гц.

Датчик прямого нагрева представляет собой обычную термопару. Для изготовления берется константановый и медный провод диаметром 0,5 мм. Кончики проводов травятся в «царской водке» до диаметра 0,05—0,1 мм, а затем свариваются. При таком изготовлении сопротивление спая термопары значительно выше сопротивления подводящих проводов и все тепло равномерно подводится непосредственно к измерительной поверхности.

Прямой способ нагрева требует значительно меньшей мощности, чем косвенный, для нагрева спая до одной и той же

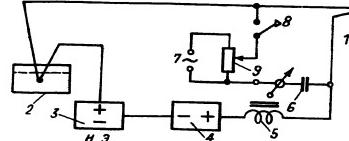


Рис. 3. Принципиальная схема термоанемометра с датчиком непосредственного нагрева:
1 — термоспай, 2 — термостат, 3 — нормальный элемен-
т, 4 — регистрирующий потенциометр, 5 — дрос-
сель, 6 — конденсатор фильтра, 7 — источ-
ник питания, 8 — ключ, 9 — автотрансформатор

температуры. Кроме того, изготовить такой датчик даже очень малого размера сравнительно просто. Незначительные размеры датчика делают его малоинерционным. Отсутствие тепло- и электронизоляции снимает основное ограничение по температуре и позволяет работать с более высокими нагревами спая, чем в предыдущем методе. Это в свою очередь позволяет значительно повысить общую чувствительность прибора.

Малая масса спая и возможность выделения большого количества тепла в малый промежуток времени позволяют применить метод прямого нагрева для измерений пульсаций скорости. Известно, что тепловую инерцию спая можно значительно уменьшить, применяя специальные электронные схемы. При работе по методу постоянной температуры можно ввести усилитель обратной связи. В этом случае тепловая инерция спая уменьшится на коэффициент усиления усилителя, последний же можно сделать достаточно большим. Термоанемометр с таким усилителем можно применять для изучения высокочастотных процессов.

Прибор с датчиком прямого нагрева, позволяющий измерять пульсации скорости, в настоящее время разрабатывается в ИТиМО АН БССР.

Л и т е р а т у р а

1. Смирнов Г. В. Тр. ЛПИ, № 217, 1961.
2. Гольдштак М. А. ИФЖ, № 9, 1959.
3. Антоинишин Н. В. ИФЖ, № 5, 1963.
4. Нильс Г. О. Turbulence. New York—Toronto—London, 1959.
5. Гуревич И. Г., Филиппов Э. И. Электротехника, № 8, 1964.

В. Е. АЕРОВ, О. Г. МАРТЫНЕНКО, И. С. РЕВЗИН,
Б. И. ФЕДОРОВ

ВЛИЯНИЕ ТУРБУЛИЗАЦИИ ВОЗДУШНОГО ПОТОКА НА ТЕПЛООБМЕН В РАДИАТОРЕ

Исследованиями различных авторов установлено, что в процессе теплообмена между телом и омывающим его воздушным потоком существенную роль играет турбулизация потока, которая может значительно изменять общее количество передаваемого тепла. Общеизвестная тепловая шкала турбулентности Лойцянского—Шваба показывает увеличение числа Nu для шара на 30—35% с возрастанием степени турбулентности потока ϵ от 0,5 до 3%. Повышение числа Nu до 50% с ростом ϵ наблюдалось также в работах [2—5].

Эти данные свидетельствуют о том, что использование предварительно турбулизированного воздушного потока в различного типа промышленных теплообменниках может существенно повысить их эффективность.

С целью получения качественной картины процесса и его количественных характеристик была проведена экспериментальная работа, в которой исследовалась теплоотдача масляного радиатора автомобильного типа при различных степенях турбулентности обдувающего его воздушного потока.

Как известно, в настоящее время на всех автомобилях воздух через радиатор просасывается вентилятором, расположенным за ним.

Если же изменить их взаимное расположение, т. е. установить вентилятор перед радиатором, то радиатор будет обдуваться воздушным потоком, сильно турбулизированным лопастями вентилятора. При такой схеме можно ожидать заметного повышения эффективности радиатора. Исследование было проведено на экспериментальной установке, показанной на рис. 1.

Горячее масло из системы смазки двигателя циркулировало через трубчато-пластинчатый радиатор. Основные данные радиатора следующие: объем — 0,5 · 0,5 · 0,135 м; число рядов в глубину — 6; расстояние между трубками по фрон-

ту — 0,011 м; расстояние между пластинами — 0,003 м; трубы плоскоovalные размером 0,017 × 0,0035 м.

Выбор в качестве объекта исследования масляного радиатора, а не водяного объясняется тем, что установленный на стенде двигатель имел проточную водяную систему охлаждения. Радиатор обдувался четырехлопастным автомобильным вентилятором, который приводился во вращение электродвигателем внутреннего горения.

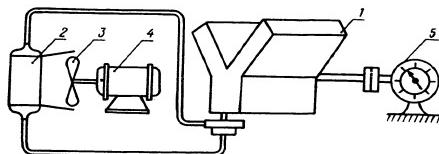


Рис. 1. Схема экспериментальной установки:
1 — двигатель внутреннего горения, 2 — радиатор, 3 — вентилятор,
4 — электродвигатель, 5 — тормозное устройство

гателем с постоянным числом оборотов. Изменение направления воздушного потока на обратное достигалось путем поворота вентилятора вокруг вертикальной оси с одновременным реверсированием электродвигателя.

При постоянных нагрузках, числах оборотов двигателя и вентилятора замерялись температуры стенок трубок радиатора, а также масла и воздуха на входе в радиатор и на выходе из него. Измерения проводились медно-константановыми термопарами с отсчетом показаний на ПМС-48 с соответствующим подбором к нему ГМП и ГЗП-47.

Помимо температурных измерений, снимались поля скоростей и степени турбулентности воздушного потока до и после радиатора при помощи термоанемометра АТА-2. Термоанемометр АТА-2 рассчитан, как и другие типы анемометров, для измерений только в изотермических холодных потоках нескимаемого газа. Поскольку воздух при выходе из радиатора имеет температуру около 60° С, пришлось применить специально разработанную методику [7] измерения степени турбулентности горячих потоков газа.

Проведенные в различных сечениях по высоте и по всей ширине радиатора измерения показали (рис. 2), что поля скоростей перед радиатором и абсолютные значения скорости воздуха практически одинаковы как при просасывании, так и при проталкивании воздуха через радиатор.

Совершенно иная картина наблюдается, если сравнить степени турбулентности воздуха перед радиатором (рис. 3).

Как следует из рисунка, при проталкивании воздуха через радиатор интенсивность турбулентности в повышается примерно в 4—5 раз по сравнению с обычной схемой, достигая в среднем величины 10—12%. Измерения, проведенные по новой модели автомобиля МАЗ-500, также показали недостаточную турбулентацию (до 2%) потока воздуха облицовкой автомобиля при работе радиатора по обычной схеме уста-

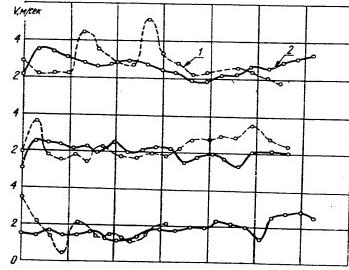


Рис. 2. Поля скоростей воздушного потока перед радиатором в различных сечениях по высоте:
1 — при обычной схеме, 2 — при применении «толкающего» вентилятора

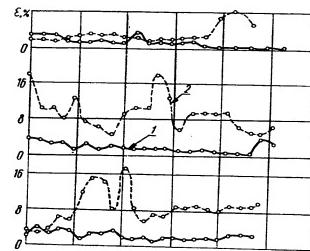


Рис. 3. Поля турбулентности воздушного потока перед радиатором в различных сечениях по высоте:
1 и 2 — как на рис. 2

новки вентилятора. Для оценки интенсификации теплообмена в радиаторе турбулизацией набегающего потока при применении схемы «толкающего» вентилятора использовались балансовые соотношения:

$$\begin{aligned} \alpha F(t_1 - t_\infty) &= Gc_p(t_{\max} - t_{bx}), \\ z_1 F(t_2 - t_\infty) &= Gc_p(t_{\max} - t_{bx}). \end{aligned}$$

где G — расход масла, c_p — теплоемкость масла, α — коэффициент теплоотдачи, F — площадь радиатора, t_1 и t_2 — температура стенки при различных схемах работы, t_∞ — температура воздуха, t_{bx} — температура масла на входе в радиатор, t_{\max} — температура масла на выходе из радиатора.

Поскольку двигатель в обоих случаях работал при постоянных оборотах и нагрузках, то для сравнения коэффициентов теплообмена, как следует из формулы, необходимо было измерять температуру воздуха и масла на входе в радиатор и на выходе из него. Средние значения результатов измерений представлены в таблице.

Таблица

Схема	Температура масла, °C		Температура воздуха, °C		$\frac{z_{\text{обр}}}{z_{\text{пр}}}$
	на входе	на выходе	на входе	на выходе	
Прямая	59.2	53.8	20	16	1.25
Обратная	60.7	53.7	20	15	1.25

Как следует из полученных результатов, перепад температур масла ($t_{\max} - t_{bx}$) при обратной схеме оказался выше, чем при прямой. Перепад температур воздуха при обратной схеме также оказался больше.

Отношение $\frac{z_{\text{обр}}}{z_{\text{пр}}}$, равное примерно 1.25, показывает, что эффективность радиатора при применении «толкающего» вентилятора возросла на 25% в среднем. При этом необходимо отметить, что наиболее интенсивно работают первые по ходу воздуха ряды трубок, так как, проходя через каналы радиатора, воздушный поток постепенно стабилизируется, пульсации затухают, а следовательно, влияние их на теплообмен снижается.

Таким образом, можно заключить, что установка «толкающего» вентилятора на транспортных машинах позволяет значительно уменьшить размеры и вес радиатора, что дает существенную экономию цветного металла.

Литература

1. Хинне И. О. Турбулентность, ее механизм и теория. 1963.
2. Giedt W. H. Effect of Turbulence Level of Incident Air Stream on Local Heat Transfer and Skin Friction on a Cylinder. J. of Aero. Sci., 18, 1951.
3. Лопинский Л. Г. и Шваб Б. А. Труды ЦГИИ, № 329, 1935.
4. Comings E. W., Clapp I. T., Taylor I. E. Ind. Eng. Chem., 40, 1096, 1948.
5. Reiher H. Mitt. Forsch., 269, 1, 1925.
6. Жуковский В. С. Основы теории теплопередачи. Госэнергоиздат, 1960.
7. Техническая гидродинамика. Труды Ленинградского политехнического института, № 230, 1964.

В. Е. АЕРОВ, О. Г. МАРТЫНЕНКО, И. С. РЕВЗИН,
Б. И. ФЕДОРОВ

**ВЛИЯНИЕ ИНТЕНСИФИКАЦИИ
ПРОЦЕССА ТЕПЛООБМЕНА НА РАЗМЕРЫ
ТЕПЛОПЕРЕДАЮЩИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ**

В настоящее время турбулизация потока самыми различными способами (поперечные выступы, разнообразные вставки, закрутка потока и т. п.) с целью интенсификации теплообмена находит все большее распространение в промышленных теплообменных аппаратах и установках.

Использование интенсификации процесса теплообмена приводит к уменьшению габаритов теплообменников и их металлоемкости или же к увеличению теплосъема. Однако с возрастанием коэффициента теплообмена увеличивается и гидравлическое сопротивление аппаратов, причем возрастание коэффициента гидравлического сопротивления может превосходить в десятки раз увеличение коэффициента теплообмена.

Поэтому желательно установить соотношение между размером сопротивлений и изменением коэффициентов теплоотдачи до и после интенсификации, при котором еще возможно уменьшение объема, занимаемого теплообменником. При этом предполагается, что теплообменная поверхность должна обеспечивать то же количество передаваемого тепла и иметь то же гидравлическое сопротивление, что и до интенсификации процесса теплообмена.

В работе будем исходить из заданного расхода рабочего тела через теплообменный аппарат, давления и температуры рабочего тела перед теплообменником. Этими предположениями задача сводится к анализу влияния интенсификации процесса теплообмена на габариты, если в процессе интенсификации коэффициент теплоотдачи возрастет в κ раз, а коэффициент сопротивления в ξ раз по сравнению с соответствующими значениями для гладкой поверхности без турбулизаторов.

Вначале рассмотрим следующий частный вопрос. Пусть площадь фронта F и эквивалентный диаметр d_e остаются

148

неизменными как для теплообменника с гладкими каналами (обозначения без индексов), так и для теплообменника с турбулизаторами в каналах (обозначения с индексом "т"). Найдем изменение длины каналов, если в результате интенсификации теплообмена получили возрастание коэффициентов теплоотдачи в κ раз и увеличение коэффициентов сопротивлений в ξ раз. При этом должны остаться постоянными: $Q = Q_t$ — количество передаваемого тепла, $\Delta p = \Delta p_t$ — потери, $G = G_t$ — расход, $T = T_t$ — начальные температуры.

При постоянном расходе постоянство количества передаваемого тепла обеспечивается равенством

$$\alpha S = \alpha_t S_t, \quad (1)$$

которое можно преобразовать к виду

$$\alpha \frac{Fl}{d} = \alpha_t \frac{F_t l_t}{d_t}, \quad (2)$$

Так как эквивалентный диаметр d и площадь фронта F считаются одинаковыми как для поверхности с гладкими каналами, так и для поверхности с турбулизаторами, то

$$l_t = \frac{l}{\kappa}, \quad (3)$$

где

$$\bar{\kappa} = \frac{\alpha_t}{\alpha}.$$

Таким образом, из условия сохранения количества передаваемого тепла при увеличении коэффициента теплоотдачи в κ раз, вследствие установки турбулизаторов, длину каналов l можно сократить в κ раз.

Но потери по тряту должны остаться прежними при возрастании коэффициента сопротивления в ξ раз, т. е.

$$\Delta p = \Delta p_t \quad (4)$$

или

$$\xi_t l_t = \xi l, \quad (5)$$

откуда

$$l_t = \frac{l}{\xi}, \quad (6)$$

т. е. из условия сохранения постоянных потерь в каналах теплоизолирующей поверхности при установке турбулизаторов их длина должна быть уменьшена в ξ раз.

Возможны три случая.

1. Возрастание коэффициента теплоотдачи равно увеличению коэффициента сопротивления:

$$\bar{k} = \frac{\bar{\xi}}{\bar{\zeta}}$$

Длину каналов можно уменьшить в \bar{k} раз.

2. Возрастание коэффициента теплоотдачи преобладает над увеличением коэффициента сопротивления:

$$\bar{k} > \frac{\bar{\xi}}{\bar{\zeta}}$$

Если оставить $Q = \text{const}$, то при уменьшении длины теплообменника в \bar{k} раз потери будут меньше против заданных в $\bar{k}/\bar{\zeta}$ раз.

Если исходить из $\Delta p = \text{const}$, то при уменьшении длины каналов в $\bar{\zeta}$ раз получим рост Q против заданной в $\bar{k}/\bar{\zeta}$ раз.

3. Возрастание коэффициента сопротивления преобладает над увеличением коэффициента теплоотдачи:

$$\bar{k} < \frac{\bar{\xi}}{\bar{\zeta}}$$

В этом случае установка турбулизаторов для уменьшения длины теплообменника нежелательна, так как при передаче заданного количества тепла Q , т. е. при уменьшении длины каналов в \bar{k} раз, получим возрастание потерь против заданных в $\bar{\zeta}/\bar{k}$ раз. А если сохранить заданные потери Δp неизменными и уменьшить длину каналов в $\bar{\zeta}$ раз, заданное количество тепла не передастся.

В подавляющем большинстве случаев интенсификации процесса теплообмена самыми различными способами, применяемыми на практике, наблюдается преобладающее возрастание коэффициента сопротивления по сравнению с увеличением коэффициента теплоотдачи. Таким образом, применение интенсификации в случае $F = \text{const}$ нецелесообразно.

Как уже указывалось, если фиксировать количество передаваемого тепла и уменьшить длину каналов в \bar{k} раз, потери возрастут в $\bar{\zeta}/\bar{k}$ раз. Снизить потери можно, уменьшив скорость движения рабочих жидкостей в каналах теплообменника, т. е. увеличив площадь живого сечения при постоянном расходе G .

Следовательно, в случае применения метода интенсификации, при котором получено большое возрастание коэффициента сопротивления по сравнению с коэффициентом теплоотдачи, можно остаться в пределах заданных Q и Δp , перекомпоновав теплообменник, т. е. увеличив его площадь фронта и уменьшив длину каналов.

150

Проанализируем, приведет ли подобная перекомпоновка размеров теплообменника к уменьшению занимаемого теплообменником объема.

Увеличить площадь живого сечения можно тремя способами:

1) давлением определенного числа каналов того же эквивалентного диаметра ($d_s = \text{const}$; $n = \text{var}$);

2) увеличением эквивалентного диаметра каналов при сохранении неизменным их числа ($n = \text{const}$; $d_s = \text{var}$);

3) комбинацией первых двух способов.

Очевидно, результаты, полученные при применении 3-го способа, будут находиться между результатами первых двух предельных случаев.

Остановимся отдельно на каждом способе.

1. $d_s = \text{const}$; $n = \text{var}$.

Условие $Q = \text{const}$ дает

$$\alpha'_T S'_T = z S,$$

откуда

$$l'_T = \frac{l}{\bar{k}} \frac{F}{F_T}. \quad (7)$$

При увеличении площади живого сечения, т. е. при уменьшении скорости движения рабочих жидкостей в каналах, изменяется также коэффициент теплоотдачи и коэффициент сопротивления для каналов с турбулизаторами, а следовательно, и отношение рассматриваемых коэффициентов. Учтем это изменение пока формальным обозначением \bar{k}_1 и $\bar{\xi}_1$, в дальнейшем найдем для них аналитические выражения.

Очевидно, что изменение отношения коэффициентов теплоотдачи и сопротивления при условии сохранения потерь и количества передаваемого тепла в пределе заданных вызывает и несколько другое изменение габаритов (l' , F' , ...).

Из условия сохранения потерь неизменными можно найти

$$\frac{\bar{\xi} l}{F^2} = \frac{\bar{\xi}' l'}{F'^2},$$

откуда

$$\left(\frac{F'}{F} \right)^2 = \frac{\bar{\xi}'}{\bar{\xi}} \frac{l'}{l}. \quad (8)$$

Подставим отношение l'/l (зависимость (7)), полученное из условия $Q = \text{const}$, в (8), тогда

$$\left(\frac{F'}{F} \right)^3 = \frac{\bar{\xi}'}{\bar{\xi}} \frac{\bar{k}}{\bar{k}'}. \quad (9)$$

151

или в окончательном виде

$$F'_T = F \left(\frac{\xi_1}{\kappa_1} \right)^{0.33}. \quad (9')$$

При этом длина теплообменника уменьшится в $(\xi_1/\kappa_1)^{-0.33}$ раз, т. е.

$$l'_T = l \sqrt[3]{\frac{1}{\xi_1/\kappa_1}}. \quad (10)$$

Таким образом, для сохранения потерь неизменными при уменьшении длины теплообменника в $(\xi_1/\kappa_1)^{-0.33}$ раз площадь живого сечения должна быть увеличена в $(\xi_1/\kappa_1)^{0.33}$ раз.

Посмотрим, как изменится объем, занимаемый теплообменником,

$$\frac{V'_T}{V} = \frac{F'_T l'_T}{F l}.$$

Проведя подстановку, получим

$$V'_T = \frac{V}{\kappa_1}. \quad (11)$$

Следовательно, применение интенсификации процесса теплообмена целесообразно с точки зрения уменьшения габаритов при

$$\xi_1 > 1,$$

т. е. до тех пор, пока за счет увеличения площади живого сечения теплообменника и соответственного уменьшения скорости изменения коэффициентов теплоотдачи не станет равным единице.

Примечательно, что уменьшение объема, занимаемого теплообменником, зависит не от гидравлических характеристик каналов, а только от тепловых, хотя сама перекомпоновка определяющих размеров теплообменника (уменьшение длины каналов и увеличение площади живого сечения) непосредственно связана как с тепловыми, так и с гидравлическими характеристиками.

В рассматриваемом варианте тепlopпередающая поверхность также уменьшится в κ_1 раз, т. е.

$$S_T = \frac{S}{\kappa_1}. \quad (12)$$

Изменение числа каналов определяется следующей зависимостью:

$$n'_T = n \left(\frac{\xi_1}{\kappa_1} \right)^{0.33}. \quad (13)$$

2. Увеличение площади фронта достигается увеличением эквивалентного диаметра d_s каналов при сохранении их числа: $d_s = \text{var}; n = \text{const}$.

Из условия сохранения количества передаваемого тепла имеем

$$\frac{Fl}{d} = z'_T \frac{F'_T l'_T}{d'_T}. \quad (14)$$

Площадь живого сечения можно представить в виде

$$F = n \Omega d_s^2,$$

где Ω — коэффициент пропорциональности.

Легко показать, что при подобном преобразовании геометрической формы каналов $\Omega = \text{const}$. Тогда (14) записывается следующим образом:

$$z' dl = z'_T l'_T d'_T. \quad (15)$$

Из условия сохранения неизменными потерь имеем

$$\frac{l}{d} W^2 = z'_T \frac{l'_T}{d'_T} W'^2. \quad (16)$$

Проведя несложные преобразования, получим

$$\left(\frac{d'_T}{d} \right)^5 = \frac{\xi_1}{\xi_1 - \frac{l'_T}{l}}. \quad (17)$$

Подставив решение l'_T/l из зависимости (15) в выражение (17) найдем

$$d'_T = d \sqrt[6]{\frac{\xi_1}{\xi_1 - \frac{\kappa_1}{\kappa_1}}}. \quad (18)$$

Таким образом, чтобы сохранить количество передаваемого тепла и потери неизменными, эквивалентный диаметр канала с турбулизаторами должен быть увеличен в $\left(\frac{\xi_1}{\kappa_1} \right)^{0.167}$ раз. При этом длина теплообменника изменится следующим образом:

$$l = l \left(\frac{\xi_1}{\kappa_1} \right)^{-0.167}. \quad (19)$$

Площадь фронта теплообменника будет равна

$$F_{\tau} = F \left(\frac{\xi_1}{\bar{\kappa}_1} \right)^{0.33} \quad (20)$$

т. е. увеличится в $(\xi_1/\bar{\kappa}_1)^{0.33}$ раз.

С объемом теплообменника произойдет следующее изменение:

$$V_{\tau} = \frac{V}{\bar{\kappa}_1} \left(\frac{\xi_1}{\bar{\kappa}_1} \right)^{0.167} \quad (21)$$

Таким образом, в данном случае применение интенсификации процесса теплообмена телесообразно с точки зрения уменьшения габаритов теплообменника при $\bar{\kappa}_1 < \bar{\kappa}_1'$, т. е. когда отношение коэффициента теплоотдачи после интенсификации и увеличения фронта к коэффициенту теплоотдачи до интенсификации в седьмой степени больше, чем соответствующее отношение коэффициентов сопротивлений.

Сопоставим, какой из двух разобранных способов дает больший выигрыш в габаритах. Сравнение возможно, так как оба способа дают одно и то же изменение площади живого сечения ((9) и (20)), что означает равенство значений $\bar{\kappa}_1$ и ξ_1 в обоих вариантах (при равных начальных условиях):

$$\begin{aligned} V_{\tau}^1 &= \frac{V}{\bar{\kappa}_1} \text{ при } d_s = \text{const}; n = \text{var}; \\ V_{\tau}^{II} &= \frac{V}{\bar{\kappa}_1} \left(\frac{\xi_1}{\bar{\kappa}_1} \right)^{0.167} \text{ при } d_s = \text{var}; n = \text{const} \end{aligned} \quad (22)$$

Следовательно, увеличение площади фронта присоединением определенного числа каналов того же эквивалентного диаметра дает в $\left(\frac{\xi_1}{\bar{\kappa}_1} \right)^{0.167}$ раз большую экономию в габаритах, чем расширение площади фронта увеличением эквивалентного диаметра каналов при сохранении их числа. В последнем случае теплообменник получается длиннее. До сих пор все операции производились безразмерными величинами ξ_1 и $\bar{\kappa}_1$, где индекс „I“ означал, что они отвечают новой скорости в каналах теплообменника с турбулизаторами, уменьшенной за счет увеличения площади живого сечения, против скорости в каналах без турбулизаторов.

Найдем значения величин ξ_1 и $\bar{\kappa}_1$, увязав их с тепловыми и гидродинамическими характеристиками каналов теплообменника, а также выражение для количественной оценки изменения площади живого сечения и длины теплообменника.

Обозначим увеличение площади живого сечения теплообменника через $\Delta F = F_{\tau} - F$, что соответственно вызовет уменьшение скорости

$$\Delta W = W - W_{\tau},$$

где

$$W_{\tau} = \frac{G}{\sqrt{f_{\tau}}} = \frac{G}{\sqrt{(F + \Delta F)}} \text{ и } W = \frac{G}{\sqrt{f}},$$

Безразмерный коэффициент теплоотдачи для каналов с турбулизаторами и без турбулизаторов соответственно равен

$$Nu_{\tau} = C_{\tau} Re^n = C_{\tau} W_{\tau}^n \quad (23)$$

и

$$Nu = C_r Re^n = C_r W^n. \quad (24)$$

Отношение коэффициентов теплоотдачи равно

$$\bar{\kappa}_1 = C' \frac{W_{\tau}^n}{W^n},$$

где

$$C' = \frac{C_{\tau}}{C_r}.$$

Для случая, когда площадь фронта остается без изменения,

$$W = W_{\tau}$$

и

$$\bar{\kappa}_1 = C' W^{n-\bar{n}}. \quad (25)$$

Рассмотрим более подробно первый вариант как более эффективный с точки зрения максимального сокращения габарита теплообменника (увеличение площади фронта достигается присоединением определенного числа каналов того же эквивалентного диаметра, т. е. $d_s = \text{const}; n = \text{var}$).

При уменьшении скорости движения рабочих жидкостей за счет увеличения площади фронта отношение коэффициентов теплоотдачи равно

$$\bar{\kappa}_1 = \frac{\bar{\kappa}_1}{\kappa} = C \frac{F^n}{(F - \Delta F)^m}, \quad (26)$$

где

$$C = \frac{C_{\tau}}{C_r} G^{m-n} \gamma^{n-m}.$$

Коэффициент сопротивления для каналов с турбулизаторами представим в форме

$$\frac{\xi_r}{\text{Re}^p} = \frac{A_r'}{W_r^p} = A_r(F + \Delta F)^p, \quad (27)$$

где

$$A_r' = \frac{A_r'}{d_r^p} \left(\frac{\gamma v}{G} \right)^p.$$

Коэффициент сопротивления для гладкого канала

$$\xi = \frac{A_r'}{\text{Re}^p} = \frac{A_r'}{W_r^p}, \quad (28)$$

где

$$A_r' = \frac{A_r'}{d_r^p} \frac{T}{T}.$$

Их отношение (для случая постоянной площади живого сечения):

$$\frac{\xi}{\xi_r} = \frac{\xi_r}{\xi} = A'' W^{r-p} = A F^{p-r}, \quad (29)$$

где

$$A'' = \frac{A_r'}{A_r}; \quad A = \frac{A_r'}{A_r} (dG)^{r-p} (\gamma v)^{p-r}.$$

При увеличении площади фронта отношение коэффициента сопротивления в канале с турбулизаторами к коэффициенту сопротивления в гладком канале будет равно

$$\frac{\xi}{\xi_r} = \frac{\xi_r}{\xi} = A \frac{(F + \Delta F)^p}{F^r}, \quad (30)$$

где

$$A = \frac{A_r'}{A_r} (dG)^{r-p} (\gamma v)^{p-r}.$$

Задача сводится к тому, чтобы, уменьшив длину каналов теплообменника в какое-то число раз из условия сохранения количества передаваемого тепла и условия сохранения потерь в пределах заданных, найти необходимое увеличение площади фронта. Совмещая оба налагаемых условия (9) и (20), получим

$$\left(\frac{F_r}{F} \right)^5 = \frac{\xi_r}{\kappa_1}.$$

156

Подставим значения ξ_r из (30) и κ_1 из (26), тогда

$$\left(\frac{F + \Delta F}{F} \right)^3 = \frac{A}{C} \frac{(F + \Delta F)^{p+m}}{F^{r+n}}, \quad (31)$$

что приводит к окончательному выражению для определения увеличения площади живого сечения ΔF :

$$\left(1 + \frac{\Delta F}{F} \right)^{3-p} = D F^{p-n}, \quad (32)$$

где $D = \frac{A}{C}$; $\varphi = n + r$; $\psi = p + m$.

Разложив $\left(1 + \frac{\Delta F}{F} \right)^{3-p}$ в биноминальный ряд

$$\begin{aligned} \left(1 + \frac{\Delta F}{F} \right)^{3-p} &= 1 + (3 - \psi) \frac{\Delta F}{F} + \frac{(3 - \psi)(2 - \psi)}{2} \left(\frac{\Delta F}{F} \right)^2 + \\ &+ \frac{(3 - \psi)(2 - \psi)(1 - \psi)}{6} \left(\frac{\Delta F}{F} \right)^3 + \dots \end{aligned} \quad (33)$$

всегда можно найти из уравнения (32) ΔF с требуемой точностью. Отметим, что разложение (33) имеет место при всех значениях отношения $\Delta F/F$, удовлетворяющих условию,

$$\left| \frac{\Delta F}{F} \right| < 1.$$

Для ориентировочных прикидок ограничимся линейным приближением:

$$1 + (3 - \psi) \frac{\Delta F}{F} = D F^{p-n},$$

откуда

$$\Delta F = \frac{F}{3 - \psi} (D F^{p-n} - 1). \quad (34)$$

Найдем соответственное уменьшение длины каналов теплообменника с турбулизаторами. Обозначим уменьшение длины каналов через $\Delta l = l - l_m$. Из предыдущих выкладок известно

$$\frac{l_m'}{l} = \sqrt[3]{\frac{1}{\xi_r \kappa_1^2}}.$$

Подставим значения ξ_r и κ_1 из зависимостей (30) и (26) в (10) и, считая ΔF уже известным из уравнения (32), получим выражение для определения уменьшения длины каналов Δl :

157

$$\left(1 - \frac{\Delta l}{l}\right)^3 = \frac{1}{AC^2} \frac{(F + \Delta F)^{2m-p}}{F^{2n-r}}. \quad (35)$$

Для ориентировочной оценки

$$\Delta l = \frac{l}{3} \left[1 - \frac{1}{DC^2} \frac{(F + \Delta F)^{2m-p}}{F^{2n-r}} \right]. \quad (36)$$

Установим зависимость между $\bar{\kappa}$ и $\bar{\kappa}_1$, для чего, со-вместив выражения (25) и (26), получим

$$\bar{\kappa}_1 = \bar{\kappa} \frac{F^m}{(F + \Delta F)^m}. \quad (37)$$

Из формулы (37) можно найти предельное значение увеличения площади живого сечения ΔF , которым определяется целесообразность интенсификации с точки зрения уменьшения объема теплообменника. Действительно, при $\bar{\kappa}_1 = 1$ не рекомпановка основных габаритных размеров теплообменника уже не приводит к уменьшению его объема [11], т. е.

$$\bar{\kappa} = \left(1 + \frac{\Delta F}{F}\right)^m. \quad (38)$$

Применив разложение в биномиальный ряд для значений $\left(\frac{\Delta F}{F}\right) < 1$, всегда с требуемой точностью можно найти предельное увеличение площади живого сечения $\Delta F_{\text{пр}}$. Ограничившись линейностью уравнения для определения ΔF , будем иметь

$$\Delta F_{\text{пр}} = \frac{F}{m} (\bar{\kappa} - 1). \quad (39)$$

Для этого значения $\Delta F_{\text{пр}}$ из выражения (9) найдем зависимость для $\bar{\xi}_{\text{пр}}$:

$$\bar{\xi}_{\text{пр}} = \frac{(m + \bar{\kappa} - 1)^3}{m^3}. \quad (40)$$

Но в большей степени нас интересует зависимость между исходными величинами $\bar{\xi}$ и $\bar{\kappa}$. Эту зависимость можно получить, сравнив значения $\bar{\xi}_1$ и $\bar{\xi}_{\text{пр}}$, т. е. сопоставить выражения (30) и (40). Одновременно произведем подстановку (39) в (30), в итоге получим

$$A \frac{\left[F + \frac{F}{m} (\bar{\kappa}_1 - 1)\right]^p}{F^r} = \frac{(m + \bar{\kappa} - 1)^3}{m^3}. \quad (41)$$

Преобразовав зависимость (41) с учетом (29), найдем

$$\bar{\xi}_{\text{пр}} = \left(\frac{m + \bar{\kappa} - 1}{m} \right)^{3-p}. \quad (42)$$

Выражение (42) определяет соотношение между возрастанием коэффициента теплоотдачи и увеличением коэффициента сопротивления при применении интенсификации процесса теплообмена. При $\bar{\xi}$ опыта $> \bar{\xi}_{\text{пр}}$ мы имеем дело с нерациональным способом интенсификации, т. е. наблюдаем чрезмерный рост сопротивлений, который приводит к тому, что перекомпоновка размеров теплообменника (увеличение площади фронта и уменьшение длины) не приводят к уменьшению занимаемого объема. Это также означает, что выражение для ΔF , вычисленное по формуле (32), будет больше $\Delta F_{\text{пр}}$, а $\bar{\kappa}_1 < 1$. Отсюда следует, что $\bar{\xi}_{\text{пр}}$ можно рассматривать как параметр для суждения о применимости данного способа интенсификации с целью уменьшения объема теплообменника.

Применим тот способ интенсификации процесса теплообмена, при котором $\bar{\xi}_{\text{оп}} < \bar{\xi}_{\text{пр}}$. И способ интенсификации является тем более рациональным, чем больше разница между $\bar{\xi}_{\text{пр}}$ и $\bar{\xi}_{\text{оп}}$.

В заключение необходимо указать, что данные выводы справедливы только при предположении, что с уменьшением скорости движения газа в каналах теплообменника критериальные уравнения для теплоотдачи и сопротивления сохраняются неизменными.

В. П. ПОПОВ
**ИССЛЕДОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ТУРБУЛЕНТНОСТИ
 ОГРАНИЧЕННОЙ СТРУИ**

Ограниченные струи встречаются во многих энергетических, химических и других промышленных аппаратах. В настоящей статье приводятся результаты экспериментальных исследований характеристик турбулентности воздушной струи, распространяющейся в камере, представляющей собой модель форкамеры топки с насадкой, и описанной в работе [1]. Воздух через круглое цилиндрическое сопло диаметром 100 мм подавался в соосно расположенную камеру прямоугольного сечения с размером сторон 200×216 мм и длиной около 2,5 м. Камера была соединена с входом высоконапорного вентилятора. Воздух в сопло поступал из атмосферы через измерительный коллектор с линейчатым профилем. Геометрия исследуемой системы осложнялась наличием в камере решетки, перекрывающей все ее сечение. Решетка имитировала насадку исследуемой топки. Во время опытов применялись два вида решеток. Один из них (решетка №1) представлял собой пучок труб диаметром 0,0275 м, а второй (решетка №2) — слой из кусков битого огнеупорного кирпича диаметром 0,025—0,03 м. Живое сечение обеих решеток равнялось 0,5. Выбор формы элементов решетки диктовался как условиями моделирования топки с насадкой, так и желанием проверить, в какой степени влияет на характеристики турбулентности существенное изменение конструкции решетки при сохранении постоянными характерных размеров ее элементов и живого сечения. При определенных условиях решетка может оказывать большое влияние на гидродинамику в камере не только по течению вниз, но и вверх от себя.

В настоящей работе исследовались характеристики турбулентности в пространстве камеры между соплом и решеткой. В дальнейшем под словом «камера» будем иметь в виду именно это пространство. В работе изменились расстояния от сопла до решетки, конструкция решетки, были проведены опыты без решетки. Условия опытов даны в таблице. Подробнее экспериментальная установка описана в статье [1].

160

Условия проведения опытов					Таблица
Режим	Решетка	Расстояние от сопла до решетки $X = D$	Средняя скорость воздуха в сопле м/сек	$R_e = \frac{\rho D}{\mu}$	
1	2	1	28	$0,21 \cdot 10^6$	
2	—	—	31	$0,24 \cdot 10^6$	
3	2	2	28	$0,21 \cdot 10^6$	
4	1	—	30,5	$0,22 \cdot 10^6$	
5	1	2	31	$0,24 \cdot 10^6$	

Интенсивность турбулентности определялась при помощи термоанемометра типа ЭТАМ-ЗА. Результаты типичной серии опытов при режиме 1 приведены на рис. 1. При других режимах поля качественно аналогичны и количественно близки.

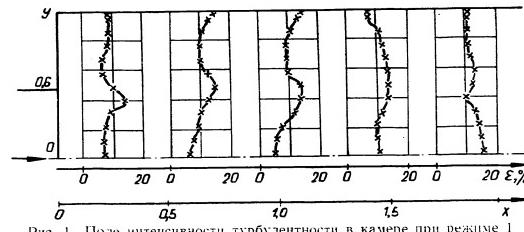


Рис. 1. Поля интенсивности турбулентности в камере при режиме 1

Закономерности изменения интенсивности турбулентности в форкамере становятся понятными, если поля ϵ сравнивать с полями осредненной скорости, полученными на той же установке и при тех же условиях 1. При всех режимах и во всех сечениях камеры на оси потока наблюдается минимум интенсивности турбулентности, а при значениях $Y=0,5-0,7$ — максимум. При этих же значениях Y наблюдаются наибольшие градиенты скорости du/dY [1]. Интенсивность турбулентности мало меняется в пределах зоны, занятой потенциальным ядром потока, в котором $du/dY=0$, и начинает быстро изменяться в тех зонах, где градиент скорости имеет заметное значение. При всех режимах наблюдается повышение интенсивности турбулентности перед решеткой, т. е. решетка турбулизирует поток в камере до себя. Спектр турбулентных пульсаций в камере исследовался при помощи электротермоанемометра ЭТАМ-ЗА и анализатора спектра частот АСЧХ-1. Обработка показаний анализатора спектра давала спектральную функцию $F(j)$, определяемую выражениями

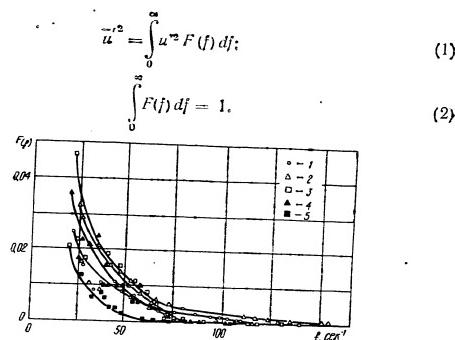


Рис. 2. Спектральная функция в различных точках сечения камеры $X=0.12$ при режиме 2:
 $1 \dots Y=0.02$, $2 \dots 0.03$, $3 \dots 0.05$, $4 \dots 0.06$, $5 \dots 0.08$

На рис. 2 в качестве примера показана зависимость спектральной функции от частоты для различных точек сечения $X=0.12$ при режиме 2. Из анализа рис. 2 следует, что спектральная функция возрастает при уменьшении частоты пульсаций. Поскольку при $f=0$ спектральная функция должна быть равна нулю, кривая $F(f)=f(f)$ должна иметь максимум, но этот максимум приходится на частоты от 0 до 20 гц и не попадает в рабочий диапазон прибора. Максимальные частоты, при которых при помощи данного анализатора спектра обнаруживаются турбулентные пульсации, лежат в пределах $f_{\max} = 200-250$ гц.

Согласно литературным данным [2], при большем усилении величина f_{\max} достигает нескольких тысяч герц, но очевидно, что в данном случае спектральная функция на больших частотах имеет чисто малое значение, а основная часть энергии турбулентных пульсаций приходится на низкие частоты. По найденным зависимостям $F(f)=f(f)$ расчетным путем определялись коэффициенты корреляций осевой составляющей пульсационной скорости в одной точке в различные моменты времени по формуле

$$R_t = \int_0^{\infty} \cos 2\pi f t F(f) df, \quad (3)$$

В качестве примера зависимости $R_t = f(t)$ на рис. 3 дан график этой функции для точки $X = 0.12$, $Y = 0.02$ при режиме 2. В других точках и при других режимах зависимости $R_t = f(t)$ качественно аналогичны.

Участок $t = 0 \div t_1$ представляет собой время, в течение которого около неподвижного измерителя проходит некоторый объем газа, характеризуемый тем, что скорости отдельных его частиц имеют какую-то статистическую связь друг с другом. Эти скорости могут быть направлены как в одном, так в различных направлениях, о чем говорит наличие как положительной, так и отрицательной ветви функции $R_t = f(t)$. Участок $t = t_1 \div t_2$ представляет собой время прохождения около неподвижного измерителя такого объема газа, в котором скорости отдельных его частиц не только статистически связаны, но и имеют осевую компоненту одного знака, т. е. время $t = 0 \div t_1$ — это время прохождения около неподвижного измерителя турбулентного моля. Поэтому мы определили временной масштаб турбулентности выражением

$$T = \int_0^{\infty} R_t dt. \quad (4)$$



Рис. 3. Кривая корреляции скорости по времени при режиме 2 в точке камеры $X=0.12$, $Y=0.02$

Частотный спектр турбулентных пульсаций можно характеризовать средней частотой пульсации, которая определяется выражением

$$f_{cp} = \frac{\int_0^{\infty} u^2 F(f) df}{\int_0^{\infty} u^2 F(f) df}. \quad (5)$$

В качестве примера на рис. 4, б дана зависимость $f_{cp} = f(Y)$ в сечении камеры $X = 0.12$ при режиме I.

В других сечениях и при других режимах зависимости $f_{cp} = f(Y)$ имеют аналогичный вид. Функции $f_{cp} = f(Y)$ при всех режимах и во всех сечениях имеют максимум в области наибольших градиентов средней скорости. Средняя частота f_{cp} при всех режимах изменилась в пределах 100–30 гц. Из-

менение f_{cp} на одной кривой равнялось в среднем 40 м., значение f_{cp} у стенки при всех режимах меньше соответствующего значения на оси потока.

Во всех наших опытах какого-либо определенного влияния решетки на f_{cp} не обнаружено.

Средняя частота турбулентных пульсаций связана с временным масштабом турбулентности соотношением

$$f_{cp} = \frac{K}{T} \quad (6)$$

Значения K были вычислены по формуле (6) как для различных точек одного сечения, так и для точек различных сечений, лежащих на симметрии камеры.

Масштаб турбулентности T определялся описанным выше способом, а f_{cp} по формуле (5). Как показали эти расчеты, коэффициент K сохраняет примерно постоянное значение для всех точек. Отклонение K от его среднего арифметического значения, равного 0,159, носит случайный характер и не превышает 7,5%. Физический смысл полученного экспериментально постоянства K вполне понятен. Постоянство подтверждает представление о средней частоте турбулентных пульсаций как обратной величине времени прохождения турбулентного моля около неподвижного измерителя.

Примем, что коэффициент K сохраняет постоянное значение во всех точках камеры и равен 0,159. Определив K , можно найти локальные значения линейного масштаба турбулентности L_x по формуле

$$L_x = f(Y) \quad (a) \quad f(Y) = \frac{Ku}{f_{cp}} \quad (7)$$

Рис. 4. Зависимость $u=f(Y)$ (a) и $A'_T=f(Y)(c)$ ($I-X=0,12$, $2-0,52$, $3-0,92$)

чения линейного масштаба турбулентности L_x по формуле

$$L_x = uT = \frac{Ku}{f_{cp}} \quad (7)$$

где u — локальная, осредненная по времени осевая скорость потока. Определенный таким образом масштаб турбулентности равен эффективному размеру турбулентного моля, т. е. размеру, в пределах которого сохраняется значительная статистическая связь между скоростями отдельных элементарных объемов. Причем все эти объемы имеют осевую составляющую скорости одного знака.

Масштаб турбулентности L_x пропорционален пути перемещивания t_x , причем коэффициент пропорциональности близок к единице [3].

Как известно, коэффициент турбулентного объема определяется выражением

$$A_r = t_x u. \quad (8)$$

Поэтому, зная L_x , мы можем определить величину $A'_r = L_x t_x$, пропорциональную и численно близкую к A_r .

В качестве примера на рис. 4, a и c представлены зависимости $L_x = f(Y)$ и $A'_r = f(Y)$ для сечения $X = 0,12$ при режиме 1. Анализ рис. 4, a и c и сравнение их с рис. 4, b показывает, что функции $L_x = f(Y)$ и $A'_r = f(Y)$ имеют три характерных участка:

а) высокие и относительно малоизменяющиеся значения L_x и A'_r в области, занятой основным потоком;

б) резко падающие до нуля значения L_x и A'_r в области перехода средней осевой скорости через 0;

в) низкие и малоизменяющиеся значения L_x и A'_r в зоне обратных токов.

Обращает на себя внимание тот факт, что при значениях Y , соответствующих нулевому значению осевой средней скорости, масштаб турбулентности, согласно расчету, равен нулю, в то время как интенсивность турбулентности и частота пульсаций в этой точке не равны 0. В связи с этим следует отметить, что одна интенсивность турбулентности ϵ не характеризует энергии турбулентных пульсаций. Даже при большой интенсивности турбулентности, но близкой к нулю средней скорости потока пульсационная скорость очень мала. Турбулентные моли, обладающие очень малой относительной скоростью, в условиях камеры не могут быть большими. Время существования каждого отдельного моля мало. Малым размером турбулентных молей в области малых средних скоростей объясняется тот факт, что в этой области не наблюдается падения средней частоты пульсаций. Положение поверхности нулевых средних осевых скоростей в турбулентном по-

токе не может быть строго фиксированным. Точки этой поверхности пульсируют около некоторого среднего положения со средней частотой турбулентных пульсаций прилегающих областей потока. Поэтому в любой фиксированной точке в области перехода средних скоростей через 0 сохраняется интенсивность турбулентности и частота пульсаций прилегающих областей потока, а масштаб турбулентности имеет значение, близкое к нулю.

Сравнение рис. 4, *г* и *а* показывает, что кривые $A_t' = f(Y)$ имеют максимум в области максимума d^2u/dY^2 , что находится в соответствии с известной гипотезой Кармана о связи пути перемешивания со второй производной u по Y .

С увеличением расстояния от сопла коэффициент турбулентного обмена в основном потоке уменьшается в связи с уменьшением средних скоростей.

Воздействие решетки на A_t' в различных частях камеры проявляется неодинаково. Под влиянием решетки в камере увеличивается интенсивность турбулентности и поток рециркулирующих газов. Увеличение расхода рециркулирующих газов приводит к увеличению средних скоростей в основном потоке и в зоне рециркуляции. Этот эффект имеет место главным образом в средней части камеры. Непосредственно перед решеткой рециркуляция почти прекращается и средние скорости соответственно поникаются. В ближайшем к соплу исследованном сечении (на расстоянии 0,5 его диаметра) заметного влияния решетки на поле скоростей не наблюдается.

Учитывая, что при прочих равных условиях с ростом средней скорости увеличиваются пульсационная скорость и масштаб турбулентности, можно сказать, что наличие решетки должно увеличивать значение A_t' в средней части камеры, уменьшая его в пространстве, расположенном перед решеткой, и не оказывать заметного воздействия на A_t' в передней части камеры. Именно такое влияние решетки наблюдалось во время наших опытов.

Приведенный выше анализ дает возможность произвести оценку интенсивности турбулентного перемешивания в различных зонах камеры, на основании чего можно сделать следующие выводы.

1. Наиболее интенсивное турбулентное перемешивание наблюдается в пограничном слое основного потока в передней и средней части камеры.

2. Решетка интенсифицирует турбулентное перемешивание, причем этот эффект наблюдается главным образом в средней части камеры.

3. Турбулентный тепло- и массоперенос внутри зоны рециркуляции и между этой зоной и основным потоком протекает

очень слабо. Он в десятки и сотни раз слабее, чем в пограничном слое основного потока.

4. Коэффициент турбулентного обмена A_t имеет максимальные значения в области перехода потенциального ядра основного потока в пограничный слой, т. е. в области максимальных значений d^2u/dY^2 .

Обозначения

l — длина камеры (расстояние от сопла до решетки), D — поперечный размер камеры, b — расстояние от продольной оси симметрии до данной точки в горизонтальном направлении, $X = l/D$ — безразмерная продольная координата, $Y = b/D$ — безразмерная поперечная координата, u — осевая составляющая осредненной по времени локальной скорости, u' — осевая составляющая локальной пульсационной скорости, $\varepsilon = \frac{1}{2} \bar{u}'^2$, \bar{u} — интенсивность турбулентности, j — частота турбулентных пульсаций в герцах, f_T — средняя частота турбулентных пульсаций, $F(j)$ — спектральная функция, t — время, τ — отрезок времени, соединяющий коррелируемые скорости, $R_2 = u'(t)u'(t+\tau)/\bar{u}'^2$ — коэффициент корреляции продольной компоненты скорости в одной и той же точке в разные моменты времени, T — временной масштаб турбулентности, L_x — масштаб турбулентности, A_t — коэффициент турбулентного обмена.

Литература

1. Попов В. П. Аэродинамические исследования камер горения топок с насадкой. ИФЖ, № 3, 1962.
2. Солице в. П. Экспериментальное исследование параметров турбулентности в ядре свободной струи. Сб. «Стабилизация пламени и развитие процесса горения в турбулентном потоке». Оборонгиз, 1962.
3. Минский Е. М. Турбулентность руслового потока. Л., Гидрометиздат, 1952.

А. Л. БАТИЕВСКИЙ, А. Л. МОССЭ, Л. И. ТАРАСЕВИЧ
**КОНВЕКТИВНЫЙ ТЕПЛО- И МАССООБМЕН
ПРИ ГОРЕНИИ ХИМИЧЕСКИ АКТИВНЫХ ВЕЩЕСТВ
НА ПОРИСТОЙ ПОВЕРХНОСТИ
В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ**

Решение ряда задач создания новой техники привело к необходимости поиска способов тепловой защиты различных конструкционных материалов, используемых при высоких тепловых нагрузках (порядка 8×10^6 ккал/м² · час). В этом случае перенос тепловой энергии происходит за счет конвекции, теплопроводности через пограничный слой и излучением от горящих газов. На долю излучения в этих условиях приходится порядка 30% полного теплоотвода, остальные 70% падают на долю конвекции и теплопроводности через пограничный слой.

Одному из методов тепловой защиты поверхностей от воздействия высокотемпературных потоков в настоящее время уделяется особое внимание. Речь идет о методе подачи охладителя через пористую поверхность, причем основной поток, омывающий пористую поверхность, вступает в реакцию с охладителем. В качестве охладителя используются различные виды газообразных или жидких веществ, способных вступать в химическую реакцию с газом основного потока.

Изучение влияния горения на процесс тепло- и массообмена при инъекции газа или жидкости проводилось как в ламинарном, так и в турбулентном пограничных слоях. Наиболее полные исследования проведены по горению вдуваемого охладителя в ламинарном пограничном слое. Результаты этих исследований опубликованы в работах [1—5] и др. Что касается исследований в турбулентном пограничном слое, то количество выполненных и опубликованных работ весьма ограничено [6, 7, 9].

В работе [6] проведено теоретическое исследование трения и теплообмена в сжимаемом турбулентном пограничном слое при наличии химических реакций, обусловленных вводом инородного вещества. Основное допущение — скорость хими-

ческой реакции бесконечно велика по сравнению со скоростью диффузии:

$$v_r \gg v_D. \quad (1)$$

Это позволило считать зону реакции (фронт пламени) в пограничном слое бесконечно тонкой поверхностью по сравнению с толщиной пограничного слоя. Для обеспечения неравенства (1) величина константы скорости реакции K_r , очевидно, должна быть достаточно велика, что имеет место только в случае высоких температур в пограничном слое.

Другим допущением, используемым в работах [6] и [7], является то, что числа R_g и L_e принимаются равными единице. При решении задачи это дает значительные математические упрощения, сохраняя основные черты явления подобными нереагирующими пограничными слоями.

Для изучения химизма реагирующих пограничных слоев можно воспользоваться и другим методом, используя существующие выражения для скоростей реакции. Однако это связано с введением либо чрезвычайно сложных математических расчетов, либо ряда ограничивающих допущений, как, например, это сделал Дулей [10], который полагал известными концентрации компонентов на поверхности и получил интересные результаты.

Уравнения, характеризующие турбулентный пограничный слой, в работах [6, 7] получены при формальном вводе среднего времени в соответствующие ламинарные члены с учетом флюктуирующих величин. Причем если в работе [6] рассмотрен случай плоского движения на пластине с использованием коэффициентов динамической μ и турбулентной ϵ вязкости, то в работе [7] анализируется более общий случай для области, где для процесса переноса — турбулентный и молекулярный — значительны. Соответственно этому используются коэффициенты проводимости количества движения E_u , массы $E_{D,i}$ и тепловой энергии E_h , которые в турбулентной части потока определялись через соответствующие соотношения: напряжение Рейнольдса, массовую и термическую диффузию соответствующего среднего градиента. В работе [7] приводится для рассматриваемого случая в наиболее полном виде система уравнений:

а) непрерывности

$$\frac{\partial}{\partial x} (\bar{u} \bar{u}) + \frac{\partial}{\partial y} (\bar{v} \bar{v} + \bar{p}' \bar{v}') = 0; \quad (2)$$

б) количества движения

$$\bar{u} \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + (\bar{v} \bar{v} + \bar{p}' \bar{v}') \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(E_u \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right) - \frac{\partial p}{\partial x}; \quad (3)$$

в) диффузии

$$\bar{\rho} \bar{u} \frac{\partial \bar{C}_i}{\partial x} + \left(\bar{\rho} \bar{v} + \bar{\rho}' \bar{v}' \right) \frac{\partial \bar{C}_i}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\bar{\rho} E_{D,i} \frac{\partial \bar{C}_i}{\partial y} \right) + \bar{\omega}_i. \quad (4)$$

г) энергии

$$\begin{aligned} \bar{\rho} \bar{u} \frac{\partial}{\partial x} \left(\bar{H} + \frac{1}{2} \bar{u}^2 \right) + \left(\bar{\rho} \bar{v} + \bar{\rho}' \bar{v}' \right) \frac{\partial}{\partial y} \left(\bar{H} + \frac{1}{2} \bar{u}^2 \right) = \\ = \frac{\partial}{\partial y} \left[E_k \sum_i \frac{\partial}{\partial y} \left(\bar{h}_i \bar{C}_i + \frac{1}{2} \bar{u}^2 \right) + \sum_i \bar{\rho} E_{D,i} \left(1 - Le_T^{-1} \right) \times \right. \\ \left. \times \bar{h}_i \frac{\partial \bar{C}_i}{\partial y} + E_k \left(1 - Pr_T^{-1} \right) \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{2} \bar{u}^2 \right) \right]. \quad (5) \end{aligned}$$

Используя указанное выше предположение $Pr_T = 1$ и $Le_T = 1$, получаем значительное упрощение уравнения энергии. Кроме того, при сравнительно небольших скоростях потока, очевидно, можно пренебречь диссипативным членом в уравнении энергии. Тогда уравнение (5) примет вид

$$\begin{aligned} \bar{\rho} \bar{u} \frac{\partial}{\partial x} \left(\bar{H} + \frac{1}{2} \bar{u}^2 \right) + \left(\bar{\rho} \bar{v} + \bar{\rho}' \bar{v}' \right) \frac{\partial}{\partial y} \left(\bar{H} + \frac{1}{2} \bar{u}^2 \right) = \\ = \frac{\partial}{\partial y} \left[E_k \frac{\partial}{\partial y} \sum_i \left(\bar{h}_i \bar{C}_i + \frac{1}{2} \bar{u}^2 \right) \right]. \quad (5')$$

В случае рассмотрения ламинарного пограничного слоя или ламинарного подслоя, называемые выше коэффициенты проводимости представляются как более известные молекулярные коэффициенты μ , $D_{i,j}$, λ .

В дальнейшем авторы [6, 7] различным образом подходят к решению поставленной задачи. Принятая в работе [6] методика построения решения не требует знания законов распределения концентраций, температур и скоростей по толщине пограничного слоя. Для расчета интегральных характеристик пограничного слоя достаточно знать связь концентраций и температур с продольной скоростью в пограничном слое. Однако для получения такого решения автору пришлось использовать полученные в [1] связи между концентрацией и скоростью для ламинарного пограничного слоя и считать, что они справедливы и для турбулентного пограничного слоя ввиду допущения о бесконечной скорости химической реакции и равенства единице ламинарных и турбулентных чисел Прандтля и Льюиса.

В работе [7] принят несколько иной подход к рассмотрению задачи. Упрощение уравнения диффузии выполняется

путем замены членов, характеризующих весовую долю молекулярных веществ C_i , членами весовой доли атомарного вещества C_t^* (метод Зельдовича [8]), присутствующих во всех химических формулах и рассчитываемых по локальным изменениям концентраций веществ. При этом выпадает член ω_i , представляющий собой объемную весовую скорость образования i -го компонента смеси, но сохраняется линейная связь между C_t^* и H_t при выполнении соответствующих граничных условий. В дальнейшем, следя Лизу [9], определяется число St через выражение модифицированного параметра вдува в виде

$$B' = (\rho v) \omega \rho_e u_e St.$$

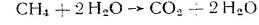
Границевые условия для O_2 (элемента, который отсутствует в тональе) выражаются в виде

$$C_{O_2,e}^* C_{O_2,w}^* = B' + 1$$

или при $C_{O_2,e}^* = 0$

$$C_{O_2,w}^* = 3B'/(B' + 1).$$

Для определения баланса энергии на гористой поверхности в работе [7] используется реагирующая система — одноступенчатая реакция горения метана



Подобное применение находит реагирующая система в работе [13], где рассматриваемые химические реакции представляют собой реакцию горения углерода первого порядка, процесс испарения, диссоциации и рекомбинации кислорода и азота. Весовые доли молекулярных веществ C_3 , CO , O , O_2 , N , N_2 на поверхности определяются с помощью констант равновесия этих реакций с учетом граничных условий на поверхности.

В работе [7] рассматривается реакция, протекающая в пограничном слое, т. е. считается, что кислород на стенке отсутствует, тогда уравнение баланса энергии будет иметь вид

$$q_w = St \rho_e U_e (-C_{O_2,e} h_{O_2,w} - C_{N_2,e} h_{N_2,w} - Q_{R,N_2,w} C_{O_2,e}). \quad (6)$$

Таким образом, очевидно, что в этом случае теплоперенос точно не зависит от модифицированного параметра вдува B' .

Все величины в уравнении (6) определяются при горении и температуре стенки.

Адиабатическая температура пламени определялась при условии, что удельные теплоемкости O_2 и N_2 постоянны и равны, тогда

$$0.24 (T_{ad,t} - T_e) = \frac{0.23 Q_{R,O_2,w}}{(1 + f/a)_{tex}}, \quad (7)$$

где f/a — отношение топлива к воздуху, так что (6) можно записать

$$q_w \approx St \rho_e U_e |(T_{ad,t} - T_w) - (f/a)_{\text{стех}} (T_{ad,t} - T_o)|. \quad (7')$$

Так как для большинства топлив $(f/a)_{\text{стех}} < 1$, запишем

$$q_w \approx St \rho_e U_e (c_p e) (T_{ad,t} - T_w). \quad (7'')$$

В работе [7] и в большинстве других работ по турбулентному теплообмену используется гипотеза Рейнольдса о подобии между турбулентным переносом массы количества движения и энергии. Лиз [9] показал, что если аналогия Рейнольдса применима в области полностью развитой турбулентности, то «модель», выбранная для химических реакций, а также скорость реакции при $Le=1$ не играют роли. Использование одного интегрального уравнения Кармана будет достаточно, чтобы оценить поверхностное трение, тепло- и массообмен у поверхности.

Анализируя вопрос о слиянии подвода вещества к поверхности, Лиз [9] сравнивает два метода. В работах [14, 15] совсем не учитывалась частично ламинарная область вблизи поверхности и профиль скоростей получен путем интегрирования уравнения вида

$$\tau = \tau_w + (\rho v)_w u, \quad (8)$$

где $(\rho v)_w$ — нормальный к поверхности поток вещества. При этом использовалось предположение Прандтля о длине пути смешения.

Этому методу Лиз противопоставляет метод Рэнни [11], который несколько проще метода, использованного в работах [14, 15]. В частности, в нем не используется концепция Прандтля о длине пути смешения. Этот метод полагает, что подвод вещества не оказывается на турбулентном ядре и сращивается экспоненциальный профиль скоростей в ламинарном подслое с неизменяемым логарифмическим профилем в турбулентной части слоя.

Крокко [12] обобщил упрощенный анализ Рэнни на случай инъекции с учетом химических реакций и диффузии. Для интенсивности турбулентного теплообмена при наличии подвода вещества и химических реакций Лиз предполагает уравнение вида

$$q_w = \rho_e U_e St \Delta h_w [1 + (\bar{L}e^a - 1) \frac{h_{\text{стех}}}{\Delta h_w} - B' \bar{L}e]. \quad (9)$$

Однако Ферри [9] считает, что поскольку величина теплового потока в уравнении (9) определяется только при граничных условиях на стенке и на внешней границе потока, то все происходящее внутри пограничного слоя (химическая реак-

ция, ее скорость и устойчивость и т. д.) остаются за пределами этого выражения, хотя эти явления могут оказывать существенное влияние на процесс.

Значительный интерес представляют полученные в работе [7] экспериментальные результаты исследования процесса тепло- и массообмена в горячем турбулентном пограничном слое, поскольку они представляют собой единственные в на-

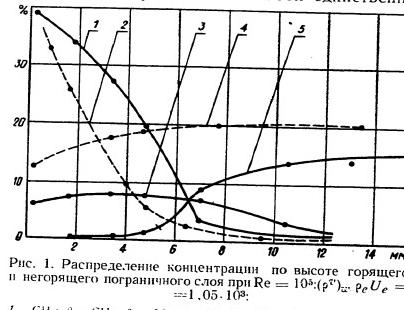


Рис. 1. Распределение концентрации по высоте горячего и негорячего пограничного слоя при $Re = 10^5$; $(\rho v)_w \rho_e U_e = 1,05 \cdot 10^8$.
1 — CH_4 ; 2 — CH_4 ; 3 — CO_2 ; 4 — O_2 ; 5 — O_2 . (Сплошные линии — инъекция подожжен, птичковые — не подожжен)

стоящее время экспериментальные данные по этому вопросу. На рис. 1 показано распределение концентрации по высоте пограничного слоя, характеризующее величину массопереноса.

Обобщенные экспериментальные данные по массо- и теплопереносу и переносу количества движения в горячем пограничном слое представлены на рис. 2 в виде зависимости коэффициента массопереноса J_f , числа St и коэффициента трения C_f от числа Re_x . Принятый закон обобщения соответствует значению коэффициента переноса, равному $0,038 Re_x^{-0.2}$, и связывает результаты тепло- и массопереноса с точностью в пределах $\pm 30\%$.

Закон обобщения для коэффициента трения, соответствующий малой скорости инъекции, может быть получен при умножении выражения для коэффициента переноса на член $(T_w - T_o) / 0.4$.

Экспериментальные данные, приведенные на обобщенном графике, не дают возможности достаточно точно судить о влиянии горения на процессы переноса. Разброс эксперимен-

тальных точек по коэффициенту трения (рис. 2) настолько велик, что не позволяет дать утверждательный ответ о целесообразности использования формулы

$$\left[\frac{1}{2} C_f \right]_{(\omega=0)} = 0.038 \operatorname{Re}_x^{-0.2} \left(\frac{T_w}{T_c} \right)^{0.4} \quad (10)$$

для определения коэффициента трения. Обобщенные экспериментальные данные по тепло- и массообмену в пределах точ-

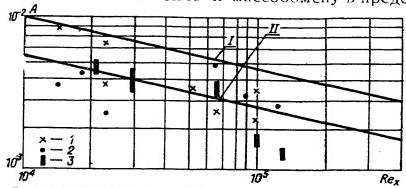


Рис. 2. Безразмерные коэффициенты переноса тепла, массы и количества движения ($A - \frac{1}{2} C_f$, St, i_D) в зависимости от числа Re_x :
 $I - \frac{1}{2} C_f = 0.038 \operatorname{Re}_x^{-0.2} (T_w/T_c)^{0.4}$; II — $St = i_D = 0.038 \operatorname{Re}_x (I - \frac{1}{2} C_f)^{2-S_t}$; III — i_D

ности опыта $\pm 30\%$ довольно приблизенно характеризуют влияние горения на эти процессы.

Как указывает автор, экспериментальные результаты переноса количества движения следует рассматривать только как предварительные, потому что в работе [7] принят линейный закон изменения скорости по высоте пограничного слоя при инъекции массы. Такое допущение в какой-то мере можно использовать только для небольших скоростей инъекции.

Анализ работ [6, 7, 9] показывает, что даже, несмотря на ограниченное количество имеющихся теоретических исследований процесса тепло- и массообмена в турбулентном пограничном слое при наличии химических реакций, полученные различными авторами выводы достаточно противоречивы. Возможно, это связано с различным подходом исследователей к решению задачи. Что касается экспериментальных подтверждений предполагаемых теоретических зависимостей, то, кроме данных, опубликованных Кульгайном, они вообще отсутствуют.

В работе [7] часть результатов следует рассматривать как предварительные. К тому же Кульгайном была апробирована только одна реагирующая система: метан—воздух.

Нетрудно сделать вывод о том, что необходима постановка систематических экспериментальных исследований по этому вопросу с различными по своей природе химически реагирующими системами и при этом следует использовать в качестве реагента не только газ, но и жидкости.

О б о з н а ч е н и я

v_r — скорость химической реакции, v_D — скорость диффузии, K_p — константа скорости химической реакции, Pr — критерий Прандтля, Le — критерий Льюиса, μ — коэффициент динамической вязкости, ϵ — коэффициент турбулентной вязкости, $E_{D,i}$, E_i — коэффициенты проводимости движения, массы и энергии соответственно, ϱ — плотность, n , ϱ — составляющие силы в направлении осей x и y соответственно, p — давление, C_i — весовая доля i -го компонента, H — полная энталпия, D — коэффициент диффузии, k — коэффициент теплопроводности, C_f — весовая доля атомарного вещества, St — критерий Стантона, Q_R — теплота реакции, отнесенная к 1 кг кислорода, q — тепловой поток, $T_{ad,f}$ — адабатическая температура пламени, T — температура, c_p — удельная теплопроводность при постоянном давлении, τ — напряжение трения, Δh_2 — тепловой переход на стенке, h_{av} — химическая энталпия, i_D — коэффициент массопереноса, C_f — коэффициент трения, Re — критерий Рейнольдса, β — доля углерода в 1 кг топлива; индексы: w — на стенке, e — в ядре потока. Чертеж над величиной означает среднюю величину, штрихи — флюктуирующие величины.

Л и т е р а т у р а

- Коэн Бромберг и Липкинс. Вопросы ракетной техники, 4(52), 1959.
- Абдуевский В. С., Обрскова Е. Н. Известия АН СССР, Отдел Механики и Машиностр., 5, 1962.
- Емельянов В. М. Инженерный журнал, том II, вып. 3, 1962.
- Ваулин Е. П. и Гвоздков Н. Н. ЖТФ, т. XXXII, вып. 2, 1962.
- Eschenroeder A. Q. Journal of the Aero/Space Sci., 27, No 12, 1960.
- Данилов Ю. В. ЖТФ, 30, № 10, 1960.
- Кингсли N. G. Journal of Fluid Mechanics, 12, 3, 1962.
- Зельдович Я. Б. ЖТФ, 19, № 10, 1949.
- Ильин С. С. «Газодинамика и теплообмен при наличии химических реакций». ИЛ, 1962.
- Dooley D. Ignition on the laminar boundary layer of heated plate, Stanford Univ. Press, June, 1957.
- Rannie W. J. Propulsion Lab., Progr. Rep., No 4—50, Calif. Inst. Technol., November, 1947.
- Крокко Л. Сб. «Проблемы движения головной части ракет дальнего действия». ИЛ, 1959.
- Rubesin M. W., Rappas C. C. Presented at the Symposium for Mass-Transfer Cooling for Hypersonic Flight (USAF, Office Sci. Res. and the RAND Corporation), June, 1957.
- Дорранс У. Доре Ф. Механика, № 3, 1955.

В. П. ПОПОВ

ИЗМЕРЕНИЕ СКОРОСТИ И ВИЗУАЛИЗАЦИЯ МЕДЛЕННЫХ ПОТОКОВ ЖИДКОСТИ

Исследования гидродинамики при решении задач теплообмена твердых тел с газами и жидкостями довольно часто сталкиваются с трудностью измерения малых скоростей. Трубки Пито и другие приборы, основанные на измерении динамического напора, здесь непригодны, так как динамический напор очень мал. При измерениях в газах широко применяется электротермоанемометр. Правда, при малых скоростях он дает существенную погрешность, но лучшего прибора для этой цели пока нет. Электротермоанемометр может быть использован и при измерениях в жидкостных потоках, однако при его применении встречаются значительные трудности. На показания термоанемометра влияют мельчайшие механические загрязнения жидкости, растворенные в ней газы, электрическая проводимость жидкости и др. Эти влияния хотя и преодолимы, но сильно осложняют и удороожают проведение экспериментов.

Для измерения малых скоростей жидкостей разработан целый ряд методик, основанных на визуализации течения путем внесения в поток мелких твердых или жидкокристаллических частиц, траектории которых прослеживаются кинематографическим путем. Как правило, эти методы очень трудоемки и требуют сложного оборудования.

В последние годы стала применяться интересная и сравнительно простая методика визуализации потоков воды, которая может быть использована и для измерения скорости. Она состоит в следующем. В потоке перпендикулярно направлению движения воды располагается тонкая металлическая проволочка, соединенная с отрицательным полюсом источника постоянного напряжения. Положительный полюс источника напряжения соединяется с электродом, помещенным в тот же поток. При подаче на электроды напряжения в несколько вольт начинается электролиз воды. На проволочке-катоде выделяются пузырьки водорода, которые смываются и уносятся по-

током. При соответствующем освещении эти пузырьки можно фотографировать. Если подавать на электроды напряжение с регулярными перерывами, то на снимке получится чередование белых и черных полос. Ширина их зависит от частоты прерывателя и скорости потока. Зная частоту прерывателя и измерив на фотографии ширину соседних черной и белой полос, можно определить значение осевой составляющей скорости потока.

Большим достоинством этого метода является возможность снять практически мгновенное поле скоростей на большой площади. Это представляет интерес во многих случаях и особенно важно при исследовании нестационарных течений. Используя скоростную кинокамеру, можно получить картину изменения поля скоростей нестационарного течения во времени.

Если на проволочку-катод нанести с определенными интервалами кольца из изолационного лака или краски, то мы получим двумерную картину течения.

Применив систему зеркал, можем получить трехмерную картину движения, что в определенных случаях представляет большой интерес.

Для визуализации потока электролиз воды был применен при исследовании структуры турбулентного пограничного слоя [1]. Анализ погрешности измерения скорости этим методом был сделан в работе [2], но нам неизвестны данные о его практическом применении. Поэтому мы экспериментально проверили применимость данного метода для количественного исследования поля скорости при обтекании различных тел. Проверка производилась в гидравлическом лотке со стенками из органического стекла. Поперечное сечение лотка 30×30 см, длина около метра. Он был предназначен не для проведения точных количественных измерений, а только для проверки их принципиальной возможности.

Результаты обработки фотографий обтекания ламинарным потоком воды пластины с острой передней кромкой представлены на рис. 1. Для сравнения на этом же рисунке приведены экспериментальные данные Хансена [3] и теоретическая кривая Блазиуса. Полученные нами экспериментальные точки довольно хорошо укладываются на одну кривую. Некоторое отклонение наших экспериментальных данных, как и данных Хансена, от теоретической кривой Блазиуса, по-видимому, объясняется тем, что в обоих случаях измерения проводились вблизи передней кромки пластины, т. е. в той области, где решение Блазиуса не является достаточно точным.

Съемка производилась фотокамерой «Зенит», а для освещения исследуемого пространства лотка использовалась лампа накаливания мощностью 0,75 квт с рефлектором. Возможность получения удовлетворительных результатов при помощи

такого простого оборудования говорит о перспективности данного метода. Можно полагать, что на установке большего масштаба при использовании более совершенных источников света и съемочной аппаратуры можно на достаточно высоком уровне производить исследования полей скоростей в пограничном слое, в отрывной зоне, при решении различных струйных задач и т. д.

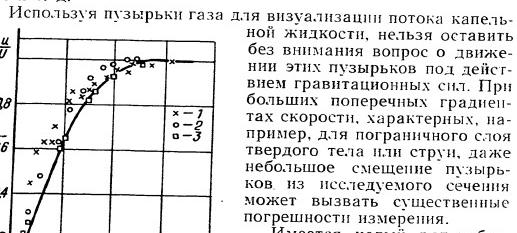


Рис. 1. Профиль скорости в пограничном слое плоской пластины в Блазиусовых координатах $u/U = f(\eta)$:

1 — данные наших опытов при $x = 0.067 \text{ м}$; 2 — экспериментальные данные Хансена при $x = 0.067 \text{ м}$; x — данные Хансена при $x = 0.1 \text{ м}$; — теоретическая кривая Блазиуса.

Имеется целый ряд работ, посвященных исследованию движения газовых пузырьков в жидкости применительно к условиям работы различного рода барбатеров, устройств промышленного электролиза и других аппаратов химической промышленности.

Теоретические соображения по этому вопросу и обобщение экспериментальных данных приводятся в книге В. Г. Левича [4]. В ней автор выводит теоретические формулы для расчета скорости подъема пузырьков газа в воде в зависимости от их диаметра, вязкости воды и числа $Re = vd/\nu$:

$$v = \frac{1}{12} \frac{gd^2}{\nu} \quad \text{при } Re \leq 1, \quad (1)$$

$$v = \frac{1}{36} \frac{gd^2}{\nu} \quad \text{при } Re = 100 - 1600. \quad (2)$$

Однако эти формулы справедливы только при движении пузырьков в воде, прошедшей специальную очистку от поверхностно-активных веществ (например, многократную дистилляцию). Экспериментально установлено, что в обычной сетевой воде, не подвергшейся подобной очистке, движение мелких

пузырьков происходит по законам движения твердых шариков, для которых в области действия закона Стокса справедлива формула

$$v = \frac{1}{18} \frac{gd^2}{\nu}. \quad (3)$$

Как видно из (1) — (3), скорость подъема пузырьков при постоянной температуре жидкости пропорциональна квадрату их диаметра.

Выражение для диаметра пузырька, отрывающегося от твердой поверхности под действием гравитационных сил, можно найти из равенства

$$Cz = \frac{1}{6} \pi d_0^3 (\gamma_{\infty} - \gamma_r) \approx \frac{1}{6} \pi d_0^3 \gamma_{\infty}. \quad (4)$$

Левая часть уравнения (4) представляет собой равнодействующую сил пограничного натяжения, прижимающую пузырек газа к поверхности, а правая — подъемную силу. Величина C в данном уравнении определяется выражением

$$C = \int_0^{\pi} \sin \theta dL d\theta. \quad (5)$$

Если пузырек имеет сферическую форму, то можно предположить, что граница жидкости и газообразной фазы на твердой плоской поверхности является окружностью с диаметром, пропорциональным диаметру пузырька. В этом случае

$$C = C_1 \pi d_0 \sin \theta. \quad (6)$$

Считая, что перед отрывом пузырька $\sin \theta \approx \theta$, и решая совместно уравнения (4) и (6) относительно d_0 , получим выражение

$$d_0 = C_2 \theta^{0.5} \sqrt{\frac{\sigma}{\gamma_{\infty}}}, \quad (7)$$

аналогичное приведенному в книге Кутателадзе [5] и полученное путем аппроксимации численных решений для случая кипения воды.

Поскольку имеющиеся в литературе экспериментальные данные относятся к пузырькам газа значительно более крупным, чем применяющиеся для визуализации жидкостных течений, нами было выполнено экспериментальное определение скорости подъема пузырьков водорода, образующихся при электролизе на платиновой проволочке диаметром 40 мк в неподвижной воде при комнатной температуре. Оказалось, что при электролизе коэффициент C_2 в формуле (7) не является

постоянным, как при кипении воды, а зависит от плотности тока. При малой плотности тока порядка $0.1-0.2 \text{ а/см}^2$ от катода отделялись сплошные полосы, состоящие из очень мелких пузырьков водорода. С увеличением плотности тока увеличивается диаметр пузырьков, а следовательно, и скорость их подъема. Однако с ростом диаметра пузырьков в некоторых пределах увеличивается и яркость свечения полос в рассеянном свете, что облегчает получение достаточно контрастного изображения. Поэтому существует некоторое оптимальное значение плотности тока, которое тем меньше, чем более совершенно применяемое осветительное и съемочное оборудование. В наших условиях оптимальная плотность тока была в пределах $i=0.4-0.6 \text{ а/см}^2$.

Дальнейшее увеличение плотности тока приводит к генерации пузырей большого диаметра. Возрастает скорость их подъема, края полос становятся рваными и расплывчатыми, а все изображение становится крупнозернистым и мало контрастным.

Результаты измерений скорости подъема пузырьков водорода в неподвижной воде, которые производились так же, как и описанные выше измерения скорости в потоке, довольно хорошо аппроксимируются формулой

$$v = 0.09i + 0.9 \text{ см/сек} \quad (8)$$

при значениях $i=0.4-5.2 \text{ а/см}^2$ и температуре воды 25°C . Скорости подъема пузырей изменялись при этом в пределах $v=1.06-0.0215 \text{ см/сек}$.

Подставляя эти значения в формулу (3), находим, что во время наших опытов в неподвижной воде диаметр генерируемых пузырьков колебался в пределах $d_0=0.0133-0.0215 \text{ см}$.

Для того чтобы найти выражение для диаметра пузырьков, отрывавшихся от поверхности катода в потоке жидкости, нужно в правую часть уравнения (4) подставить член, соответствующий сопротивлению пузырька.

Если $Re = id_0/v < 0.1$, сопротивление можно выразить по формуле Стокса и уравнение равновесия пузырька на поверхности в горизонтальном потоке примет вид

$$(C' \sigma)^2 - \left(\frac{1}{6} \pi d_0^3 \gamma_B \right)^2 + (3\pi \mu ad_0)^2 = 0 \quad (9)$$

С увеличением скорости потока уменьшается диаметр отрывающихся пузырьков, а следовательно, и удельный вес первого члена правой части уравнения (9). Уже при скорости $2-3 \text{ см/сек}$ этим членом можно пренебречь. Тогда из формулы (9) получим выражение для диаметра отрывающихся пузырьков

$$d_0 = \frac{C' \sigma}{3\pi \mu v} \quad (10)$$

Величина C' возрастает с ростом диаметра отрывающихся пузырей. Поэтому можно с уверенностью сказать, что $C' < C$, следовательно,

$$d_0' < \frac{C \sigma}{3\pi \mu v} = \frac{1}{18} \frac{gd_0}{\nu u} \quad (11)$$

При диаметре пузырей в неподвижной воде $d_0 = 0.01 \text{ см}$, скорости течения 5 см/сек и температуре воды 20°C

$$d_0' < 981 \cdot 0.01^3 / 18 \cdot 1 \cdot 10^{-2} \cdot 5 = 0.001 \text{ см.}$$

Получается, что при данных условиях уже при скорости течения 5 см/сек диаметр отрывающихся пузырьков уменьшается по сравнению с этим диаметром в подвижной воде более чем в 10 раз. Следовательно, скорость их подъема уменьшится более чем в 100 раз, т. е. не превышает нескольких сотых долей сантиметра в секунду. Отсюда следует, что если скорость обтекания проволочки, генерирующей пузырьки водорода, $\nu \gg 3-5 \text{ см/сек}$, то при правильном выборе плотности тока движение пузырьков под действием гравитационных сил не может вызвать существенных погрешностей.

Здесь необходимо отметить, что сказанное вовсе не означает, что скорости $v=3-5 \text{ см/сек}$ являются нижним пределом измерения. Скорости $v \geq 3-5 \text{ см/сек}$ желательно иметь в месте генерации пузырьков водорода. Нижний же предел измерения зависит от совершенства применяемого оборудования и практически близок к 0.

В заключение можно сказать, что проведенная нами экспериментальная проверка методики измерения скорости при помощи электролизной генерации мельчайших пузырьков водорода на тонкой проволочке, помещенной в поток жидкости, показала возможность и целесообразность ее применения для количественного исследования полей скоростей как стационарных, так и нестационарных течений воды и водных растворов в пределах скорости от нескольких миллиметров в секунду до $20-25 \text{ см/сек}$.

Обозначения

f — частота подачи импульсов напряжения на электрод, генерирующий пузырьки водорода; v — локальная скорость течения, определяемая по отрезку времени $\Delta T = 1/f$; ν — скорость движения газовых пузырьков под действием гравитационных сил; d — диаметр пузырьков газа; d_0 — диаметр пузырька водорода в момент отрыва его от поверхности электрода в неподвижной воде; d_0' — то же, при наличии движения жидкости; σ — поверхностное натяжение; ν — коэффициент кинематической вязкости; μ — коэффициент динамической вязкости; i — плотность тока; g — ускорение силы тяжести; γ_B — удельный вес воды; γ_B' — удельный вес водорода; θ — угол смачивания; L — периметр

кривой, образованной на поверхности электрода границей жидкой и твердой фаз; $\delta \approx 4,64 \frac{x}{\sqrt{Ux/s}}$ — толщина пограничного слоя пластины; U — скорость течения за пределами пограничного слоя; x — расстояние от передней кромки до текущей точки пластины; y — координатная ось, перпендикулярная плоскости пластины; $\tau_y = y \sqrt{U/s}$ — безразмерная координата Блазиуса.

Л и т е р а т у р а

1. Runstadler P. W., Kline S. J., Reynolds W. C. An Experimental Investigation of the Flow Structure of the Turbulent Boundary Layer. Report MD-8. Dept of Mechanical Engng, Stanford University, Stanford, California, 1963.
2. Schraub F. A., Kline S. J., Henry J., Runstadler P. W., Jr., Litell A. Use of Hydrogen Bubbles for Quantitative Determination of Time-Dependent Velocity Fields in Low Speed Water Flows. Report MD-10. Dept of Mechanical Engng, Stanford University, Stanford, California, 1964.
3. Абийчукский Л. Г. Ламинарный пограничный слой. М.: Физматгиз, 1962.
4. Левин В. Г. Физико-химическая гидродинамика. М.: Физматгиз, 1959.
5. Кутателадзе С. С. Основы теории теплообмена. М.—Г. Матиз, 1962.

С О Д Е Р Ж А Н И Е

АНАЛИТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛО- И МАССООБМЕНА

А. В. Лыков, Т. Л. Перельман. О нестационарном теплообмене между телом и обтекающим его потоком жидкости	3
Б. М. Берковский. Класс автомодельных задач пограничного слоя жидкости со степенным реологическим законом	25
А. Б. Бартман, Э. И. Березовский, Н. Г. Кондрашов, В. Б. Рывкин. О решении линейных задач теплообмена с переменными коэффициентами путем аппроксимации их кусочно-постоянными	61
З. П. Шульман, Т. Ф. Бекмуратов. Приближенное решение уравнений ламинарного пограничного слоя удалившегося тела вращения с проникающей поверхностью	67

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛО- И МАССООБМЕНА

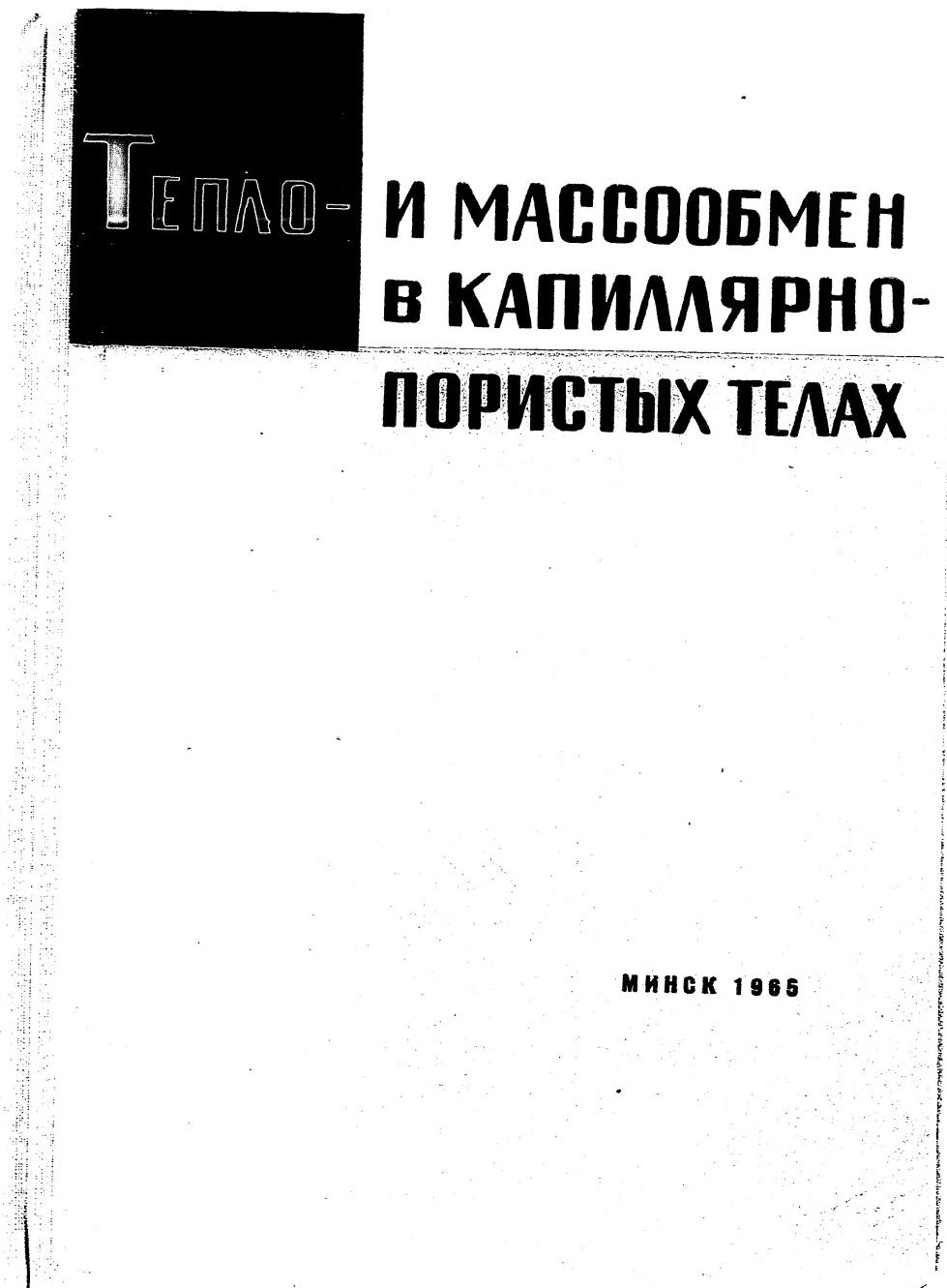
Б. М. Смольский, З. П. Шульман, Б. И. Федоров. Тепло- и массообмен в пограничном слое на пористой стенке	70
В. К. Шитников. Теплообмен тел различной формы с турбулентным потоком воздуха	86
А. И. Чаплина. Теплообмен пластины с начальным необогреваемым участком в турбулентном потоке	112
П. А. Новиков, Б. М. Смольский. Исследование распределения температурного поля между параллельными стенками при сублимации условных вакуумов	118
Л. А. Файгуль. Интерференционные измерения массопереноса в турбулентном пограничном слое проникающей поверхности	123
Б. М. Смольский, И. Т. Эльгерин. Влияние смачиваемости поверхности на процесс переноса в системах капельная жидкость — твердое тело	130
В. Е. Аеров, В. А. Герюнович, В. С. Коренков. Измерение неизотермических потоков нагретым спаем термопары	138
В. Е. Аеров, О. Г. Мартыненко, И. С. Ревзин, Б. И. Федоров. Влияние турбулизации воздушного потока на теплообмен в радиаторе	143
В. Е. Аеров, О. Г. Мартыненко, И. С. Ревзин, Б. И. Федоров. Влияние интенсификации процесса теплообмена на размеры теплоизделяющей поверхности	148
В. П. Попов. Исследование характеристик турбулентности ограниченной сферой	160
А. Л. Батиевский, А. Л. Моссе, Л. И. Тарасевич. Конвективный тепло- и массообмен при горении химически активных веществ на пористой поверхности пограничного слоя	168
В. П. Попов. Измерение скорости и визуализация медленных потоков жидкости	176

ТЕПЛО- И МАССОБЫВНІ ТЕТ
С ОКРУЖАЮЩІМ ГАЗОВОЙ СРЕДОЮ
Издательство «Наука и техника»
Мінск, Ленінський проспект, 68

Редактор издательства *В. Амронов*
Художественный редактор *Н. Езменова*
Технический редактор *Н. Волоханович*
Корректор *С. Шахматова*

АТ 14399. Сдано в набор 17/III 1965 г. Изданено
Киеве 2/VII 1965 г. Формат 695x901-14. Печ. л.
11,5. Уч.-насл. л. 102. Изд. заказ № Тип. залог 1.000.
Ном. 48 коп.

Типография научно-технической литературы
издательства «Наука и техника» АН БССР
и Госкомитета Совета Министров БССР по печати
Мінск, Ленінський проспект, 68



АКАДЕМИЯ НАУК БЕЛОРУССКОЙ ССР
ИНСТИТУТ ТЕПЛО- И МАССООБМЕНА

ТЕПЛО- И МАССООБМЕН
В КАПИЛЛЯРНОПОРИСТЫХ
ТЕЛАХ

Под редакцией академика АН БССР А. В. ЛЫКОВА
и профессора Б. М. СМОЛЬСКОГО



МИНСК 1965

А. В. ЛЫКОВ

МАССОТЕПЛОПЕРЕНОС В КАПИЛЯРНОПОРИСТЫХ СРЕДАХ

В книге изложены результаты теоретического и экспериментального исследования тепло- и массопереноса в пограничном слое при взаимодействии капиллярнопористых тел с потоком несжимаемого газа. Особое внимание обращено на выявление механизма процессов переноса, а также на описание специальных приборов, измерительных схем и методик экспериментального исследования. Значительная часть книги посвящена турбулентному тепло- и массопереносу.

В последнее время вопросам тепло- и массопереноса в капиллярнопористых средах уделяется все большее внимание в связи с изучением процессов охлаждения, фильтрации многокомпонентных жидкостей в дисперсных средах при наличии фазовых превращений и оттапливания мерзлых грунтов. Не меньшее значение имеют явления переноса в капиллярнопористых телах для разработки пористых электродов в топливных элементах и других преобразователях энергии с использованием дисперсных сред.

Для изучения этих явлений используются аналитические методы, разработанные в теории фильтрации или в сушильной технике. Каждый из этих методов имеет свою специфику, а системы дифференциальных уравнений тепло- и массопереноса различны. Кроме того, имеются работы, в которых без достаточного обоснования применяется система уравнений тепло- и массопереноса, не пригодная для данного случая в силу специфической особенности изучаемого явления переноса. Все эти обстоятельства вызывают необходимость более детально анализировать процесс тепло- и массопереноса в капиллярнопористых средах.

Физическая характеристика системы

В качестве изучаемой системы берется капиллярнопористое тело, скелет которого является лиофильным веществом, т. е. стеники капилляров и пор сорбируют газы, пары и жидкости, при этом может иметь место диффузно-осмотическая связь сорбируемого вещества скелетом тела.

Такая система существенно отличается от модельных дисперсных сред, рассматриваемых в классической теории фильтрации.

Связываемое скелетом капиллярнопористого тела вещество может быть в виде жидкости, пара, инертного газа, твер-

дого вещества, переохлажденной жидкости в зависимости от условий тепло- и массообмена. В зависимости от вида связи вещества с телом температура замерзания жидкости изменяется в широких пределах. Поэтому в капиллярнопористых телах при температуре ниже 0°С всегда имеется некоторое количество переохлажденной жидкости (воды).

Необходимо также отметить, что в большинстве случаев поры и капилляры тела заполнены жидкостью или льдом, а частично и парогазовой смесью. Для упрощения анализа нашей системы в качестве жидкости принимается вода без каких-либо растворимых веществ. Наличие растворимых веществ в жидкости изменяет процесс массопереноса и вызывает ряд дополнительных эффектов.

Будем отмечать парообразную влагу индексом 1 (пар), жидкость — 2, влагу в твердом состоянии (лед) — 3, инертный газ (сухой воздух) — 4 и скелет — 0.

Объемная концентрация связанного вещества ω (сухой воздух, пар, жидкость, лед) равна отношению массы связанного вещества M к объему тела V :

$$\omega = \frac{M}{V} = \frac{1}{V} \sum_i M_i = \Sigma \omega_i, \quad (1)$$

где M_i — масса связанного вещества в состоянии i ($i = 1, 2, 3, 4$); ω_i — объемная концентрация i -го связанного вещества, равная

$$\omega_i = \frac{M_i}{V}. \quad (2)$$

Масса всего связанного вещества M равна сумме масс сухого воздуха, пара, жидкости и льда, т. е.

$$M = \sum_i M_i.$$

Обычно объем тела V изменяется в зависимости от концентрации ω по линейному закону. Поэтому вместо объемной концентрации ω вводится относительная концентрация или влагосодержание тела u :

$$u = \frac{M}{M_0} = \sum_i u_i = \frac{\omega}{\gamma}, \quad (3)$$

где γ — объемная концентрация скелета тела или плотность

4

тела, определяемая соотношением $\gamma = M_0/V$; u_i — относительная концентрация i -го связанного вещества:

$$u_i = \frac{M_i}{M_0}. \quad (4)$$

Если объем тела мало зависит от влагосодержания, т. е. если усадкой пренебречь ($V = V_0 = \text{const}$), то объемная концентрация скелета тела будет равна плотности абсолютно сухого тела:

$$u_i = \frac{M_i}{V_0} = \frac{M_0}{V} = \text{const}, \quad (5)$$

где V_0 — объем тела в абсолютно сухом состоянии.

Следовательно, между относительной концентрацией u_i и объемной концентрацией ω_i будет прямая пропорциональность:

$$\omega_i = u_i \gamma_0, \quad u = u \gamma_0. \quad (6)$$

Если стеки скелета тела малогидрофильны, а изменением плотности жидкости мономолекулярного адсорбированного слоя пренебречь, то количество влаги физико-механической связи (капиллярная влага, лед, пар и воздух) можно определить по соотношению

$$\omega_i = \Pi_V b_i \rho_i = \gamma_0 u_i. \quad (7)$$

В случае монокапиллярнопористого тела пористость Π_V пропорциональна r_m^3 , для поликапиллярнопористого*

$$\Pi_V = \int_{r_0}^{r_{\max}} f_V(r) dr, \quad (8)$$

где $f_V(r)$ — дифференциальная кривая распределения пор; r_0 и r_{\max} — пределы изменения радиусов пор тела. Для величины насыщенности пор b_i имеет место соотношение

$$\sum_i b_i = 1. \quad (9)$$

Необходимо отметить, что соотношение (7) не будет справедливым для физико-химически связанный влаги, т. е. $\omega_i \neq \omega_i$ и $u_i \neq u_i$. Однако формально можно принять за основу расчета концентрации влаги в любой форме связи формулу (7),

* Подробно см. [1].

но тогда величина b_i не будет определять степени насыщенности связанным веществом (влагой) пор тела, и соотношение (9) утрачивает свою силу. Только для типично капиллярнопористых тел с малой гигроскопической влажностью можно принять равенство $w_i = \omega_i$, $u_i = u'_i$, сохранив при этом соотношение (9).

При молярном (гидродинамическом) движении влаги (жидкости, газа, пара) по порам тела в процессах фильтрации плотность потока i -го вещества j_{imol} ($\text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{сек}$) будет равна:

$$j_{imol} = \Pi_s \rho_i b_i w_i \quad (10)$$

где w_i — средняя линейная скорость молярного (фильтрационного) движения i -го вещества (м/сек); Π_s — поверхностная пористость тела, равная отношению площади всех пор (дырок) к площади сечения тела в направлении, перпендикулярном к направлению вектора j_{imol} .

Эта величина для поликапиллярнопористого тела равна

$$\Pi_s = \frac{f_s(r)}{\int_0^{r_{\max}} f_s(r) dr} \quad (11)$$

где $f_s(r)$ — дифференциальная кривая распределения поверхностной пористости тела по радиусу пор тела. Для однородных тел поверхностная пористость тела Π_s приближенно равна объемной пористости тела Π_V .

Строго говоря, величина b_i в соотношении (10) отлична от величины b_i в формуле (7), однако при условии $\Pi_V = \Pi_s = \Pi$ b_i будет характеризовать степень заполнения пор i -м связанным веществом.

Следовательно, можно написать

$$j_{imol} = \Pi \rho_i b_i w_i. \quad (12)$$

Соотношением (12) можно воспользоваться для определения плотности потока капиллярной влаги в монокапиллярнопористом теле. В этом случае $w_i = w_{cap}$, где w_{cap} — линейная скорость движения жидкости в монокапиллярнопористом теле под действием капиллярных сил.

Кроме того, важно отметить следующее обстоятельство. При обычных условиях, когда давление влажного воздуха в порах тела мало отличается от барометрического, масса воздуха и пара в порах тела ничтожно мала по сравнению с массой жидкости или массой льда. Конечно, при этом предполагается, что тело находится в равновесии с окружающим влажным воздухом, т. е. его влагосодержание отлично от нуля. По

расчетам Б. А. Поснова [1], при нормальных условиях для тел с максимальной пористостью (керамика, древесина и т. д.) масса влажного воздуха в порах тела составляет около 10^{-5} кг от массы жидкости, соответствующей равновесному влагосодержанию тела. Поэтому общее влагосодержание тела и можно считать равным влагосодержанию жидкости u_2 и льда u_3 :

$$u = \sum_i u_i = u_2 + u_3. \quad (13)$$

Соотношением (13) мы воспользуемся при расчете источников связанных веществ, обусловленных фазовыми переходами.

Дифференциальные уравнения массотеплопереноса

На основе закона сохранения массы вещества локальная производная объемной концентрации i -го связанных вещества по времени равна сумме дивергенций от потоков массы и источника i -го вещества, обусловленного фазовыми переходами, т. е.

$$\frac{\partial (u_i v)}{\partial \tau} = -\operatorname{div} (j_{dif} + j_{imol}) + I_i, \quad (14)$$

где j_{dif} — плотность диффузионного потока i -го связанных вещества.

В соответствии с соотношением (12) (14) перепишем так:

$$\frac{\partial (u_i v)}{\partial \tau} = -\operatorname{div} (j_{dif} + \Pi \rho_i b_i w_i) + I_i. \quad (15)$$

При этом необходимо иметь в виду, что w_i является скоростью конвективного (молярного) переноса, она отлична по своей физической природе от линейной скорости диффузионного переноса $w_{diff} = j_{dif}/\rho_i$.

Источники i -го вещества обусловлены фазовыми переходами, поэтому их сумма равна нулю:

$$\sum_i I_i = 0. \quad (16)$$

Если пренебречь усадкой тела ($v = v_0 = \text{const}$), то уравнение (15) примет вид

$$v_0 \frac{\partial u_i}{\partial \tau} = -\operatorname{div} (j_{dif} + \Pi \rho_i b_i w_i) + I_i. \quad (17)$$

Дифференциальные уравнения переноса тепла получаем из уравнения переноса энергии: локальная производная объемной концентрации энергии равна дивергенции от плотности потока энергии. Обычно для твердого тела изохорную теплоемкость (c_p) принимают равной изобарной теплоемкости (c_p), т. е. $c_p = c_v = c$.

Следовательно, для капиллярнопористого тела локальная производная от объемной концентрации энталпии по времени равна дивергенции от плотности потока энталпии, включая перенос энталпии за счет конвективного и диффузионного (молекулярного) движения:

$$\frac{\partial}{\partial \tau} (h_0 \gamma_0 + \sum_i h_i \gamma_i u_i) = -\operatorname{div} \left[j_q - \sum_i h_i (j_{idi} + \Pi \rho_i b_i w_i) \right], \quad (18)$$

где j_q — плотность потока тепла, передаваемого путем теплопроводности,

$$j_q = -k \operatorname{grad} T, \quad (19)$$

k — суммарный коэффициент теплопроводности, характеризующий молекулярный перенос тепла через скелет пористого тела и связанное с ним вещество.

Обозначим удельную теплоемкость через c_i :

$$c_i = \frac{dh_i}{dT}. \quad (20)$$

Тогда будем иметь

$$\begin{aligned} & \left(c_0 \gamma_0 + \sum_i c_i \gamma_i u_i \right) \frac{\partial T}{\partial \tau} + \gamma_0 \sum_i h_i \frac{\partial u_i}{\partial \tau} = \operatorname{div} (k \nabla T) - \\ & - \sum_i c_i (j_{idi} + \Pi \rho_i b_i w_i) \nabla T - \sum_i h_i \operatorname{div} (j_{idi} + \Pi \rho_i b_i w_i). \end{aligned} \quad (21)$$

Если умножить все члены уравнения (15) на h_i , просуммировать по всем i ($i = 0, 1, 2, 3, 4$) и полученные соотношения использовать для замены величины $\sum_i h_i \gamma_0 \frac{\partial u_i}{\partial \tau}$ соответствующим выражением, то будем иметь

$$c \gamma_0 \frac{\partial T}{\partial \tau} = \operatorname{div} (k \nabla T) + \sum_i h_i l_i - \sum_i (j_{idi} + \Pi \rho_i b_i w_i) c_i \nabla T, \quad (22)$$

где c — приведенная удельная теплоемкость тела:

$$c = c_0 + \sum_i c_i u_i. \quad (23)$$

Уравнение (22) совместно с (14) составляет наиболее общую систему дифференциальных уравнений массотеплопереноса в капиллярнопористых средах.

Дифференциальные уравнения фильтрации

Из уравнения (14), как частный случай, получаются уравнения движения жидкостей в пористых средах.

Если положить $\gamma u_i = \Pi b_i p_i$ (отсутствие физико-химической связи вещества со скелетом пористого тела), $l_i = 0$ (отсутствие источников вещества) и $j_{idi} = 0$ (отсутствие диффузионного переноса), то из (14) получим уравнение фильтрации несмешивающихся жидкостей ($i = 1, 2, 3, \dots$) в пористой среде

$$\Pi \frac{\partial (\rho_i b_i)}{\partial \tau} = -\operatorname{div} j_{imol} = -\operatorname{div} \left[k \frac{k_i}{\tau_i} (\nabla P - g \rho) p_i \right]. \quad (24)$$

Плотность фильтрационного потока j_{imol} определялась из соотношения

$$j_{imol} = \Pi \rho_i b_i w_i = \rho_i k \frac{k_i}{\tau_i} (\nabla P - g \rho). \quad (25)$$

При фильтрации смешивающихся жидкостей необходимо учитывать взаимную диффузию жидкостей. Если плотность диффузионного потока растворимых жидкостей определяется соотношением

$$j_{idi} = -D \operatorname{grad} \rho_i b_i, \quad (26)$$

то из уравнения (14) получим

$$\Pi \frac{\partial (\rho_i b_i)}{\partial \tau} + \operatorname{div} \left[\rho_i \frac{k k_i}{\tau_i} (\nabla P - g \rho) \right] = D \nabla^2 \rho_i b_i. \quad (27)$$

Уравнение (27) было использовано в работе [2] для анализа движения двух взаимно растворимых жидкостей ($i = 1, 2$) в пористой среде.

Макрокапиллярнопористое тело

Предположим, капиллярнопористое тело имеет влагу, связанную физико-механическим путем (влага макрокапилляров), в этом случае можно считать $u_i = u'_i = \Pi \rho_i b_i \gamma_0$ (осмотически связанной и адсорбционной влагой пренебрегаем). Вначале рассмотрим пористое тело монокапиллярной структуры, т. е. макрокапиллярнопористое тело, радиусы капилляров которого

больше 10^{-3} см ($r > 10^{-3}$ см) и изменяются в небольших пределах:

$$\left[\left(\frac{1}{f_s(r)} \right) \rightarrow 0 \right].$$

1. Монокапиллярная структура тела. В макрокапилляропористом теле с монокапиллярной структурой происходит с некоторой конечной скоростью w_{cap} , обусловленной действием капиллярных сил ($w_2 = w_{cap}$). В большинстве случаев перенос пара и воздуха в порах тела происходит диффузионным путем (взаимная диффузия пара и воздуха). Только при наличии градиента общего давления ($\text{grad } P$) внутри пористого тела, который возникает при температуре тела выше 100°C , будет фильтрационный перенос пара и воздуха*. Известно, что при наличии испарения жидкости с поверхности меннеков капилляров взаимная диффузия пара и воздуха вызывает конвективный перенос влажного воздуха (степановский поток), однако этот вид переноса можно учитывать путем введения множителя в формуле для диффузии пара в паровоздушной смеси, так как линейная скорость конвективного переноса Степана w_S прямо пропорциональна градиенту концентрации пара или градиенту парциального давления пара.

Таким образом, полагаем $j_{2dif} = 0$ (отсутствие диффузии жидкости), когда система дифференциальных уравнений массо-переноса будет иметь вид:

$$\frac{\partial u_1}{\partial \tau} = -\text{div}(j_{1dif} + \Pi \varphi_1 b_1 w_1) + I_1, \quad (28)$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial \tau} = -\text{div}(\Pi \varphi_2 b_2 w_{2cap}) + I_2, \quad (29)$$

$$\frac{\partial u_4}{\partial \tau} = -\text{div}(j_{4dif} + \Pi \varphi_4 b_4 w_4) + I_4, \quad (30)$$

где $w_1 = w_4 = w_S$ — скорость конвективного потока Степана. Так как в инертном газе (сухом воздухе) химические превращения отсутствуют, то $I_4 = 0$; фазовые превращения в области температур больше 0°C соответствуют переходу жидкость—пар. Из этого следует, что $I_2 = -I_1$. Поскольку содержание пара и воздуха ($u_1 + u_2$) в порах тела ничтожно мало

* В микрокапилляропористом теле градиент общего давления может иметь место при температуре тела меньше 100°C и результате натекания воздуха из окружающей среды по стенкам микрокапилляров.

по сравнению с влагосодержанием жидкости u_2 ($u = u_1 + u_2 + u_4 = u_2$), то изменением концентрации влажного воздуха в капиллярах тела пренебрегаем ($\gamma_0 \partial u_1 / \partial z = 0$, $\gamma_0 \frac{\partial u_4}{\partial z} = 0$).

Следовательно, будем иметь:

$$\Pi \varphi_2 \frac{\partial b_2}{\partial z} = -\text{div}(\Pi \varphi_2 b_2 w_{2cap}) - \text{div}(j_{1dif} + \Pi \varphi_1 b_1 w_S), \quad (31)$$

$$I_2 = -I_1 = -\text{div}(j_{1dif} + \Pi \varphi_1 b_1 w_S), \quad (32)$$

$$\text{div}(j_{4dif} + \Pi \varphi_4 b_4 w_S) = 0. \quad (33)$$

Степановский поток можно выразить через диффузионный поток в виде

$$j_{1dif} = j_{4dif} + \Pi \varphi_1 b_1 w_S, \quad i = 1, 4. \quad (34)$$

Тогда уравнения (31)–(33) можно написать так:

$$\Pi \varphi_2 \left(\frac{\partial b_2}{\partial z} - w_{2cap} \nabla b_2 \right) = -\Pi \varphi_2 b_2 \text{div} w_{2cap} - \text{div} j_{1dif}, \quad (35)$$

$$I_2 = -I_1 = -\text{div} j_{1dif}, \quad (36)$$

$$\text{div} j_{4dif} = 0. \quad (37)$$

Скорость капиллярного движения w_{cap} зависит от среднего радиуса капилляра r , поверхностного натяжения σ и коэффициента вязкости η_2 . Например, для одиночного цилиндрического капилляра скорость движения [1]

$$w_{cap} = \frac{r^2}{8\eta_2} \left(\frac{2\cos\Theta}{rx} - g \sin\vartheta \right) = \frac{r^2 \varphi_2}{8\eta_2 x} (\varphi_{cap} - \varphi_g), \quad (38)$$

где Θ — угол смачивания; ϑ — угол наклона капилляра к горизонту; x — направление движения (направление оси капилляра); φ_{cap} — капиллярный потенциал ($\varphi_{cap} = 2\sigma \cos\Theta/r \rho_2$); φ_g — потенциал поля тяжести ($\varphi_g = gx \sin\vartheta$).

Скорость капиллярного движения единичного капилляра w_{cap} равна $\frac{dx}{dz} (w_{cap} = dx/dz)$, тогда из формулы (38) следует

$$\frac{dx}{dz} = \frac{r^2 \varphi_2 \varphi_{cap}}{8\eta_2 x} - \frac{r^2}{8\eta_2} g \sin\vartheta, \quad (39)$$

т. е. скорость капиллярного впитывания является линейной функцией $1/x$. Эта зависимость подтверждается эксперимен-

тами с элементарными капиллярами и монокапилляропористыми телами.

Таким образом, для макрокапилляропористого тела с монокапиллярной структурой величина $\operatorname{div} \mathbf{w}_{cap}$ не равна нулю. Для пористого тела с поликапиллярной структурой уравнение дифференциальной кривой распределения пор по радиусу капиллярии в таком теле может быть выражен через градиент капиллярного потенциала ψ :

$$\mathbf{j}_{cap} = \Pi \rho_2 b_2 \mathbf{w}_{cap} = k_2 \operatorname{grad} \psi, \quad (40)$$

$$\operatorname{grad} \psi = \frac{2\sigma \cos \Theta}{\gamma_0 r^2} \nabla r, \quad (41)$$

при этом предполагаем, что $\psi_{cap} \gg \psi_g$; k_2 — коэффициент капиллярной проводимости:

$$k_2 = \frac{\rho_2^2}{8 \gamma_0} \int_{r_s}^r r^2 f_S(r) dr. \quad (42)$$

Соотношение аналогично закону диффузии (плотность потока капиллярной влаги прямо пропорциональна градиенту ψ). Потенциал ψ является функцией влагосодержания u ($u = u_2$) и температуры тела T .

При изотермических условиях между $\operatorname{grad} \psi$ и $\operatorname{grad} u$ справедливо соотношение

$$\nabla \psi = - \frac{2\sigma \cos \Theta}{r^2 f_S(r)} \gamma_0 \nabla u. \quad (43)$$

Следовательно,

$$\mathbf{j}_{cap} = -a_{cap} \gamma_0 \nabla u, \quad (44)$$

где a_{cap} — коэффициент капиллярной диффузии;

$$a_{cap} = \frac{\sigma \cos \Theta}{4\gamma_0 r^2 f_S(r)} \int_{r_s}^r r^2 f_S(r) dr. \quad (45)$$

Соотношение (40) применимо для пористого тела поликапиллярной структуры. Для монокапиллярного тела $f_S(r) \rightarrow \infty$, следовательно, $k_2 \rightarrow \infty$, а градиент капиллярного потенциала $\nabla \psi = 0$, так как $\nabla r = 0$.

Для неизотермических условий поток капиллярной влаги равен

$$\mathbf{j}_{cap} = k_2 \nabla \psi = -a_{cap} \gamma_0 (\nabla u + \delta_{cap} \nabla T), \quad (46)$$

где δ_{cap} — термоградиентный коэффициент:

$$\delta_{cap} = - \frac{\rho_2 r f_S(r)}{\gamma_0 \sigma} \frac{d\sigma}{dT}. \quad (47)$$

Таким образом, для пористого тела с поликапиллярной структурой дифференциальные уравнения массопереноса имеют вид

$$\gamma_0 \frac{\partial u_2}{\partial z} = -\operatorname{div} \mathbf{j}_{cap} + I_2 = -\operatorname{div} \mathbf{j}_{cap} - \operatorname{div} \mathbf{j}'_{dif}, \quad (48)$$

$$I_2 = -I_1 = -\operatorname{div} \mathbf{j}'_{dif}. \quad (49)$$

Дифференциальное уравнение переноса тепла будет иметь вид

$$c \gamma_0 \frac{\partial T}{\partial z} = \operatorname{div} (\lambda \nabla T) + r_{12} I_{12} - c_2 \mathbf{j}_{cap} \nabla T - c_1 \mathbf{j}'_{dif} \nabla T, \quad (50)$$

где $r_{12} = h_1 - h_2$ — удельная теплота испарения (конденсации) при переходе жидкости в пар.

Капилляропористое коллоидное тело

Капилляропористое тело с микрокапиллярной структурой содержит влагу физико-механической и физико-химической связи. Поэтому перенос влаги в таком теле аналогичен переносу влаги в коллоидном капилляропористом теле.

Перенос жидкости происходит путем молекулярной и капиллярной диффузий, пара — путем молекулярной и конвективной диффузий (в последнюю мы включаем перенос при помощи стефановского потока).

При выводе соотношения для переноса пара предполагается, что пары в порах и капиллярах тела находятся в термодинамическом равновесии со связанный жидкостью. Поэтому в гигроскопической области парциальное давление пара p_1 является функцией влагосодержания u и температуры тела T^* :

$$p_1 = f(u, T) \text{ при } u < u_{me}, \quad (51)$$

где u_{me} — максимальное гигроскопическое влагосодержание тела. В области влажного состояния тела парциальное давление пара равно давлению насыщенного пара p_n , которое не зависит от влагосодержания тела, а зависит только от температуры

$$p_1 = p_n = f(T) \text{ при } u > u_{me}. \quad (52)$$

* В области температур тела большие 0°C влагосодержание тела и равно удельному содержанию жидкости u_2 .

Вначале рассмотрим массотеплоперенос в области температур выше 0°C.

1. Связанное вещество пар — жидкость ($i=1, 2$). Если пренебречь величиной термодиффузии пара в парогазовой смеси, то плотность диффузионного потока пара

$$\mathbf{j}_{1dif} = -\frac{D_1 \mu_1}{RT} \nabla p_1, \quad (53)$$

где D_1 — коэффициент диффузии пара в воздухе; μ_1 — молекулярная масса пара; R — универсальная газовая постоянная; ∇ — безразмерный коэффициент, характеризующий сопротивление диффузии пара в пористом теле и учитывающий поправку на величину стефановского потока влажного воздуха в капиллярах тела.

На основании (51) можно написать

$$\nabla p_1 = \left(\frac{\partial p_1}{\partial u} \right)_T \nabla u + \left(\frac{\partial p_1}{\partial T} \right)_u \nabla T. \quad (54)$$

Тогда уравнение (53) можно написать так:

$$\mathbf{j}_{1dif} = a_{m1} \gamma_0 \nabla u + a_{m1}^T \gamma_0 \nabla T, \quad (55)$$

где

$$a_{m1} = \frac{D_1 \mu_1}{RT} \left(\frac{\partial p_1}{\partial u} \right)_T; \quad a_{m1}^T = \frac{D_1 \mu_1}{RT} \left(\frac{\partial p_1}{\partial T} \right)_u. \quad (56)$$

В области влажного состояния тела $a_{m1} = 0$, так как $\left(\frac{\partial p_1}{\partial u} \right) = 0$. Для гигроскопической области можно отношение a_{m1}^T/a_{m1} обозначить через δ_1 и назвать термоградиентным коэффициентом парообразной влаги

$$\delta_1 = a_{m1}^T/a_{m1} = \left(\frac{\partial p_1}{\partial u} \right)_T / \left(\frac{\partial p_1}{\partial u} \right)_u. \quad (57)$$

В пористом теле микрокапиллярной структуры потенциалом переноса является не градиент парциального давления, а градиент отношения $p_1/V\bar{T}$:

$$\nabla \left(\frac{p_1}{V\bar{T}} \right) = \frac{1}{V\bar{T}} \left(\frac{\partial p_1}{\partial u} \right)_T \nabla u + \frac{1}{V\bar{T}} \left[\left(\frac{\partial p_1}{\partial T} \right)_u - \left(\frac{p_1}{2T} \right)_u \right] \nabla T. \quad (58)$$

В этом случае для молекулярного (эффузионного) потока пара в пористом теле мы получим соотношение (55), в котором коэффициенты a_{m1} и a_{m1}^T будут определяться по другим формулам, а не по формулам (56).

Плотность диффузионного потока осмотически связанной жидкости прямо пропорциональна градиенту давления набухания, который в свою очередь прямо пропорционален градиенту влагосодержания. Таким образом, плотность диффузионного потока осмотически связанной жидкости прямо пропорциональна ∇u .

В пористом теле поликапиллярной структуры диффузию осмотически связанной жидкости и капиллярную диффузию можно характеризовать единным вектором \mathbf{j}_{2dif} , так как по соотношению (46) j_{2dif} зависит от ∇u и ∇T .

Следовательно, диффузионный поток осмотической и капиллярносвязанной жидкости

$$\mathbf{j}_{2dif} = a_{m2} \gamma_0 \nabla u + a_{m2}^T \gamma_0 \nabla T. \quad (59)$$

Если обозначить отношение a_{m2}^T/a_{m2} через δ_2^* , то (59) можно написать в виде

$$j_{2dif} = a_{m2} \gamma_0 (\nabla u + \delta_2^* \nabla T). \quad (60)$$

Следовательно, система дифференциальных уравнений массопереноса будет иметь вид:

$$\gamma_0 \frac{\partial u_1}{\partial z} = -\operatorname{div} \mathbf{j}_{1dif} + I_1, \quad (61)$$

$$\gamma_0 \frac{\partial u_2}{\partial z} = -\operatorname{div} \mathbf{j}_{2dif} + I_2. \quad (62)$$

Суммируя (61) и (62), получим

$$\gamma_0 \frac{\partial u}{\partial z} = -\operatorname{div} j_{1dif} - \operatorname{div} j_{2dif}. \quad (63)$$

Подставив вместо j_{1dif} и j_{2dif} соответствующие выражения, получим

$$\begin{aligned} \gamma_0 \frac{\partial u}{\partial z} &= \operatorname{div} [a_{m1} \gamma_0 \nabla u + a_{m1}^T \gamma_0 \nabla T] + \\ &+ \operatorname{div} [a_{m2} \gamma_0 \nabla u + a_{m2}^T \gamma_0 \nabla T]. \end{aligned} \quad (64)$$

Дифференциальное уравнение переноса тепла будет иметь вид

$$c \gamma_0 \frac{\partial T}{\partial z} = \operatorname{div} (\lambda \nabla T) + r_{12} I_{12} - \sum c_i j_{idif} \nabla T. \quad (65)$$

* В общем случае термоградиентный коэффициент δ_2 включает в себя и величину переноса жидкости, обусловленного расширением защемленного воздуха в пористом теле. Подробно см. [1].

Источник жидкости $I_2 = I_{12}$ определяется из уравнения (61), для чего полагаем $\partial u / \partial \tau = 0$:

$$I_2 = I_{12} = -I_1 = \operatorname{div} j_{ldif}. \quad (66)$$

Следовательно,

$$\begin{aligned} c \gamma_0 \frac{\partial T}{\partial \tau} &= \operatorname{div} (\lambda \nabla T) + r_{12} \operatorname{div} (a_{m1} \gamma_0 \nabla u + \\ &+ a_{m1}^T \gamma_0 \nabla T) - \sum_i c_i j_{ldif} \nabla T. \end{aligned} \quad (67)$$

Для зональной системы расчета, когда для каждого интервала (зоны) u и T коэффициенты переноса ($\lambda, a_{m1}, a_{m2}, a_{m1}^T, a_{m2}^T$) полагают постоянными, система дифференциальных уравнений массотеплопереноса будет иметь вид:

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = a_m \nabla^2 u + a_m^T \nabla^2 T = a_m [\nabla^2 u + \nabla^2 T], \quad (68)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = \left(a + a_{m1} \frac{r_{12}}{c} \right) \nabla^2 T + a_{m1}^T \frac{r_{12}}{c} \nabla^2 u -$$

$$- [(c_1 a_{m1} + c_2 a_{m2}) \nabla u + (c_1 a_{m1}^T + c_2 a_{m2}^T) \nabla T] \nabla T, \quad (69)$$

где a_m — коэффициент диффузии влаги в пористом теле:

$$a_m = a_{m1}^T + a_{m2}^T, \quad (70)$$

a_m^T — коэффициент термодиффузии влаги:

$$a_m^T = a_{m1}^T + a_{m2}^T; \quad (71)$$

δ — термоградиентный коэффициент:

$$\delta = \delta_1 + \delta_2 = \frac{a_{m1}^T + a_{m2}^T}{a_{m1} + a_m}. \quad (72)$$

2. Связанное вещество жидкость—лед ($i = 2,3$). Имеем систему пористое тело — жидкость — лед, процессами испарения льда (сублимация) и конденсации пара непосредственно в лед (обlimination) пренебрегаем ($I_{31} = -I_{13} = 0$).

Дифференциальное уравнение массопереноса для твердой фазы ($i=3$) связанного вещества значительно упрощается, так как перенос льда не происходит ($J_3 = 0$):

$$\gamma_0 \frac{\partial u_3}{\partial \tau} = - \operatorname{div} j_{2dif} + I_2, \quad (73)$$

$$\gamma_0 \frac{\partial u_3}{\partial \tau} = I_3, \quad (74)$$

где $I_2 = I_{32} = -I_{23} = -I_3$ — источник жидкости, обусловленный таянием льда. Следовательно, уравнение (73) можно написать так:

$$\gamma_0 \frac{\partial u_3}{\partial \tau} = - \operatorname{div} j_{2dif} + \gamma_0 \frac{\partial u_3}{\partial \tau}. \quad (75)$$

При этом предполагаем, что пористое тело имеет поликапиллярную структуру, в котором перенос жидкости происходит путем капиллярной и молекулярной диффузии.

Обычно при рассмотрении систем, содержащих лед, вводится коэффициент льдистости ε_3 , равный отношению массы льда M_3 к массе всей влаги M :

$$\varepsilon_3 = \frac{M_3}{M} = \frac{u_3}{u_1 + u_2 + u_3 + u_4} = \frac{u_3}{u_2 + u_3}, \quad (76)$$

так как массосодержание пара и воздуха ничтожно по сравнению с массосодержанием жидкости и льда.

Если тело не содержит льда ($u_3 = 0$), то коэффициент $\varepsilon_3 = 0$. Если вся вода превращается в лед ($u_2 = 0$), то $\varepsilon_3 = 1$. В большинстве случаев $\varepsilon_3 < 1$ ($0 < \varepsilon_3 < 1$). Пользуясь соотношением (76), находим

$$du = \varepsilon_3 du_3, \quad (77)$$

откуда

$$I_3 = -I_2 = \frac{\varepsilon_3}{1 - \varepsilon_3} \gamma_0 \frac{\partial u_2}{\partial \tau} = \varepsilon_3 \gamma_0 \frac{\partial u}{\partial \tau}. \quad (78)$$

Тогда дифференциальные уравнения массотеплопереноса будут иметь вид:

$$\frac{\partial u_2}{\partial \tau} = a_{m2} \nabla^2 u + a_{m2}^T \nabla T - \frac{\varepsilon_3}{1 - \varepsilon_3} \frac{\partial u_2}{\partial \tau}, \quad (79)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \nabla^2 T + \frac{r_{23} \varepsilon_3}{c (1 - \varepsilon_3)} \frac{\partial u_2}{\partial \tau} - c_2 (a_{m2} \nabla u + a_{m2}^T \nabla T) \nabla T, \quad (80)$$

где r_{23} — удельная теплота замерзания жидкости (плавления льда); c — удельная теплоемкость:

$$c = c_0 + c_2 u_2 + c_3 u_3. \quad (81)$$

Эту систему дифференциальных уравнений можно переписать так:

$$\frac{\partial u_2}{\partial \tau} = (1 - \varepsilon_3) [a_{m2} \nabla^2 u + a_{m2}^T \nabla^2 T], \quad (82)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial \tau} = & \left[a + (1 - \varepsilon_3) a_{m2}^T \frac{r_{23}}{c} \right] \nabla^2 T + (1 - \varepsilon_3) a_{m2} \frac{r_{23}}{c} \nabla^2 u - \\ & - c_2 (a_{m2} \nabla u + a_{m2}^T \nabla T) \nabla T. \end{aligned} \quad (83)$$

3. Связанное вество пар—лед ($i=1, 3$). Пользуясь рассмотренным методом определения источника I_{3i} и полагая $\varepsilon_3 = 1$, $I = \gamma_0 \frac{du_3}{dt} = \gamma_0 \frac{du}{dt}$ ($u = u_3$), получим систему дифференциальных уравнений массотеплопереноса

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = -[a_{m1} \nabla^2 u + a_{m1}^T \nabla^2 T], \quad (84)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = \left(a + \frac{r_{13}}{c} a_{m1}^T \right) \nabla^2 T + \frac{r_{13}}{c} a_{m1} \nabla^2 u -$$

$$- c_1 (a_{m1} \nabla u + a_{m1}^T \nabla T) \nabla T, \quad (85)$$

где r_{13} — удельная теплота сублимации льда; c — удельная теплоемкость:

$$c = c_0 + c_1 u_1 + c_3 u_3. \quad (86)$$

Поскольку фильтрационный перенос массы в пористом теле отсутствует, то в дифференциальном уравнении теплопереноса членами $\sum_i c_i j_{idi} \nabla T$ можно пренебречь. Тогда система дифференциальных уравнений массотеплопереноса будет иметь вид:

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = k_{11} \nabla^2 u + k_{12} \nabla^2 T, \quad (87)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = k_{22} \nabla^2 T + k_{21} \nabla^2 u, \quad (88)$$

при этом коэффициенты k_{12} и k_{21} не равны между собой. Для системы $i=1, 2$:

$$k_{11} = a_m, \quad k_{12} = a_{m2}^T = a_m \delta, \quad (89)$$

$$k_{22} = a + a_{m2} \frac{r_{12}}{c}, \quad k_{21} = a_{m1}^T \frac{r_{12}}{c} = a_{m1} \delta_1 \frac{r_{12}}{c}. \quad (90)$$

Для системы $i=2, 3$:

$$k_{11} = a_{m2} (1 - \varepsilon_3), \quad k_{12} = (1 - \varepsilon_3) a_{m2}^T = (1 - \varepsilon_3) a_{m2} \delta_2, \quad (91)$$

$$k_{22} = a + (1 - \varepsilon_3) a_{m2}^T \frac{r_{23}}{c}; \quad k_{21} = (1 - \varepsilon_3) a_{m2} \frac{r_{23}}{c}. \quad (92)$$

Для системы $i=1, 3$:

$$k_{11} = a_{m1}, \quad k_{21} = a_{m1}^T, \quad (93)$$

$$k_{22} = a + a_{m1}^T \frac{r_{13}}{c}, \quad k_{21} = a_{m1} \frac{r_{13}}{c}. \quad (94)$$

Уравнения (87) и (88) справедливы не только для нестационарного состояния, но и для стационарного ($\frac{du}{d\tau} = 0$, или $\frac{\partial T}{\partial \tau} = 0$).

Дифференциальные уравнения переноса в процессе сушки

1. Дифференциальный влаготеплоперенос. В процессе сушки влажных материалов (каспиллярнопористых коллоидных тел) при отсутствии градиента общего давления влажного воздуха дифференциальные уравнения влаго- и теплопереноса имеют вид:

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = k_{11} \nabla^2 u + k_{12} \nabla^2 T, \quad (95)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = k_{22} \nabla^2 T + k_{21} \nabla^2 u, \quad (96)$$

где коэффициенты k_{11} , k_{12} , k_{22} , k_{21} определяются соотношениями (89) и (90).

Система уравнений (95) и (96) является наименее общей, она справедлива не только для процесса сушки влажных материалов, но и для любого вида влаготеплопереноса.

Процесс сушки является типичным нестационарным процессом тепло- и массопереноса. Для него источник влаги $I_2 = -I_1$ может быть выражен через локальную производную влагосодержания по времени ($\frac{du}{d\tau}$). Воспользуемся методом расчета, впервые приведенного в работе [3].

Общее изменение влагосодержания тела du равно изменению $d_i u$ в результате переноса влаги и изменению $d_i u$ за счет фазового превращения жидкости в пар, т. е.

$$du = d_i u + d_i u. \quad (97)$$

При этом предполагается, что общее влагосодержание тела u равно удельному содержанию жидкости ($u = u_1 + u_2 = u_2$), т. е. в рассматриваемой системе $i=1, 2$ $u_1 = 0$.

Если процесс влагопереноса нестационарный ($du \neq 0$), то отношение $d_i u / du$ будет конечной величиной, характеризующей относительное изменение влагосодержания за счет испарения по отношению к общему изменению влагосодержания в данной точке тела. Эта величина называется критерием или коэффициентом фазового превращения жидкости в пар и обозначается через ε :

$$\varepsilon = \frac{d_i u}{du}. \quad (98)$$

Если $d_i u = 0$, то коэффициент $\varepsilon = 0$, т. е. изменение влагосодержания происходит только за счет переноса жидкости; при отсутствии переноса жидкости ($d_i u = 0$), когда изменение влагосодержания происходит только за счет испарения.

госодержания тела в любой его точке происходит только за счет испарения, коэффициент ε равен единице. Следовательно, в общем случае коэффициент ε изменяется от 0 до 1 ($0 < \varepsilon \leq 1$), и система дифференциальных уравнений влаготеплопереноса будет иметь вид:

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = a_{m2} \nabla^2 u + a_{m2} \delta_2 \nabla^2 T + \varepsilon \frac{\partial u}{\partial \tau}, \quad (99)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \nabla^2 T + \varepsilon \frac{r_{21}}{c} \frac{\partial u}{\partial \tau}. \quad (100)$$

Сравнивая уравнение (99), которое можно переписать в виде

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = \frac{a_{m2}}{(1-\varepsilon)} [\nabla^2 u + \delta_2 \nabla^2 T], \quad (101)$$

с уравнением

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = a_m (\nabla^2 u + \delta \nabla^2 T), \quad (102)$$

которое справедливо для самого общего случая, можно прийти к заключению, что они будут тождественны при условии выполнения равенств

$$a_m = a_{m2}/(1-\varepsilon) \text{ и } \delta = \delta_2. \quad (103)$$

Стсюда следует, что коэффициент

$$\varepsilon = \frac{a_{m1}}{a_{m1} + a_{m2}} = \frac{a_{m1}}{a_m}. \quad (104)$$

Система уравнений влаготеплопереноса (99) и (100) или (102) и (103) может быть записана в виде системы уравнений (95) и (96), но при этом коэффициенты k_{ij} ($i = 1, 2$; $j = 1, 2$) будут равны

$$k_{11} = a_{m2}/(1-\varepsilon) = a_m, \quad k_{12} = \frac{a_{m2}\delta_2}{1-\varepsilon} = a_{m2}, \quad (105)$$

$$k_{22} = a + \varepsilon \frac{r_{21}}{c} \frac{a_{m2}\delta_2}{(1-\varepsilon)} = a + \varepsilon \frac{r_{21}}{c} a_{m2}; \quad .$$

$$k_{21} = \varepsilon \frac{r_{21}}{c} \frac{a_{m2}}{(1-\varepsilon)} = \varepsilon \frac{r_{21}}{c} \delta a_m. \quad (106)$$

Таким образом, источник парообразной влаги I_1 для нестационарного влаготеплопереноса в процессе сушки выражается через соотношение

$$I_2 = -I_1 = \varepsilon \gamma_0 \frac{\partial u}{\partial \tau}. \quad (107)$$

Оно аналогично соотношению (78), только вместо коэффициента испарения ε в (78) входит коэффициент льдистости ε_2 . Соотношение (107) дает возможность выразить коэффициент ε через абсолютные значения потока жидкости $|j_2|$ и потока пара $|j_1|$. В самом деле, подставим вместо $\gamma_0 \frac{\partial u}{\partial \tau}$ соответствующее выражение

$$\gamma_0 \frac{\partial u}{\partial \tau} = -\operatorname{div} j_1 - \operatorname{div} j_2$$

и воспользуемся равенством*

$$I_2 = -I_1 = -\operatorname{div} j_1.$$

Тогда будем иметь

$$I_2 = \varepsilon \gamma_0 \frac{\partial u}{\partial \tau} = -\varepsilon (\operatorname{div} j_1 + \operatorname{div} j_2) = -\varepsilon \operatorname{div} j_1, \quad (108)$$

откуда получаем

$$\varepsilon = \frac{\operatorname{div} j_1}{\operatorname{div} j_1 + \operatorname{div} j_2} = \left(1 + \frac{\operatorname{div} j_2}{\operatorname{div} j_1}\right)^{-1}. \quad (109)$$

Для одномерных задач, когда векторы j_1 и j_2 направлены параллельно или антипараллельно, имеем

$$\frac{\operatorname{div} j_2}{\operatorname{div} j_1} = \frac{\frac{\partial}{\partial x} j_2}{\frac{\partial}{\partial x} j_1}. \quad (110)$$

Если положить $\varepsilon = \text{const}$, то, очевидно, из соотношения (100) должно быть постоянным и равным $|j_2|/|j_1| = \text{const}$, а из формулы (109) получаем

$$\varepsilon = \frac{|j_1|}{|j_1| + |j_2|}. \quad (111)$$

Для сушки влажных материалов соотношение (109) можно написать так:

$$\varepsilon = \frac{a_{m1} (\nabla^2 u + \delta_1 \nabla^2 T)}{a_m (\nabla^2 u + \delta \nabla^2 T)}. \quad (112)$$

Если в соответствии с формулой (103) положим $\delta = \delta_1 = \delta_2$, тогда получим равенство $\varepsilon = a_{m1}/a_m$, что уже было установлено выше.

* Для упрощения записи индекс *div* опущен.

Таким образом, введение коэффициента ε как характеристики отношений потоков жидкости и пара при нестационарном влаготеплопереносе в процессе сушки требует соблюдения равенств (103) и (104). Эти равенства выполняются в области гигроскопического состояния влажных материалов. Введение коэффициента при помощи отношения (98) не требует выполнения ряда требований, в том числе и постоянства относительного координат.

Можно было формулу (111) положить за основу при выводе дифференциальных уравнений влаготеплопереноса, как это было сделано в работе [4].

Из соотношения (111) следует

$$|j_1| = \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} |j_2|. \quad (113)$$

Имеем

$$\mathbf{j}_1 = \mathbf{l}_{n1} |j_1|, \quad \mathbf{j}_2 = \mathbf{l}_{n2} |j_2|, \quad (114)$$

где \mathbf{l}_{n1} и \mathbf{l}_{n2} — единичные векторы, направлены вдоль векторов \mathbf{j}_1 и \mathbf{j}_2 . Тогда из дифференциального уравнения

$$\gamma_0 \frac{du}{d\tau} = -\operatorname{div} \mathbf{j}_1 - \operatorname{div} \mathbf{j}_2 \quad (115)$$

получаем

$$\gamma_0 \frac{du}{d\tau} = -\operatorname{div} \mathbf{l}_{n1} |j_1| - \operatorname{div} \mathbf{l}_{n2} |j_2| = -\operatorname{div} \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} |j_2| \mathbf{l}_{n1} - \operatorname{div} \mathbf{j}_2.$$

Если положить $\mathbf{l}_{n1} = \mathbf{l}_{n2}$, что означает, что векторы \mathbf{j}_1 и \mathbf{j}_2 направлены одинаково, то получим

$$\gamma_0 \frac{du}{d\tau} = -\operatorname{div} \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \mathbf{j}_2 - \operatorname{div} \mathbf{j}_2. \quad (116)$$

Далее, предполагая, что коэффициент ε не зависит от координат ($\varepsilon = \text{const}$), из (116) получаем

$$\gamma_0 \frac{du}{d\tau} = -\operatorname{div} \mathbf{j}_2 + \varepsilon \gamma_0 \frac{du}{d\tau}, \quad (117)$$

откуда находим выражение для источника влаги

$$I_2 = \varepsilon \gamma_0 \frac{du}{d\tau}. \quad (118)$$

Предположение о равенстве векторов $\mathbf{l}_{n1} = \mathbf{l}_{n2}$ применительно к процессу сушки означает, что векторы

$$\mathbf{j}_1 = -a_{m1} (\nabla u + \delta_1 \nabla T), \quad (119)$$

$$\mathbf{j}_2 = -a_{m2} (\nabla u + \delta_2 \nabla T) \quad (120)$$

должны быть одинаково направлены, это будет, если $\delta_1 = \delta_2$. Требование соблюдения равенства $\delta_1 = \delta_2$ будет выполниться в гигроскопической области, поскольку термоградиентный коэффициент определяется как отношение перепада влагосодержания к перепаду температуры при отсутствии влагопереноса, т. е. в условиях молекулярного и термодинамического равновесия жидкости и пара внутри влажного тела

$$\delta = \left(\frac{\Delta u}{\Delta T} \right)_{j=0} \quad (121)$$

Необходимо отметить, что выражение (118) для источников влаги справедливо только для нестационарного влаготеплопереноса, когда $\frac{du}{d\tau} \neq 0$. Для стационарного влаготеплопереноса $(\frac{du}{d\tau} = 0)$ коэффициент $\varepsilon = \frac{du}{d\tau} \rightarrow \infty$, так как $du = 0$. Поэтому величина источника $I_2 = \infty \cdot 0$, т. е. неопределенности.

Чтобы раскрыть эту неопределенность, воспользуемся уравнением (99), из которого следует

$$\varepsilon \frac{du}{d\tau} = \frac{du}{d\tau} - a_{m2} \delta_2 \nabla^2 u - a_{m2} \delta_2 \nabla^2 T. \quad (122)$$

При стационарном состоянии $du/d\tau = 0$, следовательно,

$$\varepsilon \frac{du}{d\tau} = -a_{m2} (\nabla^2 u + \delta_2 \nabla^2 T) = \frac{1}{\gamma_0} \operatorname{div} \mathbf{j}_2. \quad (123)$$

С другой стороны, из дифференциального уравнения (115) при $du/d\tau = 0$ получим

$$\operatorname{div} \mathbf{j}_2 = -\operatorname{div} \mathbf{j}_1. \quad (124)$$

Таким образом, для источника влаги при стационарном потоке влаги получаем выражение

$$I_2 = \varepsilon \gamma_0 \frac{du}{d\tau} = \operatorname{div} \mathbf{j}_2 = -\operatorname{div} \mathbf{j}_1, \quad (125)$$

т. е. соотношение (109).

Следовательно, уравнение для источника влаги

$$I_2 = -\operatorname{div} \mathbf{j}_1 = \operatorname{div} (a_{m1} \nabla u + a_{m1}^T \nabla T) \quad (126)$$

является более общим, справедливым как для нестационарного, так и стационарного влаготеплопереноса во влажных телах.

Таким образом, система дифференциальных уравнений (95) и (96) остается прежней, только коэффициент k_{ij} определяется формулами (89) и (90).

Отсюда также следует, что коэффициент ε является характеристикой нестационарного влаготеплопереноса, аналогичной характеристике τ темпа нагревания или охлаждения тела в стадии регулярного режима.

Величина темпа нагревания

$$\dot{m} = - \left(\frac{1}{T_c - T} \right) \frac{\partial T}{\partial z}. \quad (127)$$

Величина \dot{m} является конечной величиной и равной

$$\dot{m} = \frac{a}{R_f^2} B_{fV} \psi, \quad (128)$$

где ψ — величина неравномерности температурного поля, изменяется от 0 до 1 ($0 < \psi < 1$); R_f — гидравлический радиус тела; B_{fV} — критерий Био. В стационарном состоянии $\frac{\partial T}{\partial z} = 0$, а величина $\left(\frac{1}{T_c - T} \right) = \infty$ ($T = T_c$), следовательно, аналогично коэффициенту ε темп нагревания является характеристикой нестационарного теплообмена. Однако это не означает, что при нестационарном теплообмене величина \dot{m} будет переменной, изменяющейся от 0 до ∞ .

Следует отметить, что для расчета нестационарных полей температуры и влагодержания тела в процессе сушки необходимо знать коэффициенты a , a_m , a_m^T , ε и термодинамические характеристики c и r . Однако если воспользоваться более общим соотношением (125), то теплофизические характеристики будут a , c , r , a_m , a_m^T , δ_p . Таким образом, введение коэффициента ε уменьшает количество параметров с 7 до 6. Во всех случаях система дифференциальных уравнений влаготеплопереноса (95) — (96) остается одной и той же, только в решениях этой системы выражение коэффициентов k_{ij} будет разное в зависимости от теплофизических характеристик.

2. Диффузионно-фильтрационный влаготеплоперенос. При высоконтенсивном процессе сушки (сушка токами высокой частоты, контактная сушка и т. д.) внутри влажного материала возникает градиент общего давления влажного воздуха ($\text{grad } p$). В результате возникает дополнительный перенос влаги и тепла ввиду гидродинамического (фильтрационного) движения пара и жидкости. Градиент общего давления внутри тела возникает в результате испарения

жидкости и наличия сопротивления скелета тела при движении пара. Этому способствует наличие микрокапилляров, через систему которых идет молекулярное (эффузионное) погружение воздуха из окружающей среды. Наличие градиента общего давления внутри влажного тела было экспериментально обнаружено Г. А. Максимовым [5] и П. Д. Лебедевым [6].

В этом случае система дифференциальных уравнений влаготеплопереноса применительно к процессу сушки имеет вид:

$$\frac{\partial u}{\partial z} = k_{11} \nabla^2 u + k_{12} \nabla^2 T + k_{13} \nabla^2 p, \quad (129)$$

$$\frac{\partial T}{\partial z} = k_{21} \nabla^2 u + k_{22} \nabla^2 T + k_{23} \nabla^2 p, \quad (130)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = k_{31} \nabla^2 u + k_{32} \nabla^2 T + k_{33} \nabla^2 p, \quad (131)$$

где коэффициенты k_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$) равны:

$$k_{11} = a_m, \quad k_{12} = a_{m2} = (a_{m1} + a_{m2}^T), \quad k_{13} = k_f c_f p, \quad (132)$$

$$k_{21} = \frac{r \varepsilon}{c} a_m, \quad k_{22} = a + \frac{\varepsilon r}{c} a_{m2}, \quad k_{23} = \varepsilon r \frac{a_m}{c} \delta_p, \quad (133)$$

$$k_{31} = - \frac{\varepsilon a_m}{c_i}, \quad k_{32} = - \frac{\varepsilon a_{m2}}{c_i} \delta_p, \quad k_{33} = \left(a_f - \frac{\varepsilon a_m}{c_i} \delta_p \right), \quad (134)$$

где k_f — коэффициент фильтрационного переноса влаги, определяемый из уравнения

$$j_f = - k_f \nabla p; \quad (135)$$

δ_p — относительный коэффициент фильтрационного потока влаги;

$$\delta_p = k_f / a_m;$$

a_f — коэффициент конвективной диффузии ($a_f = \frac{k_f}{c_f \gamma_0}$); c_f — коэффициент емкости влажного воздуха в пористом теле, определяемый соотношением $d(u_1 + u_2) = c_f dp$. Однако в случае фильтрационного переноса в уравнение переноса тепла (130) необходимо добавить члены, характеризующие перенос тепла конвекцией

$$\sum_i c_i j_i \nabla T, \quad (136)$$

которые в ряде случаев являются значительно большими по сравнению с членами диффузионного переноса тепла.

Приведенные уравнения влагопереноса справедливы для однородного влажного тела. Для системы влажных тел они также справедливы, но надо учитывать, что на границе соприкосновения влажных тел существует скачок влагосодержания. Это обусловлено тем, что влагосодержание тела не является потенциалом переноса влаги, оно аналогично энталпии (теплосодержанию), а не температуре.

Скачок влагосодержания на границе соприкосновения тел определяется по величине массоемкости (влагоемкости) соприкасаемых тел c_m . Удельная изотермическая массоемкость определяется по соотношению

$$\dot{c}_m = \left(\frac{\partial u}{\partial \Theta} \right)_T,$$

где Θ — потенциал влагопереноса. На границе соприкосновения влажных тел имеет место равенство потенциала влагопереноса $\Theta_i = \Theta_{i+1}$ и скачок влагосодержаний $u_1 - \frac{c_{mi}}{c_{mi+1}} u_{i+1}$.

О б о з н а ч е н и я

M — масса связанного вещества; V — объем тела; M_0 — масса скелета тела; ω — объемная концентрация связанного вещества; u — влагосодержание тела; γ — плотность тела; ϱ — плотность связанного вещества; b — степень заполнения пор и капилляров; P_s — объемная пористость тела; P_S — поверхностная пористость тела; c — удельная теплоемкость; h — удельная энтальпия; λ — коэффициент теплопроводности; k — общая проницаемость; k_j — относительная проницаемость j -фазы; η — коэффициент вязкости; g — ускорение силы тяжести; σ — поверхностное натяжение; r — средний радиус капилляра; r_{ij} — удельная теплота фазового перехода; a_{cap} — коэффициент капиллярной диффузии; δ_{cap} — термоградиентный коэффициент; D_i — коэффициент диффузии пара в воздухе; μ_i — молекулярная масса пара; R — универсальная газовая постоянная; a_{mi} — коэффициент диффузии i -го компонента в теле; a_{mi}^T — коэффициент термодиффузии i -го компонента; Ψ — величина первоначальности температурного поля; R_V — гидравлический радиус тела; B_V — критерий Био.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. А. В. Лыков. Явления переноса в капиллярнопористых телах. Госэнергоиздат, 1951.
2. В. Н. Николаевский, М. Д. Розенберг. Движение двух взаиморастворимых жидкостей в пористой среде. Изв. АН СССР, механика и машиностроение, № 2, 1959.
3. А. В. Лыков. Тепло- и массообмен в процессах сушки. Госэнергоиздат, 1956.

4. А. В. Лыков. Теоретические основы строительной теплофизики. Изд. АН БССР, 1962.
5. Г. А. Макаров. Тепло- и массообмен при нагреве влажных материалов в электрическом поле высокой частоты. Труды конференции по промышленному применению токов высокой частоты. Машгиз, 1954.
6. П. Д. Лебедев. Сушка инфракрасными лучами. Госэнергоиздат, 1955.
7. А. В. Лыков, Ю. А. Михайлов. Теория тепло- и массопереноса. Госэнергоиздат, 1963.
8. А. В. Лыков. Heat and Mass Transfer in Capillary-Porous Bodies. Advances in Heat Transfer, Academic Press, v. I, 1964.

Л. М. НИКТИНА

ПОТЕНЦИАЛ ПЕРЕНОСА МАССЫ В КОЛЛОИДНЫХ КАПИЛЛЯРНОПОРИСТЫХ ТЕЛАХ

Процессы сорбции и десорбции влаги различными материалами протекают самопроизвольно и являются термодинамически необратимыми. Для необратимого же процесса, как известно, второй закон термодинамики можно записать в виде

$$dS = \frac{dQ}{T} + \Delta, \quad (1)$$

где S — энтропия; T — абсолютная температура; Q — количество тепла; Δ — положительная величина.

Из уравнения (1) видно, что энтропия системы в необратимом процессе может изменять свое значение в зависимости от поглощения системой теплоты извне или от потери ею теплоты при необратимых внутренних изменениях в системе: химических реакциях, диффузии, трении, излучении и т. д. [1]. Для адиабатического процесса $dQ = 0$ и, следовательно,

$dS = \Delta$. Так как член Δ всегда положителен, то энтропия при адиабатическом необратимом процессе может только возрастать до тех пор, пока вся система не придет в равновесие. Значит, при равновесии в системе $S = S_{\max}$. Если процесс адиабатический ($dQ = 0$), но обратимый ($\Delta = 0$), то и $dS = 0$, т. е. $S = \text{const}$. В общем случае энтропия системы может убывать, возрастать или оставаться постоянной в зависимости от того, какой процесс совершается в системе. Если система не адиабатична, то энтропия будет возрастать в том случае, когда тепло поступает в систему, и уменьшаться, если тепло из системы будет уходить.

Подставив в (1) $dQ = dU + PdV$, где U — внутренняя энергия; P — давление; V — объем, получим

$$\begin{aligned} TdS &= dU + PdV + T\Delta \\ \text{или} \quad dU &= TdS - PdV - T\Delta. \end{aligned} \quad (2)$$

28

При постоянных S и V $dU = -T\Delta$. Так как член $T\Delta$ всегда отрицателен, то внутренняя энергия системы при постоянных S и V может только убывать, и в состоянии равновесия $U = U_{\min}$.

Энтальпия в условиях равновесия также принимает минимальное значение. Изменение энтальпии (H) для необратимого процесса можно получить из уравнения (2), если прибавить к его левой и правой частям $d(PV)$. Тогда $d(PV) + dU = TdS - PdV + PdV - VdP - T\Delta$ и окончательно

$$dH = TdS + VdP - T\Delta. \quad (3)$$

При $S = \text{const}$ и $P = \text{const}$ $dH = -T\Delta$ и в состоянии равновесия $H = H_{\min}$.

В практических расчетах часто пользуются такими характеристическими функциями, как свободная энергия (F) и изобарно-изотермический потенциал (Z). Для необратимого процесса изменение свободной энергии можно получить из уравнения (2), если вычесть из его правой и левой частей по $d(TS)$, а именно

$$dU - d(TS) = TdS - PdV - TdS - SdT - T\Delta, \quad (4)$$

откуда

$$dF = -SdT - PdV - T\Delta.$$

При $V = \text{const}$ и $T = \text{const}$ $dF = -T\Delta$. Так как член $-T\Delta$ всегда отрицателен, то свободная энергия при $V = \text{const}$ и $T = \text{const}$ может только убывать, и в состоянии равновесия она принимает минимальное значение $F = F_{\min}$.

Из уравнения (4) при $T = \text{const}$

$$dF = -PdV - T\Delta \quad \text{или} \quad PdV = -dF - T\Delta, \quad (5)$$

где PdV — работа, совершаемая системой при изотермическом процессе. Если процесс обратимый, то $PdV = -dF$. следовательно, при изотермических обратимых процессах работа, совершаемая системой, равна уменьшению свободной энергии ее. Наоборот, если над системой совершается работа внешними силами, т. е. PdV отрицательно, то она будет равна увеличению свободной энергии системы.

При изотермическом необратимом процессе работа меньше изменения свободной энергии на величину $T\Delta$. Это значит, что в таких процессах часть свободной энергии переходит в теплоту. Таким образом, необратимый процесс оказывается менее экономичным. Отсюда следует, что наибольшая работа, которую система может дать в изотермическом процессе между двумя данными состояниями, получается при обратимом

29

процесса между этими состояниями. Эта наибольшая работа равна разности свободной энергии в этих двух состояниях.

Если в рассматриваемой термодинамической системе независимыми параметрами являются температура и давление, то характеристической функцией будет изобарно-изотермический потенциал. Его вид для необратимого процесса можно получить из (4) путем прибавления к объему его частям по $d(PV)$:

$$dF + d(PV) = -SdT - PdV + PdV + VdP - T\Delta \quad \text{или} \\ dZ = -SdT + VdP - T\Delta. \quad (6)$$

При $T = \text{const}$, $P = \text{const}$ $dZ = -T\Delta$, т. е. изобарно-изотермический потенциал в системе при необратимом процессе уменьшается. В состоянии равновесия $Z = Z_{\min}$.

Проведенный анализ необратимых процессов, как известно, дает возможность установить общие условия равновесия систем:

- если $U = \text{const}$, $V = \text{const}$, $S = S_{\max}$;
- если $H = \text{const}$, $P = \text{const}$, $S = S_{\max}$;
- если $S = \text{const}$, $V = \text{const}$, $U = U_{\min}$;
- если $S = \text{const}$, $P = \text{const}$, $H = H_{\min}$;
- если $T = \text{const}$, $V = \text{const}$, $F = F_{\min}$;
- если $T = \text{const}$, $P = \text{const}$, $Z = Z_{\min}$.

Таким образом, возможность самопроизвольного течения процесса определяется увеличением энтропии или уменьшением соответствующего термодинамического потенциала, а условием устойчивого равновесия является соответственно максимальное значение энтропии или минимальное значение соответствующего термодинамического потенциала.

Эти условия являются не только необходимыми, но и достаточными, если обеспечены все другие условия для установления равновесия (например, некоторые химические реакции идут только при наличии катализаторов, хотя термодинамически они возможны всегда, — свободная энергия при них убывает).

Так как при $V = \text{const}$, $T = \text{const}$ свободная энергия системы при необратимых процессах может только уменьшаться и в состоянии равновесия она минимальна, то, анализируя характеристическую функцию Гельмгольца $dF = dU - TdS$, можно сделать следующие выводы:

1) при отсутствии влияния энтропийного фактора (т. е. при $dS=0$) самопроизвольно могут протекать только такие процессы, при которых внутренняя энергия уменьшается, т. е. $dU < 0$;

2) при $dU=0$ ($U=\text{const}$) самопроизвольно могут протекать только такие процессы, при которых $dS > 0$. В общем же случае dF определяется суммарным влиянием одновременного изменения U и S .

Уменьшение внутренней энергии можно связать с выделением энергии, происходящим под действием взаимного притяжения приближения частиц, образующих вещество. Возвращение же энтропии можно связать с разъединением этих частиц (при расширении вещества или ослаблении связи между частицами), происходящим под действием их постоянного движения [2]. Влияние энтропийного фактора относительно возрастает при повышении температуры. Наоборот, при очень низких температурах влияние энтропийного фактора не может быть значительным, так как член TdS при этом тоже близок к нулю [2].

Каждый термодинамический процесс можно рассматривать как результат действия этих двух факторов. Соотношением между ними определяется возможность и направление самопроизвольного течения процесса.

Из термодинамики необратимых процессов [3] известно, что закон сохранения массы для закрытой системы выражается уравнением

$$dm = \left(\sum_i v_i M_i \right) d\xi = 0, \quad (7)$$

где M_i — масса одного моля i -го компонента; v_i — стехиометрический коэффициент i -го компонента в химической реакции; ξ — степень полноты реакции.

Для открытой системы можно разделить изменение массы i -го компонента на две части: внешнюю dm_{t_e} , полученную извне, и внутреннюю dm_{t_r} , обусловленную изменениями внутри системы, т. е.

$$dm_i = dm_{t_e} + dm_{t_r}. \quad (8)$$

Учитывая уравнение (7), можно написать

$$dm = dm_e, \quad (9)$$

где dm — полное изменение массы системы, а $dm_e = \sum_i dm_{t_e}$.

Соотношение (9) выражает закон сохранения массы в открытых системах и показывает, что изменение полной массы системы равно массе, обмененной с внешней средой.

Процессы переноса тепла и массы в открытых системах определяются разностью соответствующих потенциалов переноса.

Потенциал переноса тепла — температура — был введен давно и получил свое строгое обоснование в термодинамике. Это обстоятельство обусловило успешное решение проблемы теплообмена, не осложненного массообменом.

Первые А. В. Лыковым было введено понятие потенциала переноса вещества как некоторой функции массосодержания и внешних параметров. Потенциал переноса вещества по [4] определяется с помощью эталонного тела (фильтровальная бумага), максимальное сорбционное массосодержание которого приравнивается 100 единицам массообменного потенциала. Это так называемый экспериментальный потенциал переноса массы вещества.

В работе [5] вопрос о потенциале переноса массы вещества решается исходя из основных положений термодинамики необратимых процессов и классической термодинамики. В [5] получены в явном виде выражения для химического потенциала (μ) переноса массы различных форм связи.

Известно, что материал обладает способностью при соприкосновении с водой образовывать с ней связанную систему; причем вода, поступившая в материал, удерживается в нем с некоторой силой. Природа и величина этих сил различны. При этом по мере увеличения влажности материала силы одной категории исчерпываются и в поведении влаги начинают играть преобладающую роль силы другой категории. Иными словами, существуют такие интервалы влажности материала, в которых поведение влаги управляет совместно силами различных категорий, причем в зависимости от ряда дополнительных условий (структурно-механических свойств материала, содержания растворимых солей, температуры и т. д.) преобладание может переходить от одной категории сил к другой даже при одной и той же влажности. В этом перекрытии областей действия сил различных категорий и заключается, по-видимому, наибольшая трудность трактовки явлений переноса массы влаги во влажных материалах и их изучения. Эта трудность, в настоющее время очень значительная, определила тенденцию к замене познания сущности явлений простым количественным измерением их внешних проявлений. К таким методам часто прибегают в почво-грунтоведении¹ [6—11]. Выражается это в том, что все силы различной природы, в совокупности определяющие собой поведение почвенной влаги, объединяются в одну, называемую в почвоведении всасываю-

¹ В работе С. С. Корчунова [11], посвященной данному вопросу, приведена обширная библиография отечественных и зарубежных исследователей.

щей силой. Самым характерным признаком этой силы является ее обратная зависимость от влажности почвы: с увеличением последней всасывающая сила почвы уменьшается.

Впервые капилляриметр — прибор для измерения всасывающей силы почвы в полевой обстановке — был предложен В. Г. Корневым [6]. В последние же годы появился ряд модификаций таких приборов.

Приборы для определения всасывающей силы почвы состоят из датчика, манометра и соединительных трубок. Датчики представляют собой обычно цилиндрические наконечники, изготовленные из пористой керамики. Внутренняя полость датчиков заполнена водой. Датчики помещают в почву на глубину, необходимую для измерения всасывающей силы. Если влажность почвы начнет возрастать, то содержащаяся в ней влага проникает в датчик; если же влажность почвы уменьшается, то она начинает высасывать воду из датчика. В состоянии влажностного равновесия фиксируется показание манометра, которое и будет определять величину всасывающей силы почвы.

Приборы, построенные по такому принципу, работают удовлетворительно при высоких влажностях. При низких влажностях вследствие малой влагопроводности почвы и подвижности влаги показания приборов менее точны [1].

Приборы, действие которых основано на влажностном равновесии с материалом, нашли применение в грунтоведении [12, 13]. Датчиками в таких приборах служат гипсовые блоки, капроновое волокно и т. д. Совершенно очевидно, что такие приборы обладают большой инерционностью.

По данным [14], капилляриметр позволяет измерять всасывающую силу почвы в пределах от 0 до $0.9 \cdot 10^3 \text{ Н/м}^2$. Для более высоких давлений был предложен метод центрифуги, с помощью которого можно измерять всасывающую силу от $0.2 \cdot 10^5$ до $10 \cdot 10^6 \text{ Н/м}^2$ [9].

При более низких влажностях почв и грунтов разработан ряд методов определения всасывающей силы: по парциальному давлению паров воды, температуре замерзания почвенной влаги, теплоте смягчания и т. д. Таким образом, применив различные методы, можно измерять всасывающую силу почвы при любых ее влажностях, начиная от полного насыщения, когда всасывающая сила равна нулю, и кончая почти совсем сухой почвой, когда эта сила приближается к 10^9 Н/м^2 . По [14], всасывающую силу можно рассматривать как величину свободной энергии данной почвы, выраженную в единицах давления.

По данным ряда исследователей, измерявших величины всасывающей силы в почвах и грунтах, вычислены значения термодинамических параметров переноса массы в них — хи-

мического потенциала (μ) и истинной удельной изотермической массоемкости C_m' :

Пылеватый суглинок [14]

μ , кг/кг	0,1	0,14	0,18	0,22	0,26	0,30
$\mu \cdot 10^8$, дж/моль	3,82	2,1	1,43	1,051	0,751	0,464
$C_m' \cdot 10^{-8}$, моль/дж	0,009	0,040	0,092	0,121	0,134	0,141

Лес [14]

μ , кг/кг	0,16	0,20	0,24	0,28	0,32	0,36
$\mu \cdot 10^8$, дж/моль	4,83	3,085	2,129	1,392	0,764	0,218
$C_m' \cdot 10^{-8}$, моль/дж	0,022	0,035	0,048	0,059	0,064	0,087

Серозем А [14]

μ , кг/кг	0,18	0,22	0,26	0,30	0,34
$\mu \cdot 10^8$, дж/моль	4,778	2,839	1,583	0,792	0,374
$C_m' \cdot 10^{-8}$, моль/дж	0,013	0,026	0,044	0,081	0,124

Суглинок Гринвиль, сорбция [14]

μ , кг/кг	0,022	0,046	0,078	0,138	0,26	0,33
$\mu \cdot 10^8$, дж/моль	54,6	5,46	0,546	0,055	0,005	0,003
$C_m' \cdot 10^{-8}$, моль/дж	0,0004	0,006	0,085	1,91	25,8	25,8

Суглинок Гринвиль, десорбция [14]

μ , кг/кг	0,022	0,056	0,11	0,218	0,346	0,388
$\mu \cdot 10^8$, дж/моль	54,6	5,46	0,546	0,055	0,005	0,003
$C_m' \cdot 10^{-8}$, моль/дж	0,0005	0,008	0,165	2,86	19,1	12,7

Песчанистый суглинок Норфорк [14]

μ , кг/кг	0,12	0,13	0,14	0,16	0,18	0,20
$\mu \cdot 10^8$, дж/моль	4,57	3,48	2,7	1,84	1,42	1,17
$C_m' \cdot 10^{-8}$, моль/дж	0,012	0,013	0,016	0,034	0,061	0,103

Суглинок Леонардтаун [14]

μ , кг/кг	0,18	0,19	0,20	0,22	0,24	0,26
$\mu \cdot 10^8$, дж/моль	4,96	4,21	3,36	1,95	0,722	0,501
$C_m' \cdot 10^{-8}$, моль/дж	0,019	0,013	0,013	0,014	0,053	0,119

Глина Сессиль [14]

μ , кг/кг	0,28	0,30	0,32	0,34	0,38
$\mu \cdot 10^8$, дж/моль	3,82	2,085	1,17	0,78	0,50
$C_m' \cdot 10^{-8}$, моль/дж	0,008	0,019	0,031	0,088	0,15

Серозем алтайский [14]

μ , кг/кг	0,26	0,28	0,30	0,32	0,34	0,40
$\mu \cdot 10^8$, дж/моль	3,33	2,02	1,31	0,928	0,655	0,205
$C_m' \cdot 10^{-8}$, моль/дж	0,01	0,021	0,039	0,061	0,092	0,244

Пылеватый суглинок из-под подзола, глубина 0,65—0,95 м, горизонт C, под еловым лесом, Государственный центральный лесной заповедник [8]

μ , кг/кг	0,025	0,052	0,09	0,16	0,31	0,343	0,36
$\mu \cdot 10^8$, дж/моль	546	54,6	5,46	2,457	0,546	0,055	0,022
$C_m' \cdot 10^{-8}$, моль/дж	0,366 · 10 ⁻³	6,1 · 10 ⁻³	0,001	0,058	0,014	0,058	0,513

Легко суглинистый светлый серозем, холмовое поле в саяногорске «Пахта-Ара» [8]

μ , кг/кг	0,042	0,098	0,188	0,32	0,38	0,398
$\mu \cdot 10^8$, дж/моль	546	54,6	5,46	0,546	0,055	0,022
$C_m' \cdot 10^{-8}$, моль/дж	0,925 · 10 ⁻³	13,3 · 10 ⁻³	0,002	0,019	0,085	0,378

Пахотный слой пылевато-суглинистого серозема со страпонами из-под холмов. Колхоз им. Ахун-Бабаева Алтайского района [8]

μ , кг/кг	0,056	0,136	0,229	0,34	0,431	0,462
$\mu \cdot 10^8$, дж/моль	54,6	54,6	5,46	0,546	0,055	0,022
$C_m' \cdot 10^{-8}$, моль/дж	1,32 · 10 ⁻³	17,3 · 10 ⁻³	0,002	0,021	0,117	0,734

Темно-каштановая глинистая почва, горизонт A, 0—0,25 м, Еришевская опытно-мелиоративная станция ВНЗХ Саратовской области [8]

μ , кг/кг	0,117	0,184	0,267	0,396	0,556	0,645
$\mu \cdot 10^8$, дж/моль	546	54,6	5,46	0,546	0,055	0,022
$C_m' \cdot 10^{-8}$, моль/дж	1,36 · 10 ⁻³	12,9 · 10 ⁻³	0,002	0,029	0,364	2,57

Лессивидный суглинок из-под маичного глинистого чернозема, горизонт C, 3,4—3,6 м. Степь в Государственном центральном степном заповеднике около г. Кирска [8]

μ , кг/кг	0,05	0,085	0,146	0,25	0,324	0,368	0,384
$\mu \cdot 10^8$, дж/моль	546	54,6	5,46	2,456	0,546	0,055	0,022
$C_m' \cdot 10^{-8}$, моль/дж	0,572 · 10 ⁻³	10,2 · 10 ⁻³	0,002	0,050	0,0168	0,071	0,398

Сильно подзолистая почва, горизонт A₁+A₂ 0,01—0,22 м, под еловым лесом. Станица Холицевки Калининской железной дороги [8]

μ , кг/кг	0,024	0,078	0,152	0,27	0,372	0,417	0,43
$\mu \cdot 10^8$, дж/моль	546	54,6	5,46	2,456	0,546	0,055	0,022
$C_m' \cdot 10^{-8}$, моль/дж	0,528 · 10 ⁻³	8,53 · 10 ⁻³	0,003	0,053	0,023	0,051	0,415

*Тучный глинистый чернозем, горизонт A, глубина 0—0,22 м, целинная степь.
Каменно-Степная опытная станция [8]*

π , кг/кг	0,198	0,283	0,362	0,486	0,586	0,640
$\pi \cdot 10^8$, дж/моль	546	54,6	54,6	0,546	0,055	0,022
$C_m \cdot 10^{-8}$, моль/дж	2,45 · 10 ⁻⁵	14 · 10 ⁻³	0,002	0,027	0,191	1,52

*Краснозем суглинистый, 0—0,3 м, с мандариновой плантации
второго сокоса Аджарпредства, станция Махинджаури.
Пахотный слой 0—0,18 м [8]*

π , кг/кг	0,17	0,319	0,398	0,51	0,67	0,774
$\pi \cdot 10^8$, дж/моль	546	54,6	54,6	0,546	0,055	0,022
$C_m \cdot 10^{-8}$, моль/дж	3,71 · 10 ⁻⁵	18,3 · 10 ⁻⁵	0,002	0,029	0,344	3,12

*Торф низинный, тростниковый, степень разложения 20%,
глубина залегания 0,5—0,55 м. Торфопредприятие «Орица-1» [11]*

π , кг/кг	5,0	5,4	6,0	6,6	7,06	7,64
$\pi \cdot 10^8$, дж/моль	1,09	0,812	0,60	0,382	0,164	0,164
$C_m \cdot 10^{-8}$, моль/дж	0,71	2,23	3,36	2,34	0,344	3,12

*Торф низинный, сфагновый, степень разложения 12%,
глубина залегания 0,5—0,8 м. Торфопредприятие «Орица-1» [11]*

π , кг/кг	6,84	7,4	7,88	8,74	9,4	10,1
$\pi \cdot 10^8$, дж/моль	1,079	0,867	0,709	0,491	0,371	0,371
$C_m \cdot 10^{-8}$, моль/дж	2,44	2,86	3,2	5,03	5,87	5,87

*Медиум-торф 10—15% «ной степени разложения,
Торфопредприятие «Назис», 1957 г. [11]*

π , кг/кг	4,88	5,06	5,25	5,54	5,89	6,229
$\pi \cdot 10^8$, дж/моль	0,382	0,338	0,302	0,262	0,229	0,229
$C_m \cdot 10^{-8}$, моль/дж	2,95	5,27	5,46	9,65	16,9	16,9

*Медиум-торф 10—15% «ной степени разложения,
Торфопредприятие «Гесэно-1», 1958 г. [11]*

π , кг/кг	4,0	4,2	4,49	4,88	5,67	6,17
$\pi \cdot 10^8$, дж/моль	0,322	0,289	0,251	0,207	0,152	0,152
$C_m \cdot 10^{-8}$, моль/дж	5,1	6,43	7,85	9,75	17,5	17,5

*Торф осоковый, гипновый, степень разложения 15%,
глубина залегания 1—1,06 м. Торфопредприятие «Орица-1» [11]*

π , кг/кг	7,3	8,86	9,38	9,38	9,38	9,38
$\pi \cdot 10^8$, дж/моль	0,518	0,286	0,117	0,117	0,117	0,117
$C_m \cdot 10^{-8}$, моль/дж	6,72	5,08	2,89	2,89	2,89	2,89

Введение понятия всасывающей силы позволяет количественно оценивать суммарную величину различных форм связи влаги с почвой в состоянии влажностного равновесия. Однако, по мнению А. А. Роде [14], «...советскому почвоведению, опирающемуся на принципы диалектического материализма, такая тенденция, основанная на узком практицизме и провозглашающая непознаваемость как нечто неизбежное,— совершенно чужда.

Мы не можем отказаться от познания природы явлений и их расчленения и заменить его простым количественным измерением их результатов. Поэтому определение сосущей силы почвы мы рассматриваем как удобный и полезный помогательный прием, который может помочь в деле изучения существа явлений поведения почвенной влаги, но отнюдь не может его заменять».

Механизм переноса поглощенного вещества в коллоидных капиллярнопористых телахложен и определяется формой связи его с телом скелета, особенностями структуры тела и термодинамическими условиями взаимодействия тела с окружающей средой.

В капиллярнопористых коллоидных телах имеет место не только молекулярный перенос (диффузия пара и жидкости, эфузия паровоздушной смеси), но и молярный (капиллярное движение жидкости, движение влажного воздуха под действием градиента общего давления).

В работах [4, 15, 16] дано объяснение механизма переноса вещества в капиллярнопористых коллоидных телах. Представляет интерес, однако, проанализировать механизм переноса различных форм связи влаги в материале с точки зрения тайной движущей силы, как градиент химического потенциала массопереноса, так как в общем случае следует считать движущей силой массопереноса градиент химического потенциала.

По А. В. Лыкову, при молекулярном переносе вещества в виде пара (адсорбционно связанныя влага) в случае диффузионного переноса движущей силой является градиент парциального давления пара, а в случае эфузионного переноса — градиент отношения парциального давления пара к корню квадратному из абсолютной температуры. Если же температурные градиенты невелики, то в качестве первого приближения величину $\sqrt{T_c}$ можно принять за постоянную, равную $\sqrt{T_c}$, где T_c — средняя температура пара в данном сечении. В этом случае движущей силой переноса является также градиент парциального давления пара.

Известно [5], что химический потенциал переноса массы связанный влаги в гигроскопической области

$$\mu = RT \ln \frac{p_u}{p_s},$$

где $p_u = f_1(u, T)$, а $p_s = f_2(T)$; p_u — парциальное давление пара над поверхностью материала; p_s — давление насыщенного пара; R — универсальная газовая постоянная; u — удельное массосодержание материала. Тогда при условиях $T = \text{const}$, $u = \text{var}$

$$\nabla \mu = RT \left(\frac{\partial \ln \frac{p_u}{p_s}}{\partial u} \right)_T \nabla u. \quad (10)$$

Так как при $T = \text{const}$ парциальное давление пара над поверхностью материала однозначно определяется его удельным массосодержанием, то в этом случае можно считать, что движущей силой массопереноса является градиент парциального давления пара.

Для условий $T = \text{var}$, $u = \text{var}$

$$\nabla \mu = RT \left(\frac{\partial \ln \frac{p_u}{p_s}}{\partial u} \right)_T \nabla u + R \left(\frac{\partial T \ln \frac{p_u}{p_s}}{\partial T} \right)_u \nabla T. \quad (11)$$

В этом случае, как видно, движущую силу переноса массы вещества необходимо рассчитывать по градиенту химического потенциала.

По [4], если тело капиллярнопористое и движение поглощенного вещества происходит в виде жидкости (капиллярно-связанная влага), то движущей силой массопереноса является градиент капиллярного потенциала $2v\sigma/r$, где r — эффективный радиус: $r = f_3(u)$. Тогда при $T = \text{const}$, $u = \text{var}$ и условиях $v = f_4(T)$, $\sigma = f_5(T)$, где v — удельный объем жидкости, а σ — коэффициент поверхностного натяжения:

$$\nabla \mu = - \frac{2v\sigma}{r^2} \frac{dr}{du} \nabla u. \quad (12)$$

Из [5] известно, что химический потенциал капиллярно-связанной влаги $\mu = i - Ts - 2v\sigma/r$, где i — энталпия, а s — энтропия, рассчитанные на единицу массы. Откуда для случая $T = \text{const}$ и $u = \text{var}$

$$\nabla \mu = - \frac{2v\sigma}{r^2} \frac{dr}{du} \nabla u.$$

Для $T = \text{var}$, $u = \text{var}$ и условий $i = f_6(T)$, $s = f_7(T)$

$$\nabla \mu = \frac{2v\sigma}{r^2} \frac{dr}{du} \nabla u + \left[\frac{dZ}{dT} - \frac{2}{r} \left(\sigma \frac{dv}{dT} + v \frac{d\sigma}{dT} \right) \right] \nabla T. \quad (13)$$

Равенство [13] является выражением для движущей силы переноса массы капиллярносвязанной влаги при неизотермических условиях.

Уравнения переноса в [4] преобразованы таким образом, что движущей силой массопереноса является градиент удельного массосодержания, а плотность потока влаги пропорциональна ему. В этом случае плотность потока влаги, как известно, может быть подсчитана только при $T = \text{const}$ и в условиях непрерывного поля массосодержания.

При $T = \text{var}$ и при наличии непрерывного поля массосодержания плотность потока влаги может быть рассчитана по основному закону переноса, учитывющему изотермическую и термическую массопроводность [17]:

$$j = - a_m \gamma_0 \nabla u - a_m \gamma_0 \delta \nabla T, \quad (14)$$

где a_m — коэффициент потенциалопроводности; δ — термоградиентный коэффициент.

Если же соприкасаются два тела с различными удельными массоемкостями, то на границе их соприкосновения возникает перепад удельного массосодержания, так что перенос вещества через границу может происходить и от меньшего удельного массосодержания к большему. В этом случае плотность потока влаги следует рассчитывать по градиенту химического потенциала массопереноса.

Если капиллярнопористое тело обменивается массой с окружающей средой (открытая система), причем процесс протекает в стационарном режиме, формула Дальтона, выраожающая закон конвективного массообмена, может быть использована. Для нестационарного же режима расчет плотности потока вещества следует производить по градиенту химического потенциала массопереноса.

Изменение общего (барометрического) давления наружного воздуха вызывает фильтрацию его через толщину, например, ограждающей конструкции. Если давление наружного воздуха больше давления воздуха в помещении, то фильтрационное движение направлено внутрь помещения (инфилтрация воздуха); если же давление меньше, то воздух проходит толщу стены в обратном направлении (экспилтрация).

Это движение является типичным молярным движением, к которому применимы все закономерности гидродинамики

потока в пористых средах. Поскольку фильтрация через ограждение является молярным переносом массы влажного воздуха, то количество пара, переносимого при этом движении, значительно больше, чем при диффузионном переносе пара. Однако если в процессе фильтрации влажного воздуха через толщу стены не происходит конденсация пара или испарение жидкости, то удельное массосодержание стены в любой точке остается неизменным. Это обусловлено ничтожно малым содержанием пара в порах и капиллярах стены по сравнению с содержанием жидкости, и изменение концентрации пара в порах и капиллярах стены не оказывает влияния на ее удельное массосодержание [16].

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Е. Микрюков. Курс термодинамики. Учпедгиз. 1956.
2. В. А. Киреев. Курс физической химии. Госхимиздат. 1955.
3. С. Р. де Гроот. Термодинамика не обратимых процессов. Гостехиздат. 1956.
4. А. В. Лыков. Явления переноса в капиллярнопористых телах. Гостехиздат. 1954.
5. Л. М. Никитина. Таблицы коэффициентов массопереноса влажных материалов, под ред. академика АН БССР А. В. Лыкова, Изд. «Наука и техника», Минск, 1964.
6. В. Г. Корнеев. Всасывающая сила почвы. Журнал опытной агрономии, т. XXII, 1921—1923.
7. А. Ф. Лебедев. Определение максимальной влагосъемности почв посредством центрифугирования и характеристика механических свойств почв посредством максимальной молекулярной влагоемкости. Почвоведение, № 4, 1927.
8. С. И. Долгов. О давлениях, удерживающих воду в почве. Доклады Всесоюзной академии сельскохозяйственных наук им. В. И. Ленина, Вып. 2, 1948.
9. С. И. Долгов. Исследование подвижности почвенной влаги и ее доступности для растений. Изд. АН СССР, 1948.
10. А. А. Роде. Методы изучения водного режима почв. Изд. АН СССР, 1960.
11. С. С. Корчунов. Исследование движения влаги в различных пропускающих дебиты торфа на основе потенциальной теории. Автореферат диссертации, Ленинград, Калининград, 1962.
12. Ф. М. Иванов и М. Келлер. Сорбционные датчики для непрерывного измерения влажности материалов и других материалов в стационарных условиях. ИФЖ, 1, № 7, 1958.
13. И. М. Келлер. Методика непрерывного и дистанционного определения содержания незамерзшей воды в грунтах. ИФЖ, 3, № 10, 1960.
14. А. А. Роде. Почвенная влага. Изд. АН СССР, 1956.
15. А. В. Лыков. Теория сушки. Госэнергоиздат, 1956.
16. А. В. Лыков. Теоретические основы строительной теплофизики. Минск, 1961.
17. А. В. Лыков. Тепло- и массообмен в процессах сушки. Госэнергоиздат, 1956.

Б. М. СМОЛЬСКИЙ

ТЕПЛО- И МАССООБМЕН ПРИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ МЕТОДЕ ПОДВОДА ТЕПЛА МАТЕРИАЛУ

Взаимодействие переменного магнитного поля с ферромагнитными элементами и ферромагнитных элементов с диэлектриками используется для сушки и термической обработки различных материалов.

Для создания переменного магнитного поля применяется ток промышленной частоты без дальнейших преобразований и трансформаций. Повышение температуры ферромагнитных элементов в сфере переменного магнитного поля происходит вследствие перемагничивания и вихревых токов. Использование электромагнитной индукции позволяет передать энергию электромагнитного поля в нагреваемое ферромагнитное тело, не прибегая к контактам.

Сущность электромагнитного способа термической обработки материалов заключается в следующем. Материал или изделие, предназначенные для сушки или термической обработки, совместно с ферромагнитными тепловыделяющими элементами помещают в поле электромагнитной обмотки, питаемой переменным током промышленной частоты (рис. 1).

Ферромагнитные элементы (или могут служить обрабатываемый материал или его элементы), будучи подвержены воздействию переменного электромагнитного поля, нагреваются и передают тепло материалу или изделию путем теплопроводности, конвекции и радиации. В зависимости от технологической схемы расположения ферромагнитных элементов (в объеме, слое, штабеле, массиве) передача тепла материалу или изделиям может осуществляться любым целесообразным способом. При этом выбор способа подвода тепла в известной мере определяется свойствами материала или изделий.

Представляется возможным создавать необходимые условия теплообмена между материалом и ферромагнитными элементами и тепло- и массообмена с окружающей средой. Этот процесс легко управляется.

Процессы, происходящие при сушке материалов электромагнитным способом подвода тепла, покажем на при-

мере обезвоживания древесины хвойных пород (ель, сосна, пихта). Одной из характерных схем теплоподвода является контактно-конвективная.

Анализ данных экспериментального исследования, выполненного в лабораторных и промышленных условиях, показал, что температура материала в направлении от контактной

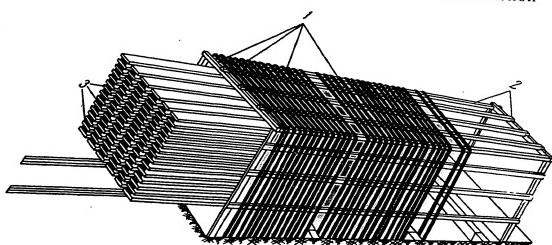


Рис. 1. Установка для сушки материалов электромагнитным способом:
1 — обмотка; 2 — каркас; 3 — ферромагнитные элементы

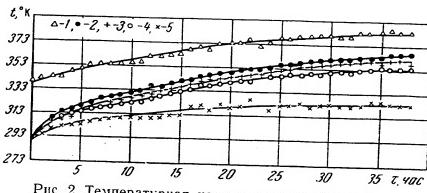


Рис. 2. Температурная характеристика процесса сушки:
1 — ферромагнитный элемент; 2 — контактной по-
верхности; 3 — свободной поверхности материала; 4 —
«сухого» термометра психрометра; 5 — «мокрого»
термометра психрометра

к свободной его поверхности уменьшается на 3—4° (рис. 2). На протяжении всего процесса сушки влагосодержание в слое материала, прилегающем к ферромагнитным элементам, мало отличается от центральных слоев.

Кривые кинетики процесса показывают, что на протяжении примерно $\frac{3}{4}$ времени процесса разность влагосодержаний

между контактным слоем, серединой и слоем, прилегающим к открытой поверхности материала, не превышает 4—6 %/м.

В конечный период сушки разность влагосодержаний по толщине материала не превышает 1,5—2,5 %/м (рис. 3). Градиенты температур по слоям материала имеют аналогичный характер и не превышают в начальный период 4—6°, а на

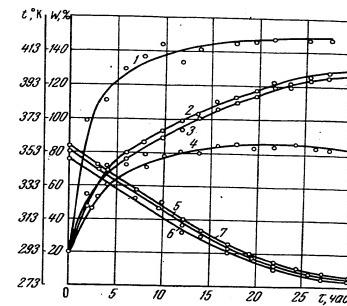


Рис. 3. Изменение температуры сушиного
агента
1 — тепловыделяющих элементов; 2 — поверхности
древесины, прилегающей к ферромагнитному
элементу; 3 — свободной поверхности древесины;
4 — дренажа сушки;
5 — влагосодержания древесины;
6 — средних слоев древесины; 7 — древесины,
прилегающей к ферромагнитным элементам;
7 — слоев древесины свободных поверхностей)

протяжении $\frac{3}{4}$ времени процесса не более 2—3°. Процесс сушки не вызывает больших градиентов давления и, следовательно, опасных деформаций внутри материала. Поэтому даже материалы значительной толщины (сосна 60—80—100—120 мм) в процессе сушки не испытывают больших напряжений и деформаций и высушиваются без коробления и образования наружных и внутренних трещин.

Результаты экспериментальных исследований дают основание предполагать, что на процесс тепл- и массообмена в материале во время обезвоживания может оказывать влияние и переменное электромагнитное поле. Можно высказать следующее предположение о причине этого влияния.

В процессе фильтрационного движения жидкости по капиллярам тела молекулы жидкости ориентируются под действием электрических сил скелета капиллярнопористого тела. Такая ориентация молекул может повысить вязкость влаги, что замедляет ее продвижение. Однако под действием внешнего переменного электромагнитного поля ориентация молекул может нарушаться, что ведет к ослаблению сил связи молекул влаги и уменьшению ее вязкости. С уменьшением вязкости влаги потеря давления при ее движении уменьшаются. Кроме того, возможно и перераспределение влаги в материале, вызванное проникающим в него паром (весь процесс сушки идет в среде перегретого пара). Для полного объяснения причин интенсификации процесса обезвоживания при электромагнитном подводе тепла влажному материалу необходимо провести специальные исследования. Нами высказаны только рабочие гипотезы, что может послужить предметом дискуссии.

При контактно-конвективном подводе тепла материалу ферромагнитные элементы передают тепло непосредственно вследствие контакта, путем конвекции, а также илученспусканием. Потоки влаги и тепла в большей степени совпадают и действуют в сторону наружных поверхностей.

Потоки тепла i и влаги i выражаются уравнениями

$$i = K_{jk} \gamma_0 \nabla u - K_{jk} \gamma_0 \nabla t - K_{jk} \nabla P, \quad (1)$$

$$q = \lambda \nabla t + I_a i_p + I_{jk} i. \quad (2)$$

Градиенты ∇u и ∇t начинают проявляться при самых малых температурах агента сушки. Градиент же ∇P начинает заметно сказываться при температурах материала 373° К и выше. На процесс тепло- и массообмена в данном случае влияют температура ферромагнитных элементов, состояние высушиваемого материала, а также состав окружающей материала парогазовой среды.

Если материал лежит на ферромагнитных элементах, то основное количество тепла, необходимого для обезвоживания или термической обработки, поступает в материал вследствие теплопроводности.

При температуре влажного материала выше 373° К миграция влаги в теле происходит не только за счет градиентов концентраций, но и за счет разности общих давлений, которые возникают вследствие процесса выпаривания. Одновременно происходит два взаимосвязанных процесса: теплообмен при движении тепла внутри высушиваемого материала и испарение влаги и миграция ее в виде жидкости и пара, сопровождающиеся ассимиляцией тепла фазового превращения.

Образование водяного пара внутри материала ведет к появление очагов с повышенным общим давлением и отсюда дополнительных градиентов давления. Время их релаксации из-за значительного сопротивления капилляров тела такое же, как и время сушки. Молярный перенос вещества (пара и жидкости), вызванный разностью общих давлений, значительно интенсифицирует процесс обезвоживания материала. При некоторых условиях перелакированный градиент избыточного давления может возникать в слое, непосредственно прилегающем к теплоотдающей поверхности при его температуре меньше 373° К.

Несмотря на резкое возрастание температуры слоя материала в первом периоде сушки (рис. 3), электромагнитный способ подвода тепла позволяет в то же время легко получить постоянный поток тепла к материалу от ферромагнитных элементов.

Одновременно с нагреванием материала происходит и его обезвоживание. Перенос влаги происходит по всему объему материала уже в первый момент нагревания. В зависимости от величины критерия Федорова (или критерия Ко, Рп, ϵ) и критерия Lu процесс массопереноса может иметь различный характер. Быстрый рост температуры в слое материала, прилегающего к ферромагнитным элементам, приводит к локальному испарению влаги; интенсивность этого процесса уменьшается с увеличением расстояния от поверхности ферромагнитных элементов. Перенос влаги по направлению потока тепла интенсифицирует процесс обезвоживания материала.

При малых значениях критерия Lu в материале во время сушки термическим путем темп изменения поля потенциала переноса тепла значительно интенсивнее изменения поля потенциала переноса массы. При $Lu=1$ изменение полей потенциалов происходит одновременно. Если $Lu > 1$, изменение поля потенциалов переноса вещества опережает развитие поля температуры.

Результаты экспериментального исследования тепло- и массообмена в процессе сушки древесины хвойных пород при электромагнитном способе подвода тепла представлены в виде критериального уравнения:

$$\bar{u} = A F_0^m Lu^a (Bi_m/Pn)^b. \quad (3)$$

На основании (3) получено уравнение для величины относительного влагосодержания

$$\bar{u} = 0,462 Lu^{0,62}. \quad (4)$$

Уравнение (4) хорошо согласуется с результатами экспериментальных исследований, выполненных в производственных

условиях. Пользуясь уравнением (4), получим выражение для расчета длительности процесса сушки

$$\tau = \frac{\bar{u} R^2}{0.462 a^{0.38} a_m^{0.62}}. \quad (5)$$

Выражение (5) позволяет с достаточной точностью выполнять инженерные расчеты при проектировании электромагнитных сушильных установок для различных режимов сушки древесины хвойных пород. Уравнение теплового баланса процесса обезвоживания может быть представлено в приближенном виде:

$$\lambda_s (\nabla t)_{\phi,s} = \left(c_0 + \frac{\bar{u}}{100} \right) \frac{M_c}{S_k} \frac{dt_{cp}}{dt} + \frac{\varepsilon_s m + \alpha \frac{S_{on}}{S_k} (t_n - t_c)_{cp}}{S_k}. \quad (6)$$

Приведем в кратком виде расчет прямоугольного соленоида электромагнитной сушильной установки для получения характеристик электромагнитного поля и тепловыделений ферромагнитных элементов.

Поток активной энергии электромагнитного поля через поверхность ферромагнитного тела определяется:

$$q_{0a} \equiv 10^{-4} H_0^2 I \overline{p_{pp}} H_0^2$$

или при частоте $f = 50$ Гц

$$q_{0a} \equiv 7.07 \cdot 10^{-4} \sqrt{p_{pp}} H_0^2. \quad (7)$$

Относительная магнитная проницаемость μ_r в пределах температур не выше точки Кюри (1003—1043°К для разных сортов стали) принимается постоянной.

Удельное электрическое сопротивление ρ элемента зависит от сорта стали и принимается линейной функцией температуры. При допущениях постоянства μ_r и линейного характера изменения ρ тепловые выделения энергии поля в ферромагнитном элементе в основном будут определяться напряженностью магнитного поля H_0 . Будем пренебрегать также спиралевидной формой витков обмотки, так как сторона соленоида на несколько порядков больше диаметра провода.

Магнитное поле внутри соленоида складывается из суммы полей, создаваемых 4 плоскими поверхностными токами:

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_1 + \mathbf{H}_2 + \mathbf{H}_3 + \mathbf{H}_4.$$

Заменим токи в дискретных проводниках обмотки некоторой равнотенциальной плотностью поверхности тока j . Тогда

напряженность магнитного поля в любой точке пространства можно определить на основании обобщенного закона Био — Савара — Лапласа

$$\mathbf{H} = \frac{i}{4\pi} \int \frac{[\bar{j}_0 \bar{R}_0]}{R^2} dS. \quad (8)$$

Из геометрических представлений

$$dS = dx dy$$

$$[\bar{j}_0 \bar{R}_0] = 1 \cdot 1 \cdot \sin z = \frac{\sqrt{z_0^2 + (y - y_0)^2}}{\sqrt{z_0^2 + (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}}, \quad (9)$$

$$R = \sqrt{z_0^2 + (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}$$

Подставляя (9) в (8), получаем

$$H_1 = \frac{i}{4\pi} \int_a^b \frac{\sqrt{z_0^2 + (y - y_0)^2}}{\sqrt{z_0^2 + (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}} dy \times$$

$$\times \int_0^a \frac{dx}{\sqrt{z_0^2 + (y - y_0)^2 + (x - x_0)^2}} \sqrt{z_0^2 + (y - y_0)^2 + (x - x_0)^2}. \quad (10)$$

После преобразования получим

$$H_1 = \frac{i}{4\pi} (a - x_0) \times$$

$$\times \int_0^b \frac{dy}{\sqrt{z_0^2 + (y - y_0)^2}} \sqrt{z_0^2 + (y - y_0)^2 + (a - x_0)^2} +$$

$$+ \frac{i}{4\pi} x_0 \int_0^b \frac{dy}{\sqrt{z_0^2 + (y - y_0)^2}} \sqrt{z_0^2 + (y - y_0)^2 + x_0^2}. \quad (11)$$

Эллиптические интегралы (11) приводятся к каноническому виду заменой переменных

$$z^2 = z_0^2; \quad \xi^2 = z_0^2 + (a - x_0)^2; \quad \gamma^2 = z_0^2 + x_0^2; \quad v = y - y_0$$

и подстановкой $v = z \operatorname{tg} t$.

В результате имеем

$$H_1 = \frac{i}{4\pi \xi} (a - x_0) \left\{ F \left[\operatorname{arctg} \left(\frac{b - y_0}{z} \right) \right], \right.$$

$$\left(1 - \frac{z^2}{\beta^2}\right) \Big] - F \left[\arctg \left(-\frac{y_0}{z} \right), \left(1 - \frac{z^2}{\beta^2}\right) \right] \Big\} + \\ + \frac{j}{4\pi\beta} x_0 \left\{ F \left[\arctg \left(\frac{b-y_0}{z} \right), \right. \right. \\ \left. \left. \left(1 - \frac{z^2}{\gamma^2}\right) \right] - F \left[\arctg \left(-\frac{y_0}{z} \right), \left(1 - \frac{z^2}{\gamma^2}\right) \right] \right\}. \quad (12)$$

Составляющие напряженности по осям (x, y, z) в любой точке внутри соленоида подсчитываются как сумма 4 выражений типа (12), которые из-за громоздкости не приводятся. На продольной оси соленоида ($a/2, b/2, 0 \pm l$) выражения напряженности магнитного поля упрощаются из-за отсутствия нормальной составляющей магнитного поля:

$$H_y = \frac{IW}{\pi l} \left[\arctg \frac{a}{b} \frac{y_0}{\sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{4} + y_0^2}} + \right. \\ + \arctg \frac{a}{b} \frac{l-y_0}{\sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{4} + (l-y_0)^2}} + \\ + \arctg \frac{b}{a} \frac{y_0}{\sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{4} + y_0^2}} + \\ \left. - \arctg \frac{b}{a} \frac{l-y_0}{\sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{4} + (l-y_0)^2}} \right]. \quad (13)$$

Для плоского вытянутого соленоида, у которого $b \gg a$, можно пренебречь вкладом составляющих напряженности магнитного поля от коротких сторон. Тогда

$$H_y = \frac{IW}{\pi l} \left[\arctg \frac{b}{a} \frac{y_0}{\sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{4} + y_0^2}} + \right. \\ \left. + \arctg \frac{b}{a} \frac{l-y_0}{\sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{4} + (l-y_0)^2}} \right]. \quad (14)$$

Анализ режимов сушки капиллярнопористых коллоидных тел (на примере древесины хвойных пород) показывает, что основными характеристиками процесса являются: температура, суммарный поток тепла, расположение и масса теплоизделяющих ферромагнитных элементов, а также параметры окружающего воздуха.

Существенной для процесса обезвоживания является также и характеристика высушиваемого материала — его геометрические размеры, структура, влагосодержание, формы связи влаги и др.

Температурные кривые и кривые кинетики процесса сушки показывают, что с увеличением температуры ферромагнитных элементов длительность сушки резко сокращается. Так, при температуре ферромагнитных элементов 363° К сосновые доски толщиной 50 мм с начальным влагосодержанием 60% высыхают до конечного влагосодержания 12% за 60 час, а при температуре 408° К — за 42 час.

На процесс сушки и его продолжительность значительное влияние оказывают расположение ферромагнитных элементов в штабеле или слое материала и их форма. Этим обусловливается способ теплоподвода к материалу и условия процесса тепло- и массообмена между материалом и теплоизделяющими ферромагнитными элементами, а также окружающей средой.

Наиболее оптимальными параметрами агента сушки являются температура 353—363° К и относительная влажность 70—88%. При этих условиях гравитационные силы в сушильных камерах вполне обеспечивают хорошее смывание всех элементов высушиваемого материала и в искусственной циркуляции нет необходимости.

Как показали результаты экспериментальных исследований, кривые скорости сушки капиллярнопористых коллоидных тел при различных режимах сушки имеют общий вид. При этом на кривых смещались критические точки.

Для оценки качества материала, высушиваемого при различных режимах (табл. 1), были проведены структурно-механические испытания по общепринятой методике. Обработка результатов опытов производилась методом вариационной статистики с вычислением необходимых статистических величин.

Испытаниями предусматривалось определение объемного веса; предела прочности при сжатии волокон, удельной работы при ударном изгибе и предела прочности при скальвании вдоль волокон (по радиальной плоскости). Результаты испытаний приведены в табл. 2.

Структурно-механические свойства древесины (сосны), взятой для опытов, имеют показатели, близкие к норматив-

Таблица 1
Оптимальные режимы сушки дреесины хвойных пород
при электромагнитном способе подвода тепла материалу

и, %	$t_{\Phi, \circ}$ °К	$t_{\text{оп}, \circ}$ °К	Δt , °	φ, %	Режим 2 для пиломатериалов толщиной 50—80 мм			
					и, %	$t_{\Phi, \circ}$ °К	$t_{\text{оп}, \circ}$ °К	Δt , °
60 и выше	383	358	3	88	60 и выше	373	358	3
50—40	388	360	3	88	50—40	373	358	3
40—30	393	362	4	85	40—30	388	360	4
30—20	398	363	4	85	30—25	393	363	4
20—15	403	368	6	80	25—20	398	365	85
15—10	408	373	10	70	20—15	403	368	9
					15—10	408	370	10
								69

Таблица 2
Результаты структурно-механических испытаний древесины,
высушиваемой в электромагнитной сушилке

Показатели	Изменение свойств древесины (сосны) по сравнению с контрольными образцами, %							
	для досок толщиной, мм			в среднем с учетом числа наблюдений				
	60	40	30					
	1	2	1	2	1	2	1	2
Объемный вес	-1,78	+0,8	-1,8	-1,81	0,0	0,1	2,0	0,0
Сжатие вдоль волокон	0,0	0,8	-6,3	-6,8	-4,5	-4,1	-2,6	-4,3
Удельная работа при ударном изгибе	-10,1	-6,3	-5,1	+5,5	0,0	0,0	-6,3	0,0
Скальвание вдоль волокон	-8,0	-8,4	-1,0	-2,3	-8,6	-5,0	-6,6	-6,2

Примечание. Знак перед цифрой показывает отклонение от нормативных величин.

ным. Полученная точность результатов находится в пределах 1—3%, что в 2,5 раза выше точности, принятой при исследовании структурно-механических свойств древесины. В среднем для материалов различной толщины снижение структурно-механических свойств не превышает 6—7%, что вполне допустимо даже применительно к древесине высшего качества.

Послойное влагосодержание высушенной древесины (табл. 1) отличается на 1,5—3%. Отклонение величины влаго-

содержания древесины от среднего его значения по всему объему штабеля не превышает 2—4% (рис. 4).

Для технико-экономической оценки и сравнения способов сушки в табл. 3 даны показатели сушки электромагнитной сушки и сушки в среде перегретого пара по данным ЦНИИМОДа.

Результаты исследований, а также обобщенные многочисленные данные по сушке древесины в промышленных электромагнитных камерах показывают, что расход электроэнергии на испарение 1 кг влаги из материала не превышает 1,25—1,4 кВт/час. В производственных условиях при сушке этого же материала в конвективных паровых сушильных камерах расход тепла на испарение 1 кг влаги в среднем составляет 1,6—3 кВт/час. Заметное снижение расхода энергии на процесс сушки при электромагнитном способе происходит за счет уменьшения общего расхода тепла из-за сокращения продолжительности сушки, что в первую очередь объясняется лучшим использованием агента сушки.

Оценка экономической эффективности применения электромагнитного способа сушки и термической обработки производилась нами путем сравнения расчетных затрат по трем различным способам сушки: электромагнитному, в конвективных камерах и в высокотемпературной среде с перегретым паром. В сумму капитальных затрат и ежегодных расходов были включены в качестве составляющих не только затраты на сооружение и эксплуатацию установки, но также и затраты, связанные с производством и транспортом всех видов потребляемой энергии. Результаты анализа сопоставляемых экономических данных показали, что электромагнитный способ термической обработки при принятых нами конкретных условиях оказался наиболее экономичным (табл. 4).

Предимущества электромагнитного способа следующие:

- большая теплomoщность и производительность на единицу объема сушильного устройства в сравнении с паровыми и газовыми способами сушки (термической обработки);

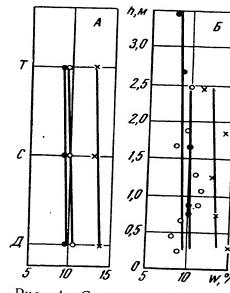


Рис. 4. Содержание влаги в древесине в объеме штабеля после сушки:
A — по длине камеры (A — в двери);
C — в середине (C — в конце);
B — по высоте камеры

Таблица 3
Технические показатели различных методов сушки древесины

Размер необрезанного пиломатериала (толщина, ширина, длина), мм	Сушка в электромагнитных камерах с применением тока промышленной частоты			Высокотемпературная сушка и сушка на перегретом паре по данным ЦНИИМОДа			
	$I_{\text{п}}^{\text{н}}$, $\text{А}^{\text{н}}$	$I_{\text{к}}^{\text{н}}$, $\text{А}^{\text{н}}$	установка стационарная	час	$\frac{\text{ч}}{\text{час}}$	установка стационарная	
60×210±60×6500	78,08,0	2	72,5230,4	3,2	1	98,5230,4	2,3
60×210±50×6500	69,06,9	1	78,3240,0	3,0	2	100,5240,0	2,3
40×200±400×6500	110,06,8	2	60,211,23,5	—	1	97,5211,2	2,1
40×200±400×6500	106,06,5	1	59,0211,23,5	—	1	97,5211,2	2,1
30×200±400×6500	63,06,8	2	38,0120,03,2	—	1	53,0120,0	2,2
30×200±400×6500	85,07,0	1	32,0120,03,7	—	1	42,0120,0	2,8
				$t_c = 384 \text{ K}$			
				$t_m = 372 \text{ K}$			

Таблица 4
Экономические показатели различных методов
сушки древесины

Способ сушки	Капитало- вложения, %	Эксплуата- ционные расходы, %	Расчетные затраты
Электромагнитный с применением тока промышленной частоты	100	100	100
Конвективный с паром и обогревом	194	189	220
Высокотемпературный и в среде перегретого пара	147	123	137

б) возможность механизации и автоматизации процесса сушки и термической обработки, а следовательно, и всего комплекса технологического процесса;

в) сравнительно небольшие капитальные затраты, простота оборудования и монтажа установки, что позволяет намного сократить сроки строительства;

г) возможность совмещения максимума потребления энергии установкой с ночными провалами графика нагрузки энергетической системы, что значительно повышает экономическую эффективность электромагнитного способа при одновременном улучшении показателей работы энергосистемы, а также возможность применения осциллирующего режима сушки. Разработанный нами способ открывает принципиально новые возможности интенсификации и усовершенствования ряда

важных технологических процессов за счет их совмещения в одном агрегате.

Обозначения

B — магнитная индукция; j — плотность поверхностного тока; v — скорость потока жидкости; E — напряженность электрического поля; μ — магнитная проницаемость среды; μ_2 — относительная магнитная проницаемость ферромагнитного материала; σ — электропроводность; ρ — удельное электрическое сопротивление ферромагнитного материала; i — удельный поток влаги; $K_{\text{в}}$ — коэффициент влагопроводности; δ — термоградиентный коэффициент; $K_{\text{ф}}$ — коэффициент фильтрации; $\lambda_{\text{в}}$ — эффективный (учитывающий массообмен) коэффициент теплопроводности влажного материала; $I_{\text{п}}, I_{\text{к}}$ — теплосодержание потоков пара и жидкости; $t_{\text{п}}, t_{\text{ж}}$ — плотность потоков пара и жидкости; $\eta_{\text{в}}$ — удельная теплота парообразования; m — интенсивность сушки, отнесенная к площади поверхности контакта; ψ — потенциал массопереноса; A — коэффициент в формуле (3), равный 0,462; F_0, L_0, B_0, R_0 — критерий Фурье, Лыкова, Бло. Постнова соответственно; \bar{u} — безразмерный комплекс влагосодержания; c, \bar{U} — средние по объему теплоемкость и плотность; $(\nabla T)_{\phi, \omega}$ — градиент температуры в материале у ферромагнитных элементов; $M_{\text{в}}$ — масса абсолютно сухого вещества скелета тела; $S_{\text{ов}}$ — открытая поверхность материала; $\frac{dt_{\text{ср}}}{dz}$ — скорость прогрева влажного материала; τ — время сушки (длительность сушки); α — коэффициент теплообмена материала с окружающей средой (учитывающий конвекцию и лучеобмен); $S_{\text{в}}$ — поверхность материала, прилегающая к граничной поверхности; $t_{\text{п}}, t_{\text{ж}}$ — температура открытой поверхности и окружающей среды материала; $a_{\phi, \omega}$ — толщина полосы ферромагнитного элемента; jW — эффективные ампер-витки.

ЛИТЕРАТУРА

- А. В. Лыков. Явления переноса в капиллярнопористых телах. ГИТЛ. 1954.
 А. В. Лыков, М. Ю. Михайлов. Теория тепло- и массопереноса. ГЭИ, 1963.
 Б. М. Смольский. Внешний тепло- и массообмен в процессе конвективной сушки. Изд. БГУ им. В. И. Ленина, Минск, 1957.
 Б. М. Смольский. Термическая обработка материалов с помощью токов промышленной частоты. ИФЖ, № 8, 1963.
 С. Г. Романовский. Индукционная сушка токами промышленной частоты. Гостехиздат, Киев, 1963.

А. И. ЧАПЛИНА

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА РЕГУЛЯРНОГО РЕЖИМА ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ СУШКИ

Теория регулярного теплового режима, разработанная для чистого теплообмена [1, 2], может быть применена и для исследования процессов сушки [3].

Рассмотрим кратко динамику процесса сушки влажного тела и, в частности, зависимость между температурой образца и скоростью сушки. Если тепло, необходимое для испарения влаги и прогревания материала, подводится из окружающего воздуха, то уравнение баланса тепла записывается в виде

$$Q = \int_{(V)} c \rho \frac{d\bar{t}}{d\tau} dV + r \frac{dM}{d\tau} = \int_{(S)} z(t_c - t_n) dS, \quad (1)$$

где r — теплота десорбции влаги, которая при влажности тела выше гигроскопической (равновесной) может быть прията равной скрытой теплоте испарения влаги.

Для средних по объему значений температуры и влажности, пренебрегая усадкой материала, формулу (1) можно представить как

$$c \rho V \frac{d\bar{t}}{d\tau} + r \rho V \frac{d\bar{u}}{d\tau} = z S (t_c - t_n) \quad (2)$$

или

$$c \rho R_V \frac{d\bar{t}}{d\tau} + r \rho R_V \frac{d\bar{u}}{d\tau} = z (t_c - t_n). \quad (3)$$

Формула (3) является основным уравнением процесса сушки. Она связывает скорость сушки $d\bar{u}/d\tau$, скорость прогрева тела $d\bar{t}/d\tau$ и избыточную температуру поверхности тела $(t_c - t_n)$. Анализ уравнения (3) показывает, что если температура поверхности тела постоянна ($t_n = \text{const}$), а температура в остальных точках тела не меняется по времени ($dt/d\tau = 0$), то скорость сушки — величина постоянная. Это определяет период постоянной скорости сушки

$$\frac{d\bar{u}}{d\tau} = \frac{1}{r \rho R_V} z (t_c - t_n). \quad (4)$$

Из формулы (4) легко определить коэффициент теплообмена. Скорость сушки при этом находится непосредственно из кривой убыли веса влажного тела, т. е. по изменению средней интегральной влажности тела, поскольку влажность есть функция только времени.

Когда же температура материала, включая и температуру поверхности, начинает расти со временем, то наступает период падающей скорости сушки. Скорость сушки при этом уменьшается, и величина коэффициента теплообмена уже зависит от влажности материала. В связи с этим определение коэффициента теплообмена в период падающей скорости сушки намного труднее по сравнению с периодом постоянной скорости сушки.

Итак, в начале процесса сушки коэффициент теплообмена является величиной постоянной, а затем после некоторого момента времени начинает уменьшаться. Уменьшение коэффициента теплообмена в период падающей скорости сушки может происходить по двум причинам: 1) вследствие повышения температуры поверхности тела (при этом снижается температурный напор $\Delta t = t_c - t_n$); 2) в связи с явлением заглубления зоны испарения внутрь материала в период падающей скорости сушки. Это приводит к тому, что к термическому сопротивлению пограничного слоя над поверхностью тела добавляется термическое сопротивление слоя сухого материала, расположенного выше поверхности испарения.

Наличие явления заглубления зоны испарения в период падающей скорости подтверждается тем фактом, что при сушке капиллярнопористых тел уменьшение коэффициента теплообмена наблюдалось только с момента достижения второй критической точки. Между 1 и 2-й критическими точками коэффициент теплообмена практически постоянен, несмотря на уменьшение температурного напора.

Известно, что изменение средней по объему температуры тела и среднего интегрального влагосодержания его во времени в период падающей скорости сушки можно хорошо описать с помощью теории регулярного режима.

Так, еще в 1934 г. экспериментальным путем [3], а позже аналитическим [4] было получено основное соотношение регулярного режима для сушки. Его можно записать в виде

$$\frac{d\bar{t}(\tau)}{d\bar{u}(\tau)} = \frac{t_c - \bar{t}}{\bar{u} - u_p} = \frac{t_c - t_n}{u_o - u_p} \cdot \frac{\varphi_1}{\varphi_i} = \beta = \text{const} \quad (5)$$

или

$$\frac{d\bar{t}}{d\bar{u}} = \beta \frac{d\bar{u}}{d\tau}, \quad (6)$$

где \bar{q}_1 , \bar{q}_2 — некоторые коэффициенты [5]. Формула (6) выражает линейную зависимость между средним интегральным относительным влагосодержанием тела и средней по объему температурой его. Коэффициент β называют коэффициентом регулярного режима сушки.

Используя основное соотношение регулярного режима для сушки (6), уравнение баланса тепла (3) в период падающей скорости сушки можно записать

$$\rho c \dot{R}_V \frac{d\bar{u}}{d\tau} + r \rho R_V \frac{d\bar{t}}{d\tau} = z(t_c - t_n). \quad (7)$$

Тогда выражение для коэффициента теплообмена примет вид

$$z = \rho R_V \frac{c\beta + r}{t_c - t_n} \frac{d\bar{u}}{d\tau}, \quad (8)$$

где $(c\beta + r) = q_{np}$ — приведенная удельная теплота нагревания влажного тела с учетом теплоты испарения поглощенной влаги. По формуле (7) коэффициент теплообмена $z(\bar{u})$ можно определить из кривой скорости сушки $\frac{d\bar{u}}{d\tau} = f_1(\bar{u})$ и температурной кривой для поверхности тела $t_n = f_2(\bar{u})$.

Коэффициент теплообмена можно также определить из кривой скорости нагрева тела $\frac{d\bar{t}}{d\tau} = f_3(\bar{u})$. Тогда уравнение баланса тепла будет

$$\rho c \dot{R}_V \frac{d\bar{t}}{d\tau} + \rho R_V \frac{r}{\beta} \frac{d\bar{t}}{d\tau} = z(t_c - t_n). \quad (9)$$

Откуда

$$z = \frac{\rho R_V}{t_c - t_n} \left(c + \frac{r}{\beta} \right) \frac{d\bar{t}}{d\tau}. \quad (10)$$

где $c + \frac{r}{\beta} = \frac{q_{np}}{\beta} = c_{np}$ — приведенная удельная теплоемкость влажного тела.

Используя понятие темпа регулярного режима сушки

$$m = \frac{d\bar{t}}{(t_c - \bar{t}) d\tau} = \frac{d\bar{t}}{(\bar{u} - u_p) d\tau}, \quad (11)$$

получаем формулу для коэффициента теплообмена в процессе сушки в виде

$$z = m \frac{c_{np} \rho R_V}{\Psi F}. \quad (12)$$

Выражение для коэффициента теплообмена в процессе сушки влажного тела можно записать в безразмерном виде, используя критерий Кирпичева K_i и Кондратьева K_n

$$K_i = Bi \Psi \frac{c}{c_{np}} = Kn \frac{c}{c_{np}}. \quad (13)$$

Как известно, для чистого теплообмена (т. е. при нагреве сухого тела) имеет место зависимость

$$Ki = Bi \Psi = Kn. \quad (14)$$

С целью проверки предлагаемой расчетной формулы для коэффициента теплообмена в процессе сушки влажного тела был выполнен пример расчета.

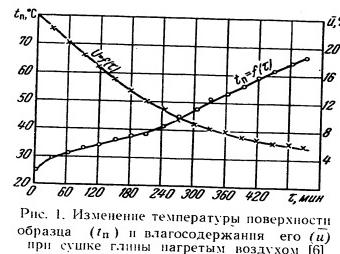


Рис. 1. Изменение температуры поверхности образца (T_n) и влагосодержания его (u) при сушке глины нагретым воздухом [6]

Для расчета были использованы результаты опытов П. Д. Чебедева по определению коэффициента теплообмена при квазиэквидистантной сушке глины нагретым воздухом [6].

Образец глины месторождения «Нижние Котлы» имел форму кирпичика размерами $135 \times 70 \times 35$ мм. Он помещался на лист асбеста для изоляции снизу. Плотность глины $\rho = 1580 \text{ кг}/\text{м}^3$, теплоемкость сухой глины $c_0 = 0.21 \text{ ккал}/\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}$. Режим сушки следующий: температура воздуха $t_c = 70^\circ\text{C}$, влажность воздуха 10%, скорость потока 1 м/сек. Кривая сушки и температурная кривая представлены на рис. 1.

Значение коэффициента $\beta = d\bar{u}/d\bar{t}$, равное 1.75°C , было взято по данным А. В. Лыкова [3] для глины белой при скорости воздуха 0 м/сек и температуре воздуха $t_c = 75^\circ\text{C}$. Сравнение результатов расчета коэффициента теплообмена при сушке по формуле (8) с опытными данными представлены на рис. 2.

Как видно из рис. 2, результаты расчета примерно на 15% отличаются от опытных данных. Следует отметить, что расчетные значения коэффициента теплообмена на всей кривой завышены, включая и период постоянной скорости сушки. Очевидно, в расчет включена систематическая погрешность, которая может быть объяснена тем, что принятое значение

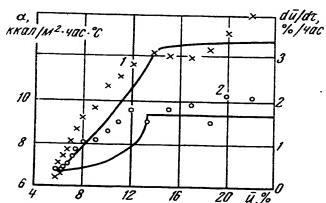


Рис. 2. Сопоставление расчета скорости сушки (1) и коэффициента теплообмена (2) при сушке с опытными данными (сплошные линии)

коэффициента β было получено в условиях опыта, несколько отличающихся от условий опыта П. Д. Лебедева.

Учитывая это обстоятельство, можно сделать вывод, что для исследования внешних задач в процессах сушки влажных тел можно применять теорию регулярного режима. Так, формула для определения коэффициента теплообмена при сушке, выведенная на основе теории регулярного режима, дает результаты, вполне пригодные для практических расчетов.

О б о з н а ч е н и я

Q — количество тепла, ккал/час; r — удельная теплота испарения влаги, ккал/кг; q_{np} — приведенная теплота нагревания влажного тела, ккал/кг; c — удельная теплоемкость, ккал/кг * °C; λ — коэффициент теплопроводности, ккал/м * час * °C; a — температуропроводность, м²/час; ρ — плотность тела, кг/м³; u — влагосодержание; t — температура, °C; t — время, час; m — масса тела, кг; V — объем тела, м³; S — площадь поверхности тела, м²; $R_v = V/S$ — гидравлический радиус тела, м; u — коэффициент теплообмена, ккал/м² * час * °C; $\Psi = \frac{t_c - t_n}{t_c - t}$ — критерий неравномерности температурного по-

ля; $Fo = \frac{a \tau}{R_v^2}$ — критерий Фурье; $Bi = \frac{\alpha R_v}{\lambda}$ — критерий Био; $Ki = \frac{m}{(t_c - t) d Fo}$ — критерий Кирпичева; $Kp = \frac{m}{a} R_v^2$ — критерий Кондратьева.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Г. М. Кондратьев. Регулярный тепловой режим. ГИТЛ, 1954.
2. Г. М. Кондратьев. Тепловые измерения. Машгиз, 1957.
3. А. В. Лыков. Теория сушки. ГЭИ, 1950.
4. А. И. Чаплина. ИФЖ, 5, № 9, 1962.
5. А. В. Лыков. Явления переноса в капиллярнопористых телах. ГИТЛ, 1954.
6. П. Д. Лебедев. Сушка инфракрасными лучами. ГЭИ, 1955.

В. П. ЖУРАВЛЕВА

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИФФУЗИИ ВЛАГИ В КАПИЛЯРНОПОРИСТЫХ ТЕЛАХ

Для исследования тепло- и влагопереноса в капиллярнопористых телах необходимо знать коэффициент диффузии влаги и термогradientный коэффициент как функции влагосодержания, температуры и пористости тела. Нами исследованы зависимости этих коэффициентов от влагосодержания, температуры и пористости тела.

Теория метода

В работах А. В. Пыкова [1, 2] установлено, что плотность потока влаги в капиллярнопористом теле определяется градиентами влагосодержания и температуры

$$j_m = -a_m Y_0 \nabla u - a_m Y_0 \delta \nabla t. \quad (1)$$

Используя закон переноса влаги (1), а также закон теплопроводности Фурье, получаем систему дифференциальных уравнений тепло- и массопереноса:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\varepsilon r}{c} \frac{\partial u}{\partial \tau}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left(a_m \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(a_m \delta \frac{\partial t}{\partial x} \right). \quad (3)$$

В период постоянной скорости сушки

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = \frac{\partial \bar{u}}{\partial \tau} = -N = \text{const}, \quad \frac{\partial t}{\partial \tau} = 0.$$

После подстановки этих условий в уравнение (2) оно принимает вид

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} = \frac{r \varepsilon Y_0}{\lambda} N = 0,$$

т. е. распределение температуры описывается законом параболы

$$t = Ax^2 + Bx + C$$

Используя граничные условия

$$\text{при } x = 0 \quad t = t_w, \quad u = u_w; \quad \text{при } x = R \quad t = t_n;$$

$$\text{при } x = x_1 \quad t = t_1; \quad \text{при } x = x_2 \quad t = t_2,$$

получаем

$$A = \frac{t_1 + (t_w - t_n) \frac{x_1 - x_2}{R}}{[(x_1^2 - x_2^2) - (x_1 - x_2) R]}, \quad B = \frac{t_n - t_w}{R} - AR, \quad C = t_w.$$

Пронтегрировав уравнение (3) по x от 0 до R и разделив на R , получим

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial \tau} = \frac{1}{R} a_m \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_0^R + \frac{1}{R} a_m \delta \frac{\partial t}{\partial x} \Big|_0^R.$$

Принимаем параболический закон распределения влажности $u = a_1 x^2 + b x + c_1$ и граничные условия

$$\text{при } x = 0 \quad a_m Y_0 \frac{\partial u}{\partial x} + a_m Y_0 \delta \frac{\partial t}{\partial x} = 0$$

или

$$\text{при } x = 0 \quad \frac{\partial u}{\partial x} = -\delta \frac{\partial t}{\partial x}. \quad (4)$$

Тогда

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 2a_1 x + b, \quad \frac{\partial t}{\partial x} = 2Ax + B,$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_{x=0}^R = \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_{x=R} - \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_{x=0} = 2a_1 R,$$

$$\left(\frac{\partial t}{\partial x} \right)_{x=0}^R = \left(\frac{\partial t}{\partial x} \right)_{x=R} - \left(\frac{\partial t}{\partial x} \right)_{x=0} = 2AR,$$

откуда

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial \tau} = 2a_m a_1 + 2a_m \delta A. \quad (5)$$

Используя граничное условие (4), получаем

$$a_1 = \frac{3\delta B(R - R_1)}{2(R^2 - R_1^2)} - \frac{3(\bar{u}_1 - \bar{u})}{R^2 - R_1^2}. \quad (5')$$

Подставив (5') в (5), получим

$$\delta = \left[\frac{\partial \bar{u}}{\partial \tau} + \frac{6a_m(\bar{u}_1 - \bar{u})}{R^2 - R_1^2} \right] \cdot \frac{1}{A^* a_m}, \quad (6)$$

где $A^* = \frac{3B}{R + R_1} + 2A$.

При изотермических условиях $A^* = 0$ и

$$a_m = -\frac{d\bar{u}}{d\tau} \cdot \frac{(R^2 - R_1^2)}{6[\bar{u}_1 - \bar{u}]}.$$
 (7)

Таким образом, из системы дифференциальных уравнений тепло- и массопереноса, принимая параболический закон распределения температуры и влажности и соответствующие граничные условия, мы получили расчетные формулы для определения коэффициента диффузии влаги a_m и термогradientного коэффициента δ непосредственно из кривых сушки. Такая же формула для расчета коэффициента диффузии влаги капиллярно-пористых тел получена В. Д. Ермоленко другим методом.

Техника и методика эксперимента

Для исследования были взяты керамические образцы пористостью 28, 18 и 10% в форме дисков.

Состав керамики следующий: глина латинская 29,5%, шамот 70%, стекло жидкое 0,5%.

Образец состоял из трех одинаковых плиток, плотно присыпанных друг к другу. Вначале образец погружался в дистиллированную воду и находился там до установления максимального влагосодержания. После этого поверхностная влага удалялась промоканием фильтровальной бумагой. Влажный образец подвешивался в сушильный шкаф с заданной температурой воздуха. Боковая поверхность образца была влаго- и теплонизолирована. После окончания эксперимента образец вынимался, помещался в бюксу и определялась влажность всего образца, а затем его среднего слоя. Влажность определялась путем взвешивания на электрических весах ВТК-500 с ценой деления 0,1 г. Температура образца замерялась с помощью термопары, помещенной в центре его. Температура в различных точках по толщине образца была равна температуре в центре его, т. е. образец находился в изотермических условиях.

Из экспериментов была установлена зависимость среднего влагосодержания всего образца \bar{u} и его средней плитки u_1 от времени сушки при разных температурах.

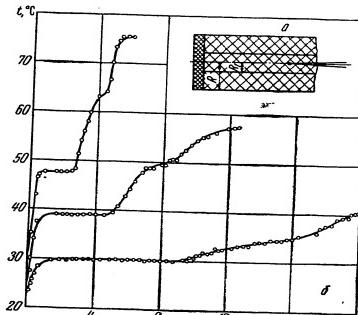


Рис. 1. Сушка в изотермических условиях:
— исследуемый образец; δ — зависимость температуры в центре образца от времени сушки при разных температурных режимах

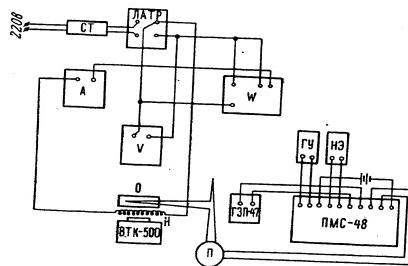


Рис. 2. Схема экспериментальной установки:
Ст — стабилизатор переменного тока; А — амперметр; В — вольтметр; У — ваттметр; О — исследуемый образец; Н — нагреватель; ВТК-500 — электрические весы; П — переключатель; ГУ — гальванометр установки тока; НЭ — нормальный элемент

На рис. 1 представлен исследуемый образец и температурные кривые сушки такого образца из керамики пористостью 28% при температурах 19,5, 30, 39,1, 47,8°C.

В этих экспериментах определялся коэффициент диффузии влаги a_m .

Температурный коэффициент δ определен из опытов с наличием температурного градиента по толщине образца. Температурный градиент создавался путем подогрева нижней поверхности образца.

На рис. 2 показана схема экспериментальной установки. Главной частью экспериментальной установки по определению температурного коэффициента капиллярнопористых тел являлся плоский электрический нагреватель из мanganиновой проволоки диаметром 0,2 мм, намотанной на изоляционный слой (слюду). Снизу нагреватель теплоизолирован асбестом. Температура подогрева поддерживалась постоянной путем регулирования напряжения питания нагревателя. Количество тепла, выделяемое нагревателем, измерялось ваттметром. Температура образца измерялась медью-контактными термопарами в четырех точках по толщине его с помощью потенциометра ПМС-48. В качестве измерителя использовался зеркальный гальванометр ГЗП-47.

Образец состоял из двух дисков, хорошо притертых друг к другу. Нижняя и боковая поверхности образца были благополучно изолированы несколькими слоями клея БФ-2. Боковая поверхность образца была, кроме того, теплоизолирована. Таким образом, испарение влаги происходило только с верхней поверхности образца. Отношение диаметра образца к его толщине больше семи, поэтому поля температуры и влагосодержания его можно считать одномерными. Размеры образца выбирались таким образом, чтобы $x_1 + x_2 = R$, иначе знаменатель A обратится в 0. Исследуемый образец находился вместе с нагревателем на весах ВТК-500 в течение всего опыта. Это дало возможность регистрировать с помощью непрерывного взвешивания убыль влаги всего образца через любые небольшие

промежутки времени (5—10 мин). Таким образом была получена кривая зависимости среднего влагосодержания всего образца \bar{u} , а также влагосодержания нижнего диска образца u_1 от времени сушки.

На рис. 3 показан исследуемый образец и температурные кривые образца из керамики пористостью 10% для режима сушки со средненеинтегральной температурой $t=43,5^\circ\text{C}$.

Опыты проводились при разных температурах. Температура подогрева выбиралась такой, чтобы средненеинтегральная температура образца была $\approx 60^\circ\text{C}$. При более высокой температуре происходило интенсивное испарение влаги из образца и период постоянной скорости трудно было уловить.

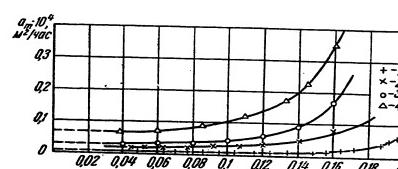
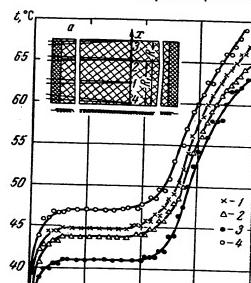
Из этого рисунка видно, что в период постоянной скорости сушки температурное поле образца стационарное.

Обсуждение результатов

Значения коэффициента диффузии влаги a_m и температурного коэффициента δ определялись по формулам (7) и (6). Приведем пример вычисления по формуле (7) коэффициента диффузии влаги для образца керамики пористостью 28% при температуре сушки центра образца $t=30^\circ\text{C}$ и средней интегральной влажности образца $\bar{u}=0,10$:

$$a_m = 0,0153 \frac{0,0533025 \cdot 10^{-4}}{6 \cdot 0,0453} \approx \\ \approx 0,03 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{час} = 0,833 \cdot 10^{-9} \text{ м}^2/\text{сек.}$$

Аналогично были вычислены коэффициенты диффузии влаги для других пористостей и режимов. По результатам вычислений были построены зависимости коэффициента диффу-



зии влаги от влажности при разных температурах. Эти зависимости для образца 28%-ной пористости представлены на рис. 4, а для пористостей 18 и 10% — в табл. I. Кривые, ха-

Таблица I
Зависимость отношения a_0/a_m от влажности образца

\bar{u}	$(a_0/a_m)_{t_1}$	$(a_0/a_m)_{t_2}$	$(a_0/a_m)_{t_3}$	$(a_0/a_m)_{t_4}$
<i>Керамика 18%-ной пористости</i>				
при $t_1 = 19,5^\circ\text{C}$, $t_2 = 31,5$, $t_3 = 39$, $t_4 = 48,8^\circ\text{C}$				
0,14	0,400	0,301	0,210	0,194
0,13	0,434	0,350	0,290	0,284
0,12	0,555	0,351	0,380	0,351
0,11	0,625	0,538	0,463	0,426
0,10	0,714	0,596	0,550	0,503
0,09	0,769	0,666	0,633	0,580
0,08	0,833	0,756	0,690	0,637
0,07	0,909	0,848	0,791	0,713
0,06	1,000	0,903	0,844	0,782
0,05	1,000	0,933	0,590	0,837
0,04	1,000	1,000	1,000	0,867
<i>Керамика 10%-ной пористости</i>				
при $t_1 = 19,5^\circ\text{C}$, $t_2 = 30$, $t_3 = 38,5$, $t_4 = 48,5^\circ\text{C}$				
0,11	0,495	0,441	0,384	0,370
0,10	0,569	0,485	0,450	0,415
0,09	0,636	0,580	0,514	0,465
0,08	0,696	0,653	0,568	0,549
0,07	0,780	0,720	0,642	0,610
0,06	0,821	0,763	0,724	0,676
0,05	0,876	0,829	0,770	0,740
0,04	0,917	0,888	0,833	0,796

рактеризующие эти зависимости, были продолжены до пересечения с осью ординат. Таким образом, был определен коэффициент диффузии абсолютно сухого материала a_0 различной пористости и при разных температурах.

Методом выравнивания опытных данных получена следующая эмпирическая формула:

$$\frac{a_0}{a_m} = c_n - a_n \bar{u}. \quad (8)$$

Тогда для различных пористостей и температур мы получим ряд прямых $\frac{a_0}{a_m} (\bar{u})$, причем для каждой пористости эти прямые будут параллельны между собой. Графически было уста-

новлено, что значения c_n зависят от пористости и температуры, а значения a_n — только от пористости. Поэтому можно записать

$$\frac{a_0}{a_m} = c_n(\Pi, T) - a_n(\Pi) \bar{u}. \quad (9)$$

Зависимость коэффициента c_n от температуры при каждой пористости выражается степенным законом

$$c_n(\Pi, T) = c_0(\Pi) T^q.$$

Значение q определяется как тангенс угла наклона прямой $\lg c_n = \lg c_0 + q \lg T$ к оси абсцисс ($\lg T$), а $\lg c_0$ равен отрезку, отсекаемому этой прямой на оси ординат.

Зависимость коэффициента c_n от пористости для каждой температуры также хорошо описывается степенной функцией

$$c_0(\Pi) = c_{00} \Pi^v.$$

Аналогично предыдущему определяются значения v и c_{00} из графиков этой зависимости в логарифмических координатах.

Зависимость от пористости величины a_n , полученной графическим способом по данным проведенного эксперимента, хорошо изображается степенной функцией

$$a_n = a_{n0} \Pi^m.$$

Из графика этой зависимости, имеющей вид прямой в логарифмических координатах, определены значения m и a_{n0} .

Учитывая ранее сказанное, формулу (9) можно переписать в виде

$$\frac{a_0}{a_m} = 1063 \Pi^{0.29} T^{-1.31} - 3,5 \Pi^{0.26} \bar{u}. \quad (10)$$

Формулой (10) установлена зависимость коэффициента диффузии влаги от влагосодержания, температуры и пористости тела. Эта формула по сравнению с формулой Минновича [2]

$$a_m = \left(0,2 + \frac{1,4}{373 - T} + \frac{0,3}{13 - 0,00246 T - u} \right) \left(\frac{T}{290} \right)^{14} V_0^{-1}$$

проще и может быть использована в инженерных расчетах технологических режимов и оборудования сушильных процессов. Так как данная формула эмпирическая и показатели степеней у пористости обоих слагаемых почти одинаковые, то можно вынести за скобки $\Pi^{0.27}$. Тогда формула (10) примет вид

$$\frac{a_0}{a_m} = (1063 T^{-1.31} - 3,5 \bar{u}) \Pi^{0.27}. \quad (10')$$

При $\Pi = \text{const}$

$$\frac{a_0}{a_m} = A_1 T^{-n} + B_1 \bar{u}. \quad (10')$$

Используя формулу (10'), уравнение массопереноса записем в виде

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{a_0}{A_1 T^{-n} + B_1 \bar{u}} \frac{\partial u}{\partial x} \right]. \quad (11)$$

Решение этого уравнения будет более точно представлять поле влагосодержаний, чем решение при постоянном коэффициенте диффузии.

Перенос вещества в капиллярнопористых телах можно описать логарифмической функцией, так же как и закон термодиффузии и закон переноса тепла. Закон теплопроводности, закон термодиффузии, уравнение массопереноса можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} q &= -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = -\frac{\lambda_0}{T} \frac{\partial T}{\partial x} = -\lambda_0 \frac{\partial \ln T}{\partial x}, \\ D \frac{\partial T}{\partial x} &= D \frac{z_m}{T} \frac{\partial T}{\partial x} = D z_m \frac{\partial \ln T}{\partial x}, \\ \frac{\partial u}{\partial \tau} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{a_0}{B_1} \frac{\partial \ln (A_1 T^{-n} + B_1 \bar{u})}{\partial x} \right). \end{aligned}$$

Зависимость коэффициента диффузии влаги от влажности при разных температурах для динатомовой крошки, по данным Дубинского [2], хорошо согласуется с нашей формулой (10), которая в этом случае имеет вид

$$\frac{a_0}{a_m} = 3820 T^{-1.35} - 2.35 \bar{u}. \quad (12)$$

По формуле (10) были обработаны зависимости коэффициента диффузии влаги от влажности для кварцевого песка, динатомовых обожженных плит, асбосцементных плит, автоклавного бетона [2]. Во всех случаях получаются прямые линии, описываемые уравнением (8). Из графиков $\frac{a_0}{a_m}(\bar{u})$ были определены значения a_0 и c_n . Переменные \bar{u} , T , от которых зависит коэффициент диффузии влаги, разделяются. Таким же образом была обработана зависимость коэффициента влагопроводности керамической массы, находящейся в гиг-

роскопическом состоянии, от влажности при различных постоянных температурах 40, 55, 65 °C. В этом случае формула принимает вид

$$\frac{K_0}{K} = 1.212 T^{-1.35} - 0.151 \bar{u}. \quad (13)$$

Сравнивая формулы (12) и (13) с (10), можно сделать следующий вывод относительно зависимости коэффициента диффузии влаги капиллярнопористых влажных тел от влажности и температуры: во-первых, разделяются переменные \bar{u} , T , от которых зависит коэффициент диффузии влаги; во-вторых, температура входит в первое слагаемое почти в одной и той же степени $T^{-1.3}$.

Вычисление термоградиентного коэффициента δ по формуле (6) покажем на примере для образца из керамики 10%-ной пористости при среднеинтегральной температуре сушки $t = 36.1^\circ\text{C}$ и при среднеинтегральной влажности образца $\bar{u} = 0.10$. Значения a_m при данной температуре и при данной влажности определялись графически из зависимости значений коэффициентов диффузии влаги от температуры при постоянной влажности:

$$\begin{aligned} \delta &= \frac{1}{0.1 \cdot 10^{-4} \cdot 90290} \left[\frac{6 \cdot 0.1 \cdot 10^{-4} \cdot 0.0125}{0.0001674} + 0.01745 \right] \approx \\ &\approx 0.243 \cdot 10^{-1}. \end{aligned}$$

Аналогично были вычислены термоградиентные коэффициенты для всех пористостей и режимов сушки. Построены зависимости термоградиентного коэффициента δ от влажности для различных пористостей и температур. На рис. 5 приведена зависимость $\delta(u)$ керамики пористостью 10, 18 % при разных температурах. Продолжив на графике линии до пересечения с осью координат, найдем термоградиентный коэффициент абсолютно сухого тела δ_0 и максимальное влагосодержание a_0 . Из рисунка видно, что зависимость термоградиентного коэффициента δ от влажности \bar{u} является прямолинейной функцией:

$$\delta = \delta_0 - A' \bar{u}.$$

Так как $0 = \delta_0 - A' u_0$, то уравнение прямой будет

$$\delta = \delta_0 - \frac{\delta_0}{u_0} \bar{u} = \delta_0 \left(1 - \frac{\bar{u}}{u_0} \right)$$

ИЛИ

$$\frac{\delta}{\delta_0} = 1 - \frac{\bar{u}}{u_0}, \quad (14)$$

Графически установлено, что зависимость максимального влагосодержания тела от температуры имеет вид параллельных прямых для всех пористостей

$$u_0 = u_{00}(\Pi) + 0,0012T.$$

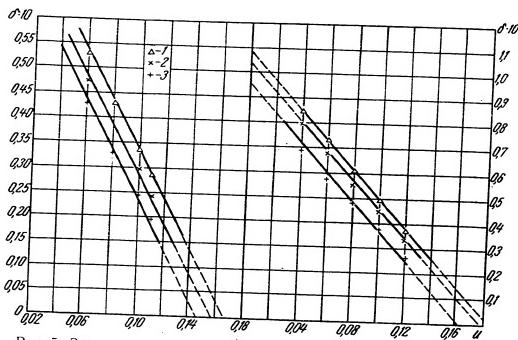


Рис. 5. Зависимость термоградиентного коэффициента от влажности при постоянных температурах в период постоянной скорости сушки. Левая часть — для пористости 10% (1 — 51,9°C, 2 — 44,1, 3 — 36,1); правая — для 18% (1 — 53,8°C, 2 — 47,5, 3 — 36,4)

Из опытных данных выявлено, что

$$u_{00}(\Pi) = 0,00168\Pi - 0,24.$$

Подставив это выражение $u_{00}(\Pi)$ в предыдущую формулу для u_0 , получим

$$u_0 = 0,00168\Pi - 0,24 + 0,0012T.$$

Тогда формулу (14) можно переписать следующим образом:

$$\frac{\delta}{\delta_0} = 1 - \frac{\bar{u}}{-0,24 + 0,0012T + 0,00168\Pi} \text{ или}$$

70

$$\frac{\Delta\delta}{\delta_0} = \frac{u}{-0,24 - 0,0012T - 0,00168\Pi}, \quad (15)$$

где $\Delta\delta = \delta_0 - \delta$.

Формула (15) выражает зависимость термоградиентного коэффициента от влажности, температуры и пористости тела. По данной формуле можно определить величину термоградиентного коэффициента в период постоянной скорости сушки при заданных влажности, температуре и пористости тела. В этом периоде влагосодержание изменялось от 0,16 до 0,04.

Теплофизические характеристики

Выведем формулу, по которой можно было бы определить коэффициент теплопроводности влажного капиллярнопористого тела, пользуясь данными проведенного эксперимента. Как известно, удельный тепловой поток равен количеству тепла в единицу времени через единицу поверхности q .

Согласно закону теплопроводности Фурье, $q = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x}$.

Так как мы приняли параболический закон $t = Ax^2 + Bx + C$ распределения температуры по толщине образца, то $\frac{\partial t}{\partial x} = 2Ax + B$, при $x = 0 \frac{\partial t}{\partial x} = B$.

Следовательно, $q_{x=0} = -\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial x} \right)_{x=0} = -\lambda B$.

Отсюда

$$\lambda = \frac{q_{x=0}}{-B} = \frac{Q}{sB}. \quad (16)$$

Так как не все тепло, выделяемое нагревателем, проходит через образец, а часть его (ΔQ) рассеивается в пространство, то выражение для коэффициента теплопроводности можно записать в виде

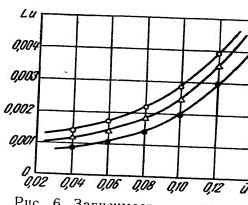
$$\lambda = \frac{Q - \Delta Q}{sB}. \quad (17)$$

Рис. 6. Зависимость критерия Lu от влажности

Экспериментально установлено, что в условиях наших опытов потери тепла составляли 15,5%. По формуле (17) был определен коэффициент теплопроводности влажной керамики различной пористости и при разных температурах. По формуле

$$a = \frac{\lambda}{c_{V_0}},$$

71



где теплоемкость влажного тела вычислялась в зависимости от влажности $c = c_0 + u \cdot 1$, был определен коэффициент температуропроводности влажной керамики различной пористости и при разных температурах. Методом интерполяции были найдены значения a_m , соответствующие температуре и влажности, при которых определялись a . Затем по формуле $Lu = \frac{a_m}{a}$ был вычислен критерий Лыкова. Результаты вычислений для керамики 18%-ной пористости ($\gamma_b = 1770 \text{ кг/м}^3$) представлены на рис. 6, а для керамики 10, 28%-ной пористости — в табл. 2.

Таблица 2
Зависимость коэффициентов теплопроводности, температуропроводности и критерия Lu от влажности образца

u	$t_1, \text{град}$	$t_2, \text{град}$	$R_1, \text{м}^2/\text{сек}$	$t_1, \text{град}$	$t_2, \text{град}$	$R_2, \text{м}^2/\text{сек}$	$t_1, \text{град}$	$t_2, \text{град}$	$R_3, \text{м}^2/\text{сек}$	$Lu, \text{м}^2$
<i>Керамика 10%-ной пористости ($\gamma_b = 1846 \text{ кг/м}^3$)</i>										
при $t_1 = 36,1^\circ\text{C}$, $t_2 = 43,5^\circ\text{C}$, $t_a = 51,9^\circ\text{C}$										
0,11	1,802	0,289	0,418	2,828	0,453	0,432	3,720		0,597	0,516
0,10	1,802	0,299	0,334	2,828	0,470	0,368	3,720		0,618	0,430
0,08	1,802	0,322	0,229	2,828	0,506	0,272	3,720		0,666	0,348
0,06	1,802	0,349	0,163	2,828	0,548	0,193	3,720		0,721	0,259
0,04	1,802	0,381	0,134	2,828	0,598	0,140	3,720		0,787	0,183
<i>Керамика 28%-ной пористости ($\gamma_b = 1684 \text{ кг/м}^3$)</i>										
при $t_1 = 35,6^\circ\text{C}$, $t_2 = 46,2^\circ\text{C}$, $t_a = 52,4^\circ\text{C}$										
0,16	2,127	0,319	0,432	3,990	0,599	0,539	4,607		0,692	0,585
0,14	2,127	0,339	0,229	3,990	0,636	0,298	4,607		0,735	0,352
0,12	2,127	0,362	0,143	3,990	0,679	0,203	4,607		0,784	0,235
0,10	2,127	0,387	0,097	3,990	0,727	0,151	4,607		0,840	0,182
0,08	2,127	0,417	0,076	3,990	0,783	0,112	4,607		0,904	0,137
0,06	2,127	0,452	0,057	3,990	0,849	0,084	4,607		0,980	0,05

О б о з н а ч е н и я .

a_m — коэффициент диффузии влаги, $\text{м}^2/\text{час}$; δ — термогравиентный коэффициент, $1/\text{град}$; γ_b — объемный вес абсолютно сухой керамики, кг/м^3 ; a — коэффициент температуропроводности, $\text{м}^2/\text{час}$; ε — коэффициент фазового перехода; r — удельная теплота испарения воды, $\text{вт}\cdot\text{час}/\text{кг}$; t — время, час; t — температура, $^\circ\text{C}$; x — расстояние от начала координат; R — толщина образца, м; R_1 — толщина нижнего диска образца, м; a_0 — коэффициент диффузии абсолютно сухого материала, $\text{м}^2/\text{час}$; u_0 — максимальноелагосодержание керамики; δ_0 —

коэффициент термодиффузии абсолютно сухого материала, $1/\text{град}^2$; λ — коэффициент теплопроводности, $\text{вт}/\text{м}\cdot\text{град}$; q — удельный тепловой поток, $\text{вт}/\text{м}^2$; s — площадь поверхности образца, лежащего на нагревателе, м^2 ; Q — мощность, потребляемая нагревателем, ватт ; c — теплоемкость влажного материала, $\text{вт}\cdot\text{час}/\text{кг}\cdot^\circ\text{C}$; $Lu = a_m a$ — критерий Лыкова.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. А. В. Лыков. Явления переноса в капиллярнопористых телах. Госиздат, М., 1954.
2. А. В. Лыков. Теоретические основы строительной теплофизики. Изд. АН БССР, Минск, 1961.
3. В. Д. Ермоленко. ИФЖ, 5, № 10, 1962.
4. М. Гирш. Техника сушки. ОНТИ, Л.—М., 1937.

Г. Т. СЕРГЕЕВ

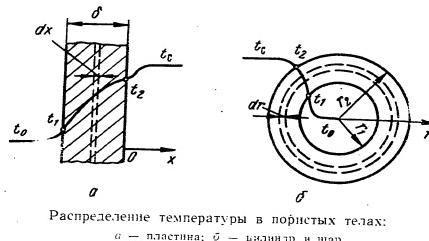
**РАСЧЕТ ТЕМПЕРАТУРЫ ПОРИСТОЙ СТЕНКИ
ПРИ ФИЛЬТРАЦИИ ЖИДКОСТИ (ГАЗА)**

В инженерной практике часто возникает необходимость охлаждения внешних защитных стенок различных промышленных аппаратов и установок. В таких конструкциях, как выт. п., все чаще применяются пористые материалы, охлаждающие за счет нагнетания в сторону высоких температур жидкости или газа через поры тела. Если через поры просачивается жидкость, испаряющаяся на поверхности тела, то эффект охлаждения, называемого при этом испарительным, увеличивается за счет затраты тепла на парообразование. Поэтому наиболее часто защита стенки от перегрева происходит из-за испарительного охлаждения.

В технической литературе вопрос аналитического расчета процесса пористого охлаждения освещен недостаточно. В имеющихся работах рассматриваются лишь задачи для пластины и цилиндра [1—6] только при граничных условиях первого рода.

Нами задача решается для трех различных тел — неограниченной пластины, тонкостенных цилиндрической трубы и полого шара. Предполагается, что в двух последних телах охлаждающая компонента равномерно подается по направлению от оси цилиндра и центра шара к стенке. При этом принимается механизм взаимодействия скелета твердого тела и жидкости, предложенный в работе [1]. Реальная капиллярная структура тела заменяется эквивалентной системой, состоящей из одинаковых и параллельных цилиндрических каналов, через которые проходит охлаждающая жидкость или газ. Температуры скелета тела и охлаждающей жидкости (газа) принимаются одинаковыми в любой точке. Такое предположение, согласно [7], справедливо для малых значений весового расхода охлаждающей жидкости (газа) j_m ($\text{кг}/\text{м}^2 \cdot \text{час}$). Однако, как показано экспериментальными исследованиями П. Н. Романенко и Ю. П. Семенова [9], температуры жидкости и скелета тела равны и при больших значениях j_m . Пред-

полагается, что теплопередача внутри образца происходит за счет теплопроводности скелета тела и охлаждающей жидкости. Коэффициенты $\lambda_{\text{ск}}$, $\lambda_{\text{ж}}$ и $c_{\text{ж}}$, а также плотность P образца принимаются постоянными. Объемная пористость P образца принимается равной поверхностной, следовательно, в единичной площади тела, нормальной к потоку, площадь для потока охлаждающей жидкости внутри образца



Распределение температуры в пористых телах:
a — пластина; δ — цилиндр и шар

равна пористости тела, т. е. $F_{\text{ж}} = P$, а площадь твердого скелета $F_{\text{ск}} = 1 - F_{\text{ж}} = 1 - P$. Скорость движения жидкости в пористом теле возрастает в P раз, а весовой расход определяется отношением $j_m P$.

Составляем дифференциальное уравнение, описывающее рассматриваемый процесс. Если через сечение $\gamma_i = r$ (см. рисунок) передается тепловой поток

$$q_{\eta} = -\lambda_{\text{эфф}} F \frac{dt}{d\gamma_i}, \quad (1)$$

где $\lambda_{\text{эфф}}$ — эффективный коэффициент теплопроводности твердой и жидкой фаз, заполняющих объем тела, $\lambda_{\text{эфф}} = \lambda_{\text{ск}}(1-P) + \lambda_{\text{ж}}P$; F — площадь поверхности тела, участвующая в теплопроводности ($F \approx F_{\text{ск}}$), то для сечения $\gamma_i + d\gamma_i$ имеем

$$q_{\eta+d\gamma_i} = q_{\eta} + \frac{dq_{\eta}}{d\gamma_i} d\gamma_i. \quad (2)$$

Количество тепла $dq = q_{\eta} - q_{\eta+d\gamma_i}$, накапливаемое элементарным объемом тела за счет теплопроводности, составит

$$dq_{\eta} = \lambda_{\text{эфф}} \frac{dt}{dx^2} dx,$$

$$dq_u = \lambda_{\text{ш}} 2\pi \left(\frac{d^2 t}{dr^2} r + \frac{dt}{dr} \right) dr, \quad (3)$$

$$dq_w = \lambda_{\text{ш}} 4\pi \left(\frac{d^2 t}{dr^2} r^2 + \frac{dt}{dr} 2r \right) dr.$$

Но dq можно выразить и через изменение теплосодержания охлаждающей жидкости (газа). Так как для пластины, тонкостенного цилиндра и шара j_m по толщине стенки этих тел можно принять постоянной, то

$$dq_u = \frac{j_m}{P} F_{\text{ш}} c_{\text{ш}} dt = j_m c_{\text{ш}} dt, \quad (4)$$

$$dq_u = 2\pi j_m c_{\text{ш}} \left(t + r \frac{dt}{dr} \right) dr,$$

$$dq_w = 4\pi j_m c_{\text{ш}} \left(2rt + r^2 \frac{dt}{dr} \right) dr.$$

Приравнивая друг к другу правые части зависимостей (3) и (4), после несложных преобразований получим следующее дифференциальное уравнение для температуры пористого тела:

$$\frac{d^2 t}{dr^2} + \frac{1}{r} \left(\Gamma - \xi_{\omega} \gamma \right) \frac{dt}{dr} - \frac{\Gamma}{r} \xi_{\omega} t = 0. \quad (5)$$

В уравнении (5), полученным для случая одномерного температурного поля и симметричного стационарного теплопереноса, члены с множителем $\xi_{\omega} = \frac{j_m c_{\text{ш}}}{\lambda_{\text{ш}}}$ характеризуют изменение теплосодержания жидкости, два других слагаемых определяют теплопроводность пористого тела.

При испарительном пористом охлаждении граничные условия можно представить в виде:

$$t = t_1 \text{ при } \gamma_i = x = -\delta \text{ (пластина);} \quad (6)$$

$$t = t_1 \text{ при } \gamma_i = r = r_1 \text{ (цилиндр и шар);} \quad (7)$$

$$\Delta t = \lambda_{\text{ш}} \frac{dt}{dr} + \rho j_m \text{ при } \gamma_i = x = -\delta; \gamma_i = r = r_2, \quad (7)$$

где $\Delta t = t_c - t_2$.

Согласно (7), тепло, подводимое к горячей поверхности стенки, расходуется на нагрев тела за счет теплопроводности и на испарение жидкости. Если $\lambda_{\text{ш}} < \lambda_{\text{ш}}$, что имеет

место в основном, когда через пористую стенку продувается газ, то его теплопроводностью можно пренебречь. Тогда $\lambda_{\text{ш}} = \lambda_{\text{ш}}(1 - P)$. Кроме того, составляющая $\rho j_m = 0$.

Заметим, что $t = C^* \exp \xi_{\omega} r$, где C^* — постоянная интегрирования, является частным решением уравнения (5) для случая $\Gamma = 1$ и $\Gamma = 2$. Решение дифференциального уравнения (5) при граничных условиях (6) и (7) для пластины, цилиндра и шара получаем соответственно в виде:

$$t = \frac{\exp(\xi_{\omega} x) - \exp(-\xi_{\omega} \delta)}{\xi_{\omega} j_m} (\Delta t - \rho j_m), \quad -\delta \leq x \leq 0; \quad (8)$$

$$t = t_1 \left(1 - \frac{1}{\xi_{\omega}} \int_r^{r_1} \xi_{\omega} I \exp \xi_{\omega} r_3 \right) \exp \xi_{\omega} (r - r_1) + \frac{1}{\lambda_{\text{ш}} \xi_{\omega}} (\Delta t - \rho j_m) I \exp \xi_{\omega} r, \quad r_1 \leq r \leq r_2; \quad (9)$$

$$t = t_1 \left(1 - \frac{1}{\xi_{\omega} \xi_{\omega}^*} \xi_{\omega} J^* \exp \xi_{\omega} r_2 \right) \exp \xi_{\omega} (r - r_1) + \frac{1}{\lambda_{\text{ш}} \xi_{\omega}^*} (\Delta t - \rho j_m) I^* \exp \xi_{\omega} r, \quad r_1 \leq r \leq r_2, \quad (10)$$

где

$$I = \xi_{\omega} I_1 \exp \xi_{\omega} r_2 + K_2; \quad I^* = \xi_{\omega} I_1^* \exp \xi_{\omega} r_2 + K_2^*;$$

$$I = \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r \exp \xi_{\omega} r} = E_i(-\xi_{\omega} r) - E_i(-\xi_{\omega} r_1);$$

$$I^* = \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2 \exp \xi_{\omega} r} = \frac{K_1}{\exp \xi_{\omega} r_1} - \frac{K}{\exp \xi_{\omega} r} - \xi_{\omega} [E_i(-\xi_{\omega} r) - E_i(-\xi_{\omega} r_1)];$$

$$I_1 = \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r \exp \xi_{\omega} r}, \quad I_1^* = \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2 \exp \xi_{\omega} r},$$

$E_i(\gamma)$ — интегрально-показательная функция, протабулированная в [8].

В ряде практических случаев необходимо аналитически рассчитать температуру стенки со стороны холодной поверхности тела t_1 . С этой целью составляем тепловой баланс для областей $-\infty < x < -\delta$ (пластина) и $0 \leq r \leq r_1$ (цилиндр и шар).

Количество тепла dq , накапливаемое элементарным объемом тела за счет проводимости, идет на изменение теплосодержания жидкости dQ , причем dq определяется по соотношениям, подобным (1)–(3). Для сечений η_i и $\eta_i + d\eta$ имеем:

$$Q_u = 2\pi r c_{ik} t_{ik} \left(j_m^* \frac{r_1}{r} \right), \quad (11)$$

$$Q_w = 4\pi r^2 c_{ik} t_{ik} \left(j_m^* \frac{r_1^2}{r^2} \right),$$

$$Q_{i+di} = Q_i - \frac{dQ_i}{d\eta_i} d\eta_i. \quad (12)$$

Параметр j_m^* ($\text{кг}/\text{м}^2\cdot\text{час}$) определяет поток жидкости (газа) в сечении при $r = r_1$.

Так как $dQ = Q_{i+di} - Q_i$, то

$$dQ_u = j_m^* c_{ik} dt_{ik},$$

$$dQ_u = 2\pi (j_m r_1) c_{ik} \frac{dt_{ik}}{dr} dr, \quad (13)$$

$$dQ_w = 4\pi (j_m r_1^2) c_{ik} \frac{dt_{ik}}{dr} dr.$$

Приравнивая выражения для dq и dQ , получим дифференциальное уравнение, которому должна удовлетворять температура набегающего потока жидкости (газа):

$$\eta_i \frac{d^2 t_{ik}}{d\eta_i^2} + (\Gamma \eta_i \Gamma' - \xi) \frac{dt_{ik}}{d\eta_i} = 0, \quad (14)$$

где $\xi = J c_{ik} / \lambda_{ik}$.

Значения J для пластины $J = J_u = j_m$, цилиндра $J = J_u = j_m r_1$ ($\text{кг}/\text{м}\cdot\text{час}$) и шара $J = J_w = j_m r_1^2$ ($\text{кг}/\text{час}$) характеризуют соответственно плотность потока вещества на единицу площади, единицу длины и общий весовой расход компоненты.

Границные условия для (14) можно представить в виде:

$$t_{ik} = t_0 \text{ при } x = -\infty \text{ (пластина)}, \quad (15)$$

$$t_{ik} = t_0 \text{ при } r = 0 \text{ (цилиндр и шар)}, \quad (15)$$

$$\lambda_{ik} \frac{dt_{ik}}{d\eta_i} = \lambda_{ik} \frac{dt}{d\eta_i} \text{ при } \eta_i = x = -\delta, \eta_i = r = r_1. \quad (16)$$

Последнее условие предполагает равенство тепловых потоков на границе раздела фаз, т. е. на границе соприкосновения жидкости (газа) и свободной поверхности тела.

Решение (14) при граничных условиях (15) и (16) для пластины, цилиндра и шара имеет соответственно вид:

$$t_{ik} = \frac{\alpha \Delta t - \varphi j_m}{\lambda_{ik} \xi_u} \exp [\xi_u (x + \delta) - \xi_w \delta] + t_0, \quad (17)$$

$$t_{ik} = \frac{(r/r_1)^{\xi_u}}{A} [\lambda_{ik} \xi_w f_1(r_1 \zeta - \exp \xi_w \Delta r) + \alpha \Delta t - \varphi j_m] + t_0, \quad (18)$$

$$t_{ik} = \frac{\exp(-\xi_w r)}{A^*} [\lambda_{ik} \xi_w f_1(r_1^2 \zeta^2 - \exp \xi_w \Delta r) + \alpha \Delta t - \varphi j_m] + t_0, \quad (19)$$

где

$$\xi_u = J u c_{ik} / \lambda_{ik}; \quad \xi_w = J w c_{ik} / \lambda_{ik}; \quad \xi_m = J_m c_{ik} / \lambda_{ik};$$

$$A = \lambda_{ik} \xi_u; \quad A^* = \lambda_{ik} \xi_u^{-1} \exp(-\xi_u r_1).$$

Учитывая, что $t_{ik}|_{x=-\delta} = t_1$ (пластина), а $t_{ik}|_{r=0} = t_1$ (цилиндр и шар), из (17)–(19) получим температуру t_1 для трех исследуемых тел:

$$t_1 = \frac{\exp(-\xi_w \delta)}{\xi_u \lambda_{ik}} (\alpha \Delta t - \varphi j_m) + t_0, \quad (20)$$

$$t_1 = \frac{\xi_u \xi_w t_0 + \alpha \Delta t - \varphi j_m}{\lambda_{ik} \xi_w \exp(\xi_w \Delta r)}, \quad (21)$$

$$t_1 = \frac{\xi_w^2 \lambda_{ik} \xi_w t_0 + \alpha \Delta t - \varphi j_m}{\lambda_{ik} \xi_w \exp(\xi_w \Delta r)}. \quad (22)$$

Таким образом, значения t_1 , входящие в (8)–(10), можно определить из соотношений (20)–(22).

Если известны температуры на горячей и холодной поверхности стенки, то решение уравнения (5) при граничных условиях первого рода

$$t = t_1 \text{ при } \eta_i \equiv x = -\delta, \quad t = t_2 \text{ при } x = 0, \quad (23)$$

$$t = t_1 \text{ при } \eta_i \equiv r = r_1, \quad t = t_2 \text{ при } r = r_2 \quad (24)$$

имеет вид:

$$t = t_2 - \frac{(t_2 - t_1)(1 - \exp \xi_w x)}{1 - \exp(-\xi_w \delta)}, \quad (25)$$

$$t = t_1 \left(1 - \frac{J}{J_1} \right) \exp \xi_w (r - r_1) + t_2 \frac{J}{J_1} \exp \xi_w (r - r_2), \quad (26)$$

$$t = t_1 \left(1 - \frac{J^*}{J_1} \right) \exp \xi_w (r - r_1) + t_2 \frac{J^*}{J_1} \exp \xi_w (r - r_2). \quad (27)$$

Из решения задачи (14) — (16) с учетом зависимостей (25) — (27) получим следующие выражения для температуры жидкости (газа):

$$t_{\text{ж}} = \frac{t_2 - t_1}{\exp \xi_w \delta - 1} \exp \xi_w (\delta + x) + t_0, \quad (28)$$

$$\begin{aligned} t_{\text{ж}} = & t_1 \left(\frac{r}{r_1} \right)^{\xi_w} [1 - \exp (-\xi_w r_1)] + \\ & + t_2 \left(\frac{r}{r_1} \right)^{\xi_w} \exp (-\xi_w r_2) + t_0, \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} t_{\text{ж}} = & t_1 \exp \xi_w \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r} \right) [1 - \exp (-\xi_w r_1)] + \\ & + t_2 \exp \left[\xi_w \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r} \right) - \xi_w r_2 \right] + t_0, \end{aligned} \quad (30)$$

где $\delta = 1/\xi_w r_1 J_1$, $\xi_w = 1/\xi_w r_2 J_1^*$. Для пластины решение уравнений (5) и (14) соответственно с граничными условиями (15), со стороны холодной поверхности стенки $t_{\text{ж}} = t_1$, из (28) — (30) соответственно для пластины, цилиндра и шара, найдем:

$$t_1 = (t_2 - t_0) \exp (-\xi_w \delta) + t_0, \quad (31)$$

$$t_1 = t_2 \exp (-\xi_w \Delta r) + t_0 \xi_w r_1 J_1 \exp \xi_w r_1, \quad (32)$$

$$t_1 = t_2 \exp (-\xi_w \Delta r) + t_0 \xi_w J_1^* r_1^2 \exp \xi_w r_1. \quad (33)$$

Определим тепловой поток со стороны горячей поверхности охлаждаемого тела. Поскольку при $\eta \equiv x = 0$ (пластина) и $\eta \equiv r = r_2$ (цилиндр и шар) $q = -\lambda_{\text{ш}} \frac{dt}{d\eta}$, то

$$q_1 = \lambda_{\text{ш}} \xi_w \frac{t_1 - t_2}{1 - \exp (-\xi_w \delta)}, \quad (34)$$

$$q_1 = \frac{\lambda_{\text{ш}}}{r_2 J_1} [t_1 \exp (-\xi_w r_1) - t_2 \exp (-\xi_w r_2)] - \lambda_{\text{ш}} \xi_w t_2, \quad (35)$$

$$q_w = \frac{\lambda_{\text{ш}}}{r_2^2 J_1^*} [t_1 \exp (-\xi_w r_1) - t_2 \exp (-\xi_w r_2)] - \lambda_{\text{ш}} \xi_w t_2. \quad (36)$$

Из анализа решений (8) — (10) и (20) — (22) следует, что для больших значений теплоемкости жидкости ($c_{\text{ж}} \rightarrow \infty$) тем-

пература пластины, тонкостенных цилиндра и шара приближается к температуре охлаждающей жидкости (газа) t_0 . Температура стенки также стремится к t_0 , если $j_m \rightarrow \infty$, при этом, как следует из граничного условия (7) и решений для t и t_1 , на горячей поверхности тела температура изменяется скачкообразно. При $\lambda_{\text{ш}} \rightarrow \infty$ для температуры стенки тела (пластины, цилиндра и шара) имеем соответственно: $t = t_0 + \gamma$, $t = t_0 \left(\frac{r_1}{r_2} \right) + \gamma$, $t = t_0 \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 + \gamma$, где $\gamma = \frac{x \Delta t - \rho j_m}{c_{\text{ж}} j_m}$. Из зависимостей (25) — (27) и (31) — (33) можно заключить, что для больших весовых расходов ($j_m \rightarrow \infty$) или больших теплоемкостей ($c_{\text{ж}} \rightarrow \infty$) температура стенки, как и в (предыдущем случае, описанном решениями (8) — (10) и (20) — (22)), приближается к температуре охладителя t_0 . Аналогичное явление имеет место, когда коэффициент теплопроводности небольшой ($\lambda_{\text{ш}} \rightarrow 0$). Если же $j_m \rightarrow 0$ или $c_{\text{ж}} \rightarrow 0$, то температура тела (пластины, цилиндра и шара) приближается к температуре стенки t_2 со стороны горячей поверхности.

Обозначения

η — пространственная координата; Γ — постоянное число для неограниченной пластины $\Gamma = 0$, $\eta \equiv x$; для неограниченного цилиндра $\Gamma = 1$, $\eta \equiv r$; для шара $\Gamma = 2$, $\eta \equiv r$; δ — толщина пластины; t_0 , t_1 и t_2 — соответственно температура окружающей среды, стенки со стороны холодной и горячей поверхности тела; t_0 — температура охлаждающей жидкости, бесконечно удаленной от холодной поверхности пластины, на оси цилиндра или в центре шара; ρ — теплота парообразования; c — коэффициент теплоемкости; r_1 и r_2 — соответственно внутренний и внешний радиусы цилиндра и шара; $K = 1/r$; $K_1 = 1/r_1$, $K_2 = 1/r_2$; $\Delta r = r_2 - r_1$.

Индексы: ск — скелет твердого тела; ж — охлаждающая жидкость (газ); п — пластина; ц — цилиндр; ш — шар.

ЛИТЕРАТУРА

1. S. Weinbaum, H. L. Wheeler, J. Appl. Phys., 20, № 1, 113, 1949.
2. L. Green, J. Appl. Mech. Trans. ASME, 19, № 2, 173, 1952.
3. P. Grootenhuis, J. of t. Royal Aeronautical Society, № 578, 1959.
4. R. Meyer, I. Bartas, Jet Propulsion, № 6, 1954.
5. I. Friedmann, J. Am. Rocket Soc., № 79, 1949.
6. Н. Г. Гоздков, Вестник Московского университета, серия матем., астр., физ., хим., № 1, 147, 1958.
7. В. К. Щукин, Теплоэнергетика, № 1, 80, 1962.
8. Е. Янке, Ф. Эмде. Таблицы функций с формулами и кривыми, 3-е изд. Физматгиз, 1959.
9. П. Н. Романенко, Ю. П. Семенов. Тезисы докладов и сообщений на 2-м Всесоюзном совещании по тепло- и массообмену. Минск, 1964.
6. Зак. 27

А. С. ГИНЗБУРГ, К. Б. ГИСИНА

**ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕНОСА ВОДЯНОГО ПАРА
ПРИ СУБЛИМАЦИИ ЛЬДА
В КАПИЛЛЯРНОПОРИСТОМ ТЕЛЕ**

При достаточно интенсивном нагреве материала скорость фазового превращения внутри материала превышает скорость переноса массы вещества. Вследствие этого внутри материала возникает градиент общего давления, который оказывается мощным фактором переноса массы. Такой процесс переноса аналогичен фильтрации пароводяной смеси через пористые среды. Благодаря гидродинамическому сопротивлению скелета капиллярнопористого тела спад возникшего избыточного давления (релаксация) происходит с известной скоростью, причем следует отметить, что степень интенсивности процесса релаксации зависит от интенсивности нагрева и пористости материала. Это явление при интенсивном нагреве было обнаружено П. Д. Лебедевым [1], Г. А. Максимовым [2] и др. Авторы большое значение в переносе пара придают градиенту давления, а не градиенту температуры. Необходимо отметить, что эти исследования выполнялись при атмосферном давлении, поэтому полученные результаты не могут быть использованы в вакууме в связи с тем, что внутренний тепло- и массообмен при сушке сублимацией имеет свои особенности в механизме переноса тепла и вещества и не может быть сравним с переносом тепла и вещества при других методах сушки [3].

В процессе сушки сублимацией испарение начинается с поверхности материала, затем зона сублимации углубляется внутрь вещества и испарение происходит уже на некоторой глубине, по мнению одних авторов [4], по мнению других [5] — с поверхности сублимации, которая равномерно углубляется в вещество. Исходя из этого условия, Х. Кесслер¹ определил распределение давления в образце по формуле

$$\frac{b}{\mu} = q_m \frac{s}{P_{\text{обр}} - P_{\text{ср}}}.$$

¹ Автор определял средние значения изменения разности давления в образце и в среде в зависимости от отношения X_m/X_n .

В результате углубления поверхности сублимации образуется сухой слой вещества, который оказывает значительное сопротивление потоку пара. По мере утолщения сухой прослойки гидравлическое сопротивление пористой структуры растет, вместе с ним увеличивается давление внутри пористого материала. Результаты исследования по выявлению влияния перемещения поверхности раздела фаз в капиллярнопористых и коллоидных телах на процесс тепло- и массообмена при сублимации в вакууме приведены в [6, 8].

Нами ставилась цель экспериментальным путем снять поле давления и температуры в образце и связать эти исследования с перемещением поверхности раздела фаз.

В процессе сублимации большая часть влаги в капиллярнопористом теле находится в замороженном состоянии, поэтому перенос ее осуществляется в основном в виде пара. Потенциал переноса пара зависит от механизма переноса и условий сопряжения тела с окружающей средой. Перенос пара осуществляется путем диффузии, эфузии (молекулярный перенос) и молярным путем. Наличие градиента общего давления ∇P внутри капиллярнопористого тела и вызывает молярный перенос парогазовой смеси. Диффузионный поток пара $j_{\text{диф}}$ прямо пропорционален градиенту относительного парциального давления ∇P и некоторому безразмерному коэффициенту a_n , характеризующему сопротивление диффузии пара во влажном пористом теле. В случае эфузионного переноса потенциалом переноса пара является отношение P/VT . При изотермических условиях ($T = \text{const}$) поток пара будет пропорционален ∇P , а следовательно, и $\nabla \Theta$ [7].

Основной закон переноса вещества в капиллярнопористом и коллоидном телах можно записать как

$$j_m = -a_n' Y_0 \nabla U - a_n' \delta_t \nabla t - K_p \nabla P.$$

По физическому смыслу коэффициент a_n' характеризует инерционные свойства тела при распространении полей потенциала вещества и тепла.

Первый член уравнения является выражением влагопроводности, т. е. он показывает, что перенос вещества осуществляется за счет градиента влажности материала; в наших опытах этот градиент невелик.

Второй член уравнения выражает термовлагопроводность. Он показывает, что перенос влаги происходит и за счет градиента температуры в образце.

Третий член уравнения $K_p \nabla P$ указывает на то, что перенос пара в капиллярнопористом теле осуществляется за счет градиента общего давления ∇P .

Таким образом, перенос вещества в капилляропористом теле осуществляется за счет трех факторов: градиентов влажности, температуры и общего давления, т. е. возникает дополнительный фактор переноса вещества (ΔP).

Для исследования процесса переноса вещества, связанного с давлением пара внутри материала, была выбрана следующая методика. Давление в образце измерялось с помощью инъекционных игл ($d_u = 1$ и $d_b = 0.5$ мкм), расположенных по вы-

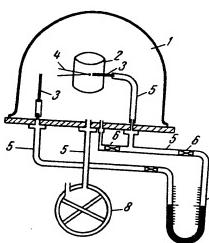
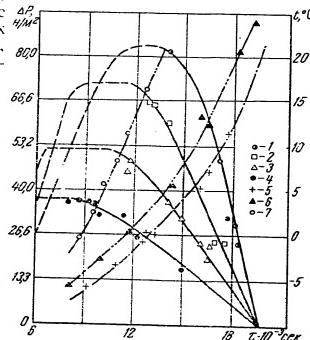


Рис. 1. Схема установки:

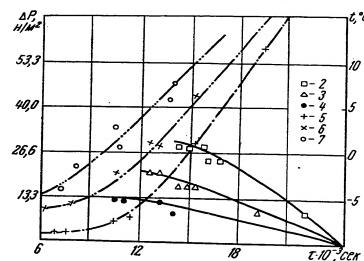
1 — вакуумная камера; 2 — цилиндр; 3 — инъекционные иглы; 4 — термопары; 5 — соединительные трубопроводы; 6 — краны; 7 — манометр; 8 — вакуум-манометр.

соте образца через каждые $5 \cdot 10^{-3}$ м от поверхности материала. Показания давления снимались по масляному U -образному манометру, в обоих концах которого в начальный момент времени создавалось давление, равное давлению среды. Опыты проводились с кварцевым песком, характеристики которого приведены в табл. 1 работы [6]. Песок засыпался в цилиндр из органического стекла $d=60 \cdot 10^{-3}$ и $h=85 \cdot 10^{-3}$ м, который устанавливался в вакуумной камере (рис. 1). Тело подводилось с одной поверхности и с этой же поверхности отводился пар в окружающую среду. Опыты проводились при одинаковых внешних условиях (общее давление газовой среды $P=133.3$ н/м², температура газовой среды 45°C и температура поверхности генератора тепла 50°C). Начальное влагосодержание материала было одинаковое независимо от дис-

Рис. 2. Зависимость разности давления ΔP и температуры от времени ($\psi=0.36$): 1 — при $h \cdot 10^{-4} = 20$ м; 2 — 15; 3 — 10; 4 — 7; 5 — 5; 6 — 3; 7 — температурные кривые при $h \cdot 10^{-4}$ равны соответственно 15, 10 и 5 м.

персности материала $U_0=25\%$). В ходе эксперимента измерялись поля температур с помощью медно-константанных термопар $d=0.1 \cdot 10^{-3}$ м, натянутых на плексигласовую рамку, и поля давлений. Термопары и инъекционные иглы находились в одинаковых изотермических условиях.

На рис. 2, 3 дана зависимость $\Delta P=P_{\text{ср}}-P_{\text{вр}}$ от t для различной пористости материала. В начальный момент времени,

Рис. 3. Зависимость ΔP от $t(\psi=0.42)$. Обозначения те же, что на рис. 2.

когда ледяная поверхность находится еще на поверхности материала, ΔP должно равняться 0; в наших опытах ΔP несколько больше 0 за счет защемленного воздуха порах кварцевого песка. Как известно, сублимационная сушка, как и любая другая сушка, характеризуется периодом постоянной и падающей скорости сушки. Рассмотрим, как изменяется ΔP в этих случаях.

В связи с тем что измерение ΔP производилось при положительной температуре (выше 0°C), нам не удалось замерить ΔP в периоде постоянной скорости сушки. Сейчас можно только предположить, как будет изменяться ΔP от t в периоде постоянной скорости сушки. Постоянная скорость сушки характеризуется постоянной интенсивностью сушки, постоянной скоростью углубления поверхности раздела фаз и, следовательно, постоянным давлением в различных точках тела, так как испарение происходит при постоянной температуре сублимации. Весь процесс сублимационной сушки образца следует рассматривать послойно (по толщине материала). На глубине $5 \cdot 10^{-3}$ м период постоянной скорости сушки наступает раньше, чем на глубине $10 \cdot 10^{-3}$ м, так как сопротивле-

ние сухого слоя движению пара с глубиной возрастает и, следовательно, чем глубже уходит поверхность сублимации в вещество, тем меньше становится период постоянной скорости сушки и тем позже он наступает.

По мере углубления поверхности сублимации в вещество пару необходимо преодолеть сопротивление пор. Чем глубже

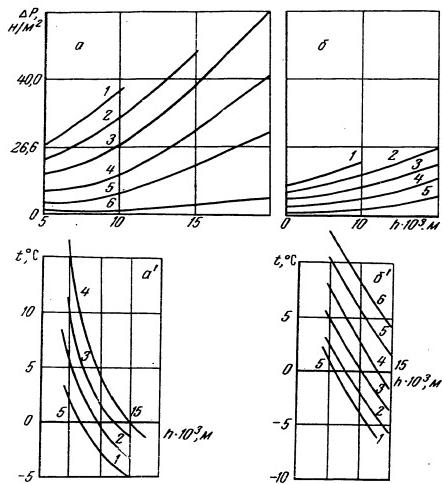


Рис. 4. Кривые распределения давления и температуры по толщине песка различной пористости:

$\phi = 0.36$: 1 — $I = 11.4 \cdot 10^4$, $\gamma = 13.2 \cdot 10^4$, $\beta = 15 \cdot 10^4$;
 $\phi = 0.42$: 1 — $I = 16.8 \cdot 10^4$, $\gamma = 18 \cdot 10^4$, $\beta = 10.2 \cdot 10^4$;
 $\phi = 0.36$: 2 — $I = 13.2 \cdot 10^4$ сек, $\gamma = 15.6 \cdot 10^4$, $\beta = 18 \cdot 10^4$; 3 — $I = 20.4 \times 10^4$ сек, $\gamma = 22.8 \cdot 10^4$, $\beta = 12 \cdot 10^4$; 4 — $I = 10.8 \cdot 10^4$ сек, $\gamma = 13.2 \cdot 10^4$, $\beta = 9.4 \cdot 10^4$; 5 — $I = 10.8 \cdot 10^4$ сек, $\gamma = 12 \cdot 10^4$, $\beta = 13.2 \cdot 10^4$; 6 — $I = 14.4 \cdot 10^4$ сек, $\gamma = 15.6 \cdot 10^4$, $\beta = 16.8 \cdot 10^4$

уходит поверхность сублимации в вещество, тем большим становится сопротивление сухого слоя. Хотя интенсивность сушки все время уменьшается, разность давления ΔP постоянно увеличивается с глубиной за счет того, что скорость

парообразования превышает скорость отвода пара, ΔP на одноглубине снижается по мере протекания процесса сушки в связи с увеличением температуры на этой глубине и снижением интенсивности испарения.

Из анализа кривых рис. 4 вытекает, что толщина зоны сублимации зависит от пористости материала. Чем больше пори-

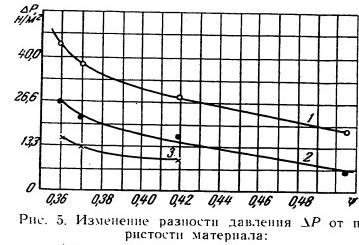


Рис. 5. Изменение разности давления ΔP от пористости материала:

стость материала, тем меньше толщина зоны сублимации (кривые распределения температуры и давления выпрямляются), следовательно, падает интенсивность испарения, так как снижается суммарная площадь испарения для песка $\psi = 0.42$. По мере высыхания материала давление в образце снижается и приближается к давлению среды, а температура в материале возрастает и приближается к температуре среды.

На рис. 5 приведена зависимость ΔP от пористости материала. Этот график еще раз подтверждает наши выводы, что по мере углубления поверхности сублимации ΔP возрастает и чем меньше пористость материала, тем выше давление в образце на одной и той же глубине и тем выше интенсивность испарения, что и отмечалось в [6].

Обобщение результатов экспериментального исследования дает основание сделать следующие выводы:

1. Градиент давления в образце, возникающий при испарении льда в капиллярнопористом теле при сублимации в вакуме, является важным фактором переноса массы.

2. Потенциал переноса вещества зависит от пористости материала: чем меньше пористость материала, тем выше потенциал переноса вещества и тем выше интенсивность испарения.

3. На изменение потенциала переноса вещества оказывает влияние перемещение поверхности раздела фаз в глубь материала. Установлено, что по мере возрастания температуры ма-

териала давление в образце снижается и приближается к давлению среды.

4. Установлено, что изменение давления (уменьшение и возрастание) обусловлено соотношением скорости парообразования и скорости отвода пара.

ОБОЗНАЧЕНИЯ

b/m — скорость углубления поверхности сублимации с учетом коэффициента сопротивления миграции пара, $m/\text{сек}$; q_m — интенсивность испарения, $\text{kг}/\text{м}^2 \cdot \text{сек}$; S — расстояние от поверхности материала до поверхности раздела фаз, m ; $\Delta P = P_{\text{об}} - P_{\text{ср}}$ — разница давления в образце и среде, $\text{kg}/\text{м}^2$; X_m — влагосодержание материала в исходный момент времени; X_0 — начальное влагосодержание; K_p — коэффициент переноса вещества, обусловленный градиентом общего давления ∇P ; a_n — коэффициент пропорциональности между плотностью потока вещества ψ_0 и градиентом объемного влагосодержания ∇U или ∇t ; j_m — суммарный поток вещества.

ЛИТЕРАТУРА

1. П. Д. Лебедев. Сушка инфракрасными лучами. Госэнергоиздат, 1955.
2. Г. А. Максимов. Всесоюзное научно-техническое совещание по интенсификации процессов и улучшению качества материалов при сушке в основных отраслях промышленности и сельском хозяйстве. Энергетическая секция. Продиздат, 1958.
3. А. В. Тыков. Молекулярная сушка. Пищепромиздат, 1956.
4. А. В. Тыков. Теория сушки. Госэнергоиздат, 1950.
5. Х. Г. Кесслер. Chemie Ingenieur-Technic, № 3, 1962.
6. К. Б. Гиссина, Р. И. Шофер. ИФЖ, VII, № 5, 1964.
7. А. В. Тыков. Теоретические основы строительной теплофизики. Изд. АН БССР, 1961.
8. А. С. Гинзбург. Тепло- и массоперенос. т. III. Госэнергоиздат, 1963.

Г. А. КАСПАРЯН

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛО- И МАССООБМЕНА ПРИ ТЕРМИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКЕ ГЛИН И КАОЛИНОВ

Исследование процессов тепло- и массообмена в коллондных капиллярнопористых телах занимает ведущее место в теории и технике сушки и обжига ряда материалов. Правильное решение этого вопроса позволит интенсифицировать эти процессы, создать оптимальные режимы, получить высокие энерго-экономические показатели и улучшить качество выпускаемой продукции.

Глины и каолины при термической обработке испытывают фазовые и химические превращения, сопровождающиеся тепловыми эффектами эндо- и экзотермического характера. Тепловые эффекты легко обнаруживаются методом кривых нагревания.

Ранние исследования по термической обработке минеральных веществ [1—4] и последующие работы [5—8] посвящены в основном установлению вещественного состава, физико-химической природы и происхождения всевозможных минералов, руд, солей, металлов, сплавов и т. д.

В работах [9, 10] на основе современных представлений тепло- и массообмена приведены результаты экспериментальных и аналитических исследований нестационарного тепло- и массообмена при фазовых и химических превращениях.

Нами исследовались температурные поля некоторых образцов из каолина, а также эмпирические зависимости для описания кривых кинетики обжига при различных темпах нагрева.

Глины и каолины являются основной составной частью всех керамических масс и в наибольшей степени определяют важнейшие их свойства, поэтому объектом исследования выбраны именно эти компоненты. Обжиг этих материалов — типичный нестационарный процесс, протекающий при интенсивном тепло- и массообмене под действием нескольких термодинамических сил, определяющихся в свою очередь градиентами потенциала переноса.

Феноменологическая теория переноса не дает ответа на такие явления, так как в их основе лежат эмпирические за-

коны Фурье, Фика и др., полученные для несвязанных процессов малой интенсивности.

Однако в ряде практических случаев, вызванных развитием важнейших технических проблем (атомная энергетика, многочисленные вопросы химической технологии и др.), возникает необходимость исследования взаимосвязанных и взаимообусловленных процессов. Из теории Онзагера следует, что в интенсивных процессах молекулярный перенос вещества происходит не только в результате наличия градиента химического потенциала, но и под действием градиента температуры. Молекулярный же перенос тепла определяется не только теплопроводностью, вызываемой градиентом температуры, но и диффузионным переносом массы, вызванным градиентом химического потенциала. В общем случае удельные потоки тепла и вещества определяются системой линейных уравнений Онзагера, которую можно записать так:

$$\dot{J}_i = \sum_{k=1}^2 L_{ik} X_k \quad (i = 1, 2, \dots).$$

Это уравнение указывает на взаимосвязь и взаимовлияние молекулярного переноса энергии и вещества.

Глины и каолины с физико-химической точки зрения являются коллоидными капиллярнопористыми телами, качество которых определяется формой связи влаги с материалом.

Внутренний тепло- и массоперенос при нагреве и обжиге этих материалов зависит прежде всего от формы связи влаги с материалом, его температурного состояния, коллоидной и капиллярнопористой структуры и размеров изделий. Отсюда следует, что теория и практика экспериментального исследования процессов сушки и обжига основываются на двух научных направлениях: тепло- и массообмене при фазовых и химических превращениях и учении о формах связи влаги с материалом [11—13].

Исследования кинетики убыли веса (массообмена) при нагреве и обжиге каолинов и глин при различных темпах нагрева проводились на специальной автоматической установке — термовесах, подробное описание и принцип действия которых даны в работе [14].

При исследовании температурных полей цилиндрических образцов в целях повышения прецизионности в измерительную цепь одного из ЭПП-09 было вмонтировано шесть измерительных мостов. Таким образом, температурная шкала была разбита на шесть перекрывающих друг друга диапазонов, в результате чего погрешность измерений температуры уменьшилась в несколько раз.

Высокая требовательность к измерительным приборам вызвана сложностью исследуемых процессов, а также тем, что правильная термическая обработка (режим сушки и обжига) в ряде случаев предопределяет вид и класс изделий керамического производства более резко, чем состав применяемых масс.

Формовка экспериментальных образцов цилиндрической формы производилась способом полусухого прессования на гидравлическом прессе при помощи специально изготовленных нами разъемных металлических прессформ. Метод полусухого прессования является одним из прогрессивных в производстве керамических изделий. При таком способе изготовленная масса в образцах равномерно уплотняется, что позволяет получать тела правильной формы и размеров. Это также способствует более четкой записи тепловых эффектов на диаграммной ленте регистрирующего прибора.

Для получения графической зависимости удельного массоодержания от времени были исследованы цилиндрические образцы из просяновского каолина. Метод обработки и построения кривой кинетики обжига заимствован из теории сушки [1]. Полученные до начала эксперимента значения среднего начального массоодержания (\bar{m}_n) пробы и начального веса исследуемого образца M_n , позволяют определить начальную массу влаги в образце

$$m_n = \frac{\bar{m}_n M_n}{1 + \bar{m}_n}. \quad (1)$$

Ввиду специфических особенностей технологии обжига по сравнению с технологией сушки в данном случае в основу расчета положено значение массоодержания пробы, взятой до опыта (\bar{m}_n). Удельное массоодержание образца \bar{m} определяется отношением массы влаги в образце за каждый промежуток времени к весу материала после обжига:

$$\bar{m} = \frac{m}{M_{o,m}}. \quad (2)$$

Нами эмпирически описаны кривые кинетики обжига просяновского каолина (рис. 1) при различных скоростях нагрева 283, 288, 291° К/мин). Для описания высокотемпературного эффекта (участок BC) выбрана функция

$$\bar{m} = A \frac{1}{1 + \exp \frac{(\tau - \tau_0)}{\delta}}, \quad (3)$$

график которой совпадает с экспериментальной кривой. Меньшему значению δ соответствует большее изменение массосодержания и наоборот. До точки перегиба темп изменения массосодержания увеличивается, затем уменьшается. Ордината точки перегиба равна приблизительно $A/2$.

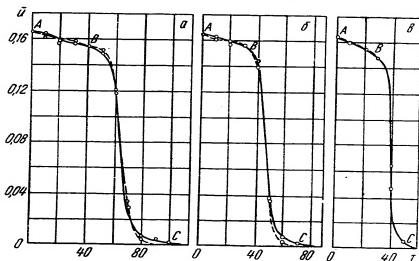


Рис. 1. Зависимость удельного массосодержания \bar{u} пропиленового каолина от времени t :
а — скорость нагрева 283° К/мин; б — 288; в — 291

Для описания низкотемпературного эффекта (участок AB) (рис. 1) выбрана зависимость

$$\bar{u} = \bar{u}_0 \exp(-K\tau), \quad (4)$$

которая отражает характер изменения массосодержания во времени, близкий линейному ввиду малого значения коэффициента K . Максимальное отклонение кривых функций (3) и (4) (пунктир) от экспериментальных кривых составляет приблизительно $\pm 8\%$.

Следовательно, зависимости (3) и (4) приводят к достаточно удовлетворительной корреляции опытных точек, характеризующих кинетику обжига — процесс тепло- и массообмена при наличии фазовых и химических превращений. Как следует из рис. 1, с ростом темпа нагрева продолжительность периода постоянной скорости обжига сокращается.

На рис. 2 приведены кривые изменения удельного массосодержания цилиндрического образца и его температурного поля во времени. Участок ac кривой $u=f(t)$ (рис. 2) характеризует период высокотемпературного эндозефекта, происходящего со значительным поглощением тепла и интенсивным массообменом. Последнее обстоятельство приводит к со-

зданнию устойчивого градиента фильтрационного потенциала — градиента общего или избыточного давления. В рассматриваемом случае (участок ac) в отличие от начальной стадии процесса (участок Xa) доминирующей формой переноса массы является молярный перенос. Поскольку участок ac прямолинейный, то, следовательно, тангенс угла наклона и скорость обжига — величины постоянные. Таким образом, период постоянной скорости обжига можно выразить так:

$$\frac{du}{d\tau} = \operatorname{tg} \psi = \text{const.} \quad (5)$$

Как следует из экспериментальных данных, для этого периода участок ac имеет постоянную интенсивность массообмена m , определяемую формулой

$$m = -R_2 \gamma_0 \frac{du}{d\tau}. \quad (6)$$

Так, при диаметре и высоте образца, равных соответственно 0,022 м и

0,052 м, $R_2 = t_2 - t_1$ (Р, τ); $3 = t_3 (R/2, \tau)$; $4 = t_4 (0, \tau)$

$$R_2 = \frac{Rh}{2(R+h)} = 0,0045 \text{ м.} \quad (7)$$

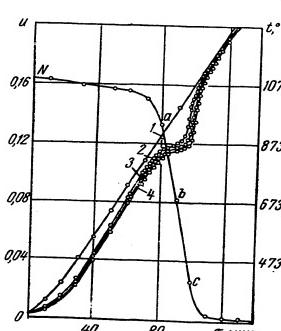
Значение первой производной удельного массосодержания по времени на участке ac равно $-0,3277 \text{ 1/час}$, $\gamma_0 = 1800 \text{ кг/м}^3$, следовательно, интенсивность массообмена

$$m = \text{const} = 2,65 \text{ кг/м}^2 \cdot \text{час.}$$

В дальнейшем по мере уменьшения удельного массосодержания уменьшается и интенсивность массообмена.

Для исследования температурного поля образца в его центре, на расстоянии $R/2$ от оси и на поверхности были заделаны хромель-алюмелевые термопары. Четвертая термопара замеряла температуру стенки печки.

Значительный интерес представляет исследование силикатных материалов при их нагреве по линейному закону. При



в этом отклонение температуры в любой точке исследуемого образца от линейно изменяющейся температуры среды должно объясняться фазовыми и химическими превращениями, происходящими внутри тела.

Термограммы, характеризующие изменение температурного поля образца (рис. 2), показывают, что вначале ввиду медленного прогрева образца наблюдается сравнительно небольшой послойный рост температуры.

Далее в интервале температур первого эндозефекта наблюдается некоторое замедление роста температур. В промежутке между концом первого эндозефекта и началом второго температура возрастает линейно. При температуре $\approx t_0 = -873^\circ\text{K}$ на поверхности образца начинается высокотемпературный эндозефект. Он характерен заметным отставанием роста температуры поверхности $t_2(R, t)$ образца от прямолинейного роста температуры стенки печи t_1 . Виду заглубления фронта химических превращений наблюдается отставание роста температуры в точке, отстоящей от оси на расстоянии $R/2$, $t_3(R/2, t)$, затем замедление замечается в центре образца $t_4(0, t)$.

Процесс дегидратации глинистого вещества сопровождается глубокими химическими превращениями, связанными с изменением его кристаллической решетки и температурного поля образца.

После процесса дегидратации глинистого вещества наблюдается быстрый рост температуры всех слоев образца и приближение этой температуры к температуре печи.

О б о з н а ч е н и я

γ_i — поток энергии; L_k — кинетический коэффициент; X_k — термодинамическая сила; A — константа, равная примерно значению удельного массосодержания в начале высокотемпературного эндозефекта; δ — константа, характеризующая темп изменения массосодержания; τ_0 — абсцисса точки перегиба; \bar{u}_0 — начальное значение удельного массосодержания образца; K — константа, определяемая из условия прохождения эндозефекта через точки A и B (рис. 1); t — время; du/dt — скорость обжига; m — интенсивность массообмена; R_o — приведенный радиус цилиндрического образца; γ_0 — удельный вес образца; R , h , d — соответственно радиус, высота и диаметр образца.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. H. Le Chatelier. Sur la dissociation du Carbonate de chaux. C. R. Acad. Sci. Paris, 1886.
2. H. Le Chatelier. De l'action de la chaleur sur les argiles. C. R. Acad. Sci. Paris, 1887.

3. G. Tammann. Über die Anwendung der thermische Analyse in abnormalen Fällen. Z. anorg. Chem., 1905.
4. Roberts—Austen Reports to the Alloys Research Committee. Proc. Inst. Mech. Eng., 1891, 1893, 1895, 1897, 1899.
5. Н. С. Курнаков. Сингулярные точки химических диаграмм. Изв. Института физико-химического анализа, вып. 2, 2, 1924.
6. Н. С. Курнаков. Непрерывность химических превращений вещества. Успехи физ. наук, 1924.
7. Н. С. Курнаков. Введение в физико-химический анализ. Научное хим.-техн. изд. 1925.
8. С. В. Погорелко. Каолины и белые глины. Сб. статей. Промстрояздат, 1955.
9. А. В. Ралко. Сб. «Тепло- и массообмен в процессах испарения». Изд. АН БССР, 1958.
10. А. В. Ралко. Труды МТИПП, вып. 8. М., 1957.
11. А. В. Лыков. Теория сушки. Госизергониздат, 1952.
12. А. В. Лыков. Явлении переноса в капиллярнопористых телах. Гос. технзат, 1954.
13. П. А. Ребиндер. Сб. всесоюзного научно-технического совещания по интенсификации процессов и улучшению качества материалов при сушке М., 1958.
14. Г. А. Каспарян. Влияние скорости нагрева на кинетику обжига минеральных веществ. ИФЖ. VI, № 6. 1963.

И. Г. ГУРЕВИЧ, Б. И. ФЕДОРОВ, З. П. ШУЛЬМАН
**ПРИМЕНЕНИЕ ПРОНИЦАЕМЫХ ПОРИСТЫХ
МАТЕРИАЛОВ ДЛЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО
ИЗУЧЕНИЯ МАССООБМЕНА**

В теоретических и экспериментальных исследованиях [1, 2] устанавливается наличие закономерной связи внешнего тепло- и массопереноса капиллярнопористого тела с пористой структурой его материала.

Взаимовлияние внутренних и внешних процессов обмена, например, в случае испарения жидкости из тела в омывающей его парогазовый поток качественно проявляется в возникновении новых, интенсифицирующих теплообмен факторов. К таким факторам можно отнести в первую очередь «очаговый», дискретный характер испарения, когда струи пара над поверхностью открытых пор имеют скорость движения существенно большую по величине, чем осредненная по всей поверхности стенки.

Следствием неравномерности местных скоростей в приенной области является преждевременная турбулизация пограничного слоя.

При рассмотрении общего случая нестационарного процесса совместно протекающего тепло- и массообмена типа сушки наблюдается заглубление поверхности испарения внутрь тела, и тогда перенос пара в свободожденных от жидкости капиллярах становится интенсивным за счет дополнительного к диффузионному переносу в микрокапиллярах эффузионного переноса в макрокапиллярах. Кроме того, движение пара наружу в макрокапиллярах усиливается благодаря моллярному движению из-за теплового скольжения.

Одновременно с заглублением поверхности испарения возникает перепад общих давлений парогазовой среды, обусловленный разностью температур в зоне испарения и на геометрической поверхности тела. Превышение давления в зоне испарения над барометрическим приблизительно равно гидравлическому сопротивлению освобожденного от жидкости слоя материала.

В последнее время А. В. Лыковым на основании опытных данных [3] показано, что при испарении жидкости из пор в вынужденный паровоздушный поток вылетают наружу мель-

чайшие капельки и испаряются в пограничном слое. Причем интенсивность этого процесса объемного испарения в значительной мере определяется свойствами пористого материала вблизи внешней границы твердой и газообразной фаз.

Этим обосновывается то положение, что перенос тепла и вещества в пограничном слое у поверхности твердого тела при испарении из него жидкости, например в процессе сушки, нельзя рассматривать отдельно от переноса тепла и вещества внутри тела и, следовательно, от его капиллярнопористой структуры.

Тем не менее в опубликованных до сих пор исследованиях, как правило, не приводятся конкретные зависимости между внутренними характеристиками материала опытного тела и «внешними» эффектами тепло- и массообмена. Более того, в подавляющем большинстве работ вообще отсутствуют детальное описание и основные пористые характеристики использованного в исследовании материала. Это обстоятельство в ряде случаев исключает достоверную воспроизведимость и повторяемость опытных данных, затрудняет возможность их обобщения, а зачастую также ограничивает возможностями практического их использования в промышленности.

В лабораторной практике не всегда проявляется необходимая требовательность при выборе пористых материалов для изготовления опытных тел на уровне современных требований физического эксперимента. Большое количество исследований связано с применением гипса в качестве материала опытных тел. Известно, однако, что гипс не обладает устойчивостью скелета и при увлажнении и высыхании в значительной степени деформируется за счет усадки или разбухания и меняет свою пористую структуру.

Добавка в гипс цемента несколько уменьшает размывание пор, но при этом усиливается эффект трещинообразования в процессе передвижения влаги по капиллярам [4, 5]. Существенным недостатком гипса является его малая механическая прочность. Хрупкость опытных образцов не позволяет надежно скреплять их с державками; требуется исключительная осторожность при обработке инструментом, а также при наладке и монтаже.

Металлические, металлокерамические и порошковые проницаемые материалы, получившие распространение в последние годы, требуют для своего изготовления сложной технологии и специального оборудования.

Металлическим пористым материалам типа «монель» присущи такие недостатки, как забивание стружкой открытых пор при механической обработке или зачистке; неравномерная концентрация пор на исследуемой поверхности и исключительно широкий спектр в распределении пор по

размерам; небольшая химическая стойкость твердого скелета и трансформация пор из-за образования на их стенках неорганических окислов, которые не поддаются очистке и удалению даже при прокаливании.

Использование материалов из фаянса затруднительно в экспериментальной практике.

Работы, проведенные в лаборатории тепло- и массообмена при фазовых химических превращениях ИТМО АН БССР, показали, что для изготовления опытных тел наиболее подходящим материалом является пропитываемая шамотно-глинистая керамика, аналогичная применяемой в промышленности и медицине для очистных и бактериологических фильтров. Технология ее изготовления не отличается принципиально от технологии изготовления других видов керамики. Закономерности изменения свойств этой керамики в зависимости от исходного сырья, рецептуры и технологии подробно исследованы А. С. Беркманом [4].

Пористые характеристики пропитываемых материалов и методика их определения

Для процессов, связанных с переносом вещества, когда механизм переноса в известной мере определяется размерами каналов, знание общей пористости материала (этой общепринятой в лабораторной практике характеристики) оказывается гораздо менее важным, чем знание размеров и конфигурации отдельных пор и их количества. Поэтому изучение структурных характеристик пористой керамики было направлено главным образом на получение дифференциальной кривой распределения объемов пор по их размерам (радиусам).

Для нахождения кривой распределения объемов пор в настоящее время известны следующие методы: капиллярной конденсации, электронной микроскопии, рассеяния рентгеновых лучей под малыми углами, радиоактивных изотопов, вдавливания ртути [6]. Нами был избран последний метод как наиболее простой, вместе с тем позволяющий определить требуемую характеристику с достаточной точностью.

Описанный Риттером и Дрейком [7] метод вдавливания ртути основан на хорошо известном явлении взаимодействия несмачивающей жидкости и капилляра: несмачивающая твердое тело жидкость может быть введена в его капилляры-поры только под давлением. Между радиусом капиллярапоры r и давлением P , которое требуется для проникновения жидкости в капилляр существует соотношение

$$P = -\frac{2\sigma \cos \Theta}{r} \quad (1)$$

При заданном исследуемом материале и соответственно подобранный несмачивающей жидкости соотношение (1) устанавливает однозначную зависимость между радиусом заполняемого капилляра и давлением.

Таким образом, существование метода сводится к определению объема вдавленной в образец несмачивающей жидкости (ртути) при известной величине приложенного давления. Получ-

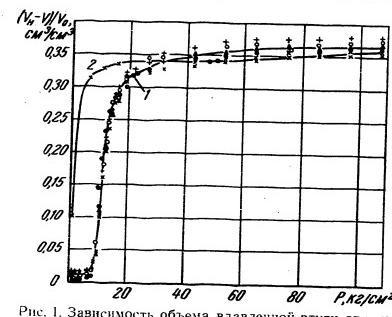


Рис. 1. Зависимость объема вдавленной ртути от приложенного давления:
1 — при повышении давления; 2 — при сбросе давления

ченная таким образом характеристика (рис. 1) является интегральной зависимостью, так как каждой точке кривой с координатами $((V_n - V)/V_0, P)$ соответствует объем всех пор, имеющих радиусы больше, чем r . Тогда искомая функция распределения пор по их размерам рассчитывается по формуле

$$D(r) = \frac{P}{r} \frac{d[(V_n - V)/V_0]}{dP} \quad (2)$$

в которой все члены в правой части известны или могут быть определены. Входящая в правую часть производная получается графическим дифференцированием приведенной на рис. 1 интегральной зависимости (1).

Метод вдавливания ртути характеризуется некоторыми допущениями, важнейшими из которых являются предположения о круглоцилиндрической форме пор и величинах σ и Θ для различных материалов и ртути (для используемой в

описываемых ниже телах керамики принималось значение $\sigma = 460 \text{ дин/см}^2$ и $\Theta = 180^\circ$). Кроме того, определяемый этим методом «радиус поры» является радиусом «входного отверстия» в пору, что приводит к занижению объема широких пор.

Несмотря на эти допущения, метод вдавливания ртути вполне себя оправдывает и прочно укоренился в лабораторной практике ряда отраслей техники. Развитый же в послед-

В то же время В. С. Маркиным [13] метод корректирования экспериментальных кривых, снятых по Риттеру и Дрейку, значительно повышает достоверность полученных результатов.

Предвиденные в работах [6, 7] схемы и конструкции поромеров рассчитаны на определение структуры материалов с радиусом пор, не превышающим 7 мк. Поромер, разработанный А. С. Беркманом [4], позволяет охватить поры с радиусом от 500 до 7 мк. Такое расширение диапазона стало возможным благодаря предварительному обезгаживанию об-

Рис. 2. Диапазометр и прибор для гельмутического обезграживания образца и созданию над ним практически «нулевого» давления.

Нами использован поромер, предложенный в работе [8] и позволяющий охватить диапазон радиусов пор от 100 до 0,05 мм, т. е. вполне достаточный для применяемых в опытах пористых материалов. Поромер состоит из 4 частей: измерительной и трех вспомогательных (вакуумный прибора для подачи ртути в образцы и установки высокого давления, позволяющей изменять давление над образцом от одной до 150 атм.).

Измерительная часть включает в себя мост Уитстона типа МВЛ-47 и стеклянный дилатометр (рис. 2), в свою очередь состоящий из гильзы 1, в нижней части которой помещается образец исследуемого материала, и толстостенного капиляра 2, на который равномерно наматывается спираль из электропроводящего материала 3. Для этой цели был использован вольфрам, обладающий высокой прочностью при расщеплении и относящийся к числу проводников с наибольшим удельным сопротивлением. При диаметре проволоки $16 \mu\text{m}$ на капиляр указанного на рисунке размера можно намотать сопротивление порядка $600-650 \text{ ом}$.

Чувствительность дилатометра составляла 0,0055 мЛ/ом. В шлиф дилатометра впаяны два электропровода из молибденовой проволоки диаметром 0,5 мм (4), к которым при помощи шелака прикрепляется вольфрамовая спираль. Капилляр с уложенной на него спиралью соединяется с гильзой при помощи шлифа. Ртуть попадает в дилатометр через отверстие в верхней части гильзы.

Прибор для заполнения дилатометра ртутью представляет собой цилиндр δ с вакуумным шлифом 6 , при помощи которого в цилиндр вводится сам дилатометр, и с резервуаром в виде шара 7 , куда перед опытом заливается ртуть. Резервуар через вакуумный шлифт b соединяется с откачным постом.

Откачной пост состоит из форвакумного насоса ВН-461М, парортального диффузионного насоса, манометра Мак-Леода, U-образного манометра, системы кранов, позвоночниками ступенчатым образом изменять давление с точностью до 1 мм рт. ст. в пределах от 0 до атмосферного давления.

В качестве сосуда высокого давления (рис. 3) наименее использован кислородный баллон 1 емкостью около 2 л. У баллона на токарном станке удалялось дно, после чего он помещался в толстостенный цилиндр 2 со съемной крышкой 3.

Баллон при помощи медной трубки $4 \times d_{\text{в}} = 3/1$ мм соединяется с «распределительной коробкой» 5 , на которой через вентили 6 крепятся образцовые манометры 7 . Целесообразно брать два манометра: один с рабочим давлением $160 \text{ кг}/\text{см}^2$, второй подбирается так, чтобы его рабочая часть шкалы обеспечивала измерение давления в диапазоне, соответствующем максимуму объема пор (рис. 5, б), который является при первом же пробном измерении. При помощи вентиля 8 система соединяется с атмосферой, а вентилем 9 — с баллоном.

При помощи вентилей 9 и 10 можно производить подачу азота в систему ступенчато с шагом в 0,5—1 кг/см². В установке были использованы стандартные вентили от газовых

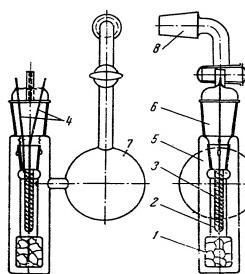


Рис. 2. Дилатометр и прибор для его заполнения ртутью

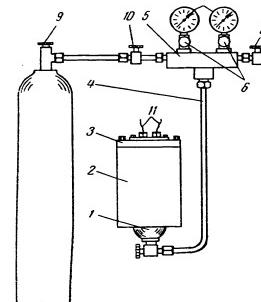


Рис. 3. Схема установки высокого давления, входящей в состав поро-
мера

баллонов высокого давления. В баллон при помощи специального крепления помещается дилатометр с исследуемым образцом, дилатометр соединяется с измерительной схемой через электроводы 11. Прокладочным материалом служит фибра; электроводы типовые [9].

Определение объема ртути, входящей в поры по мере изменения давления, производится косвенным путем: измерением соответствующего приращения сопротивления вольфрамовой спирали. В связи с этим метод требует предварительной калибровки дилатометра, т. е. построения его градуировочной характеристики в координатах объем ртути в дилатометре — сопротивление спирали. Такая градуировка производится следующим образом: при фиксированном положении капилляра со спиралью в гильзе дилатометра последняя (без образца) заполняется через боковое отверстие ртутью из микроборетки дозами в 0,01 мл, одновременно измеряется сопротивление спирали. По полученным данным строится градуировочная характеристика дилатометра, которая при достаточно равномерной намотке спирали представляет собой прямую линию.

Предварительно высущенный до постоянного веса образец в виде отдельных кусочков общим объемом до 2,5–3 см³ помещается в нижнюю часть гильзы дилатометра, в которую затем вставляется капилляр со спиралью; гильза крепится к имеющемуся на капилляре приливам проволочкой.

После этого дилатометр вставляется в вакуумном шлифе в прибор для заполнения ртутью, который через шлиф соединяется с откачным постом.

Обезгаживание образца производится до давления порядка $1 \cdot 10^{-3}$ мм рт. ст. (давление насыщенных паров ртути при комнатной температуре). После достижения предельного разрежения и откачки в течение 2 часов прибор для заполнения ртутью поворачивается на шлифе, соединяющем его с откачным постом; ртуть из шара через отверстие в стенке гильзы заполняет дилатометр, после чего прибор поворачивается в исходное положение. Затем измеряется уровень ртути в дилатометре (начальное сопротивление спирали), от которого в дальнейшем ведется отсчет объема ртути, входящей в поры образца. После этого в систему небольшими порциями впускается воздух; изменение давления контролируется с помощью U-образного ртутного манометра. При отсчете давления вводится поправка на высоту столбика ртути над образцом (определяется из градуировочной характеристики дилатометра, пересчитанной в координаты ($h=R$)). Таким образом,

$$P = P_{\text{мин}} + \Delta P,$$

где $\Delta P = h$.

102

В случае необходимости продолжить измерения при давлении, превышающих атмосферное, дилатометр переносится в установку высокого давления, приводится в соответствие показания измерительного моста при атмосферном давлении в вакуумной установке и установке высокого давления (всегда есть различие в показаниях, так как при переноске дилатометра из одной установки в другую происходит изменение уровня ртути), после чего продолжается снятие интегральной характеристики образца.

Используя весь имеющийся диапазон давлений, снимают так называемую характеристику гистерезиса (рис. 1, кривая 2), получаемую при сбросе давления. Эта характеристика позволяет получать качественную оценку формы имеющихся в образце пор и каналов (подробнее см. [4]).

Так, на рис. 1 приведены интегральные характеристики для пяти образцов металлокерамических капиллярнопористых тел, полученных по одной и той же технологии. Наибольшие отклонения от среднеарифметической характеристики в области «насыщения» интегральной кривой составляют $\pm 3.5\%$, возрастая до $\pm 20\%$ на начальном участке. Эти цифры становятся понятными, если учесть незначительную абсолютную величину изменения объема ртути на начальном участке интегральной характеристики.

Другой важной характеристикой капиллярнопористых тел является их удельная поверхность, причем принято различать два рода удельной поверхности: «внешнюю» и «полную». Под внешней удельной поверхностью капиллярнопористого тела (в отличие от порошка) следует понимать всю внутреннюю поверхность тела, связанную с его наружной поверхностью через капилляры, тогда как полная удельная поверхность включает в себя поверхность закрытых пор.

Знание внешней удельной поверхности оказывается очень важным тех процессах тепло- и массопереноса, которые сопровождаются гетерогенными фазовыми или химическими превращениями. В этих случаях неправильно будет рассчитывать интенсивность того или иного процесса, исходить из видимой геометрической поверхности тела.

Для получения названной характеристики пористых материалов был выбран метод, предложенный Б. В. Дерягиным [10]. Метод основан на измерении сопротивления, которое оказывает пористое тело протеканию газа при стационарном течении. Этот метод хорошо разработан и обоснован теоретически, наложен промышленный выпуск прибора Дерягина. Подробное изложение метода и описание прибора содержится в работе [11].

В связи с тем что прибор предназначен для определения удельной поверхности порошков, он потребовал некоторого

103

усовершенствования, сделавшего его пригодным и для работы с капиллярнопористыми телами. Усовершенствование касается только кюветы, в которую помещается исследуемый материал. В нижнюю часть кюветы помещается образец исследуемого материала. Для того чтобы избежать фильтрации воздуха через боковую поверхность образца, на него при подготовке опыта ставится ограничивающее колечко с наружным диаметром, равным диаметру образца, и зазор между образцом и стенками кюветы заливается менделеевской замазкой (после чего кольцо удаляется).

Расчет внешней удельной поверхности ведется по формуле

$$S_0 = \frac{24}{13} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\delta^2}{QV MRT} \frac{\Delta P}{\Delta x}. \quad (3)$$

Обе определяющиеся характеристики пористой структуры проницаемой керамики даются в расчете на единицу объема материала, а не на единицу веса (как принято в большинстве работ). Это кажется более правильным, ибо характеристики пористости связаны более с объемом тела и геометрией, чем с его весом; кроме того, при сопоставлении этих характеристик разных материалов (в случае задания на единицу веса) требуется знание их удельных весов.

Кроме названных двух характеристик, в работе определялась воздухопроницаемость керамики. Расчет ее велся по формуле

$$\gamma = \frac{V_b(P + P_0) 273 \Delta x}{760 TS \Delta P}, \quad (4)$$

Следует обратить внимание на то обстоятельство, что воздухопроницаемость зачастую не может надежно характеризовать материал, поскольку фильтрация жидкостей при постоянном перепаде давления сопровождается изменением их расхода. При тех же условиях фильтрации газов описывается практически неизменной величиной коэффициента проницаемости.

Опытами [4] установлено, что для крупнопористых материалов с размерами пор порядка сотен микрон процесс фильтрации жидкости стабилизируется и расход ее по отношению к расходу газа соответствует соотношению их вязкостей.

По мнению А. С. Беркмана, при поступлении жидкости в тонкопористый материал на стенках капилляров происходит «укладка» (ориентация) молекул жидкости, повышающая ее вязкость и плотность. В крупных и относительно широких по-

рах большое количество жидкости остается в свободном состоянии, т. е. сохраняет нормальную вязкость.

Методика изготовления и оснащения опытных тел

Шихта для изготовления глинисто-шамотных масс состоит (по сухому весу) из шамота (75%), каолина глуховецкого (12,5%), глины латинской сырой (12,5%). Шамот, приготовленный из латинской глины, обожженной в кусках при температуре 1300° С, служит наполнителем, а глина и каолин — связкой. Связка обволакивает зерна наполнителя и закрепляет его частицы при спекании во время обжига. Количество ее должно быть достаточно для придания обожженному материалу необходимой прочности, но повышенное количество связки ведет к резкому уменьшению общей пористости.

Перечисленные компоненты сначала измельчаются в сухом виде до зерен нужных размеров, затем после добавления 0,5% жидкого стекла и 30% воды (по весу) производится мокрый размол. Образовавшаяся суспензия (шилкер) выливается в заранее подготовленную гипсовую форму, имеющую приблизительные очертания модели.

Через 25—30 мин (время выдержки зависит от заданной толщины стенки модели), когда гипс впитывает в себя часть влаги из шилкера и на стенах формы появится сырая корка, остаток шилкера сливаются, а корка подсушивается сначала в форме при комнатной температуре в течение 4—5 час, затем вне формы при температуре 20—30° С в течение 48 час и при 80—90° С в течение 30—35 час. Отвердевшее тело (образец) помещается в печь и обжигается в воздушной среде. Весь цикл термической обработки материала заключается в постепенном нагреве до 1280° С и охлаждении вместе с печью (рис. 4). Наиболее ответственной является область температур в интервале 500—600° С, при которой происходит резкое объемное расширение материала и, возможно, растрескивание образцов.

Полученная пористая керамика имеет высокую проницаемость даже при малых размерах пор (0,3—0,5 мк), обладает достаточной прочностью, хорошей обрабатываемостью (сверление, точение, шлифовка, резка и др.), полной сохраняемостью пористой структуры, неразрушаемостью ее скелета

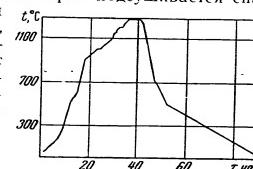


Рис. 4. Режим термообработки

в процессе увлажнения и высыхания и значительной прочностью граней, кромок, углов, плоскостей опытных тел. Особо важным достоинством пористой керамики является возможность получения заданных физико-механических характеристик в весьма широких пределах.

Нами были изготовлены образцы из массы различной тонкости помола (10 и 2%). Результаты измерения распреде-

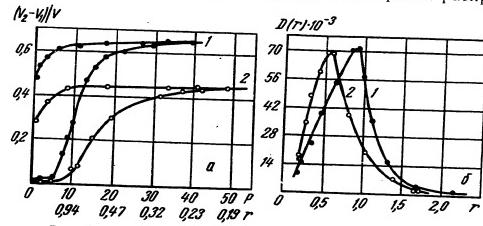


Рис. 5. Структурные характеристики опытных образцов:
а — интегральная; б — дифференциальная; 1 — тонкость помола
10%; 2 — 2%.

ления объема пор по размерам в обожженных образцах приведены на рис. 5.

Анализ кривых дает следующие характеристики пористости (%): общая пористость $m_1 = 70$, $m_2 = 50$; пористость, соответствующая радиусам пор, меньшим $0.9 \text{ } \mu\text{m}$, $m'_1 = 37$, $m'_2 = 27$; пористость, соответствующая радиусам пор, большие $0.9 \text{ } \mu\text{m}$, $m''_1 = 33$, $m''_2 = 23$. Радиусы пор, соответствующих максимуму кривой распределения, $r_1 = 0.9$, $r_2 = 0.55 \text{ } \mu\text{m}$: радиусы максимальных пор $R_1 = 3.0$, $R_2 = 2.5 \text{ } \mu\text{m}$. Для удельной внешней поверхности получены значения $S_{01} = 11000$ и $S_{02} = 6680 \text{ } \text{cm}^2/\text{cm}^3$. Индексы 1 и 2 относятся соответственно к тонкости помола 10 и 2%.

Воздухопроницаемость образцов, рассчитанная по формуле (4), оказалась $\gamma_1 = 6.2 \cdot 10^{-2}$, $\gamma_2 = 5.1 \cdot 10^{-2} \text{ } \text{m}^3 \cdot \text{см}/\text{м}^2 \cdot \text{мл}$ вод. ст. · час.

Из приведенных данных следует, что проницаемость, удельная поверхность и радиус максимальных пор при указанной выше термической обработке уменьшаются с увеличением тонкости помола. Уменьшения максимального диаметра пор (правда, более слабого, чем за счет тонкости помола) можно также достичь путем снижения температуры обжига. Но при таком способе существенно снижается механическая прочность материала.

Усадка и механическая прочность, напротив, возрастают с увеличением тонкости помола. Так, например, допускаемые напряжения на изгиб при температуре обжига 1280°C оказались $\sigma_1 = 130$ и $\sigma_2 = 160 \text{ кг}/\text{см}^2$.

Добавки, выгорающие в процессе обжига, позволяют регулировать пористость и проницаемость материала. В качестве таких добавок зачастую применяются древесные опилки, шлак, уголь, торф, лигнин и др.

В работе [4] показано, что влияние перечисленных добавок на свойства обожженного материала характеризуется в общем одними и теми же тенденциями. Поэтому применительно к выбранной пористой керамике из глинисто-шамотных масс влияние добавок изучалось на примере древесных опилок и древесного угля. Количество добавок по отношению к сухому весу исходного сырья изменялось от 0 до 3%.

Образцы в виде сплошных цилиндров $d = 80 \text{ mm}$, $L = 100 \text{ mm}$ изготавливались методом отливки в гипсовые формы. Массы для них получались путем мокрого измельчения всех компонентов совместно с добавками в шаровой мельнице. При этом с увеличением весовой концентрации добавки открытая пористость повышается, а удельный вес снижается; заметно снижается механическая прочность керамики. Добавка древесных опилок в любой концентрации приводит к образованию крупных полостей, раковин, свищей.

Для изготовления партии экспериментальных тел (шаров $d = 135$ и 190 mm , цилиндра $d = 52$ и $h = 300 \text{ mm}$) был взят материал с тонкостью помола 2%, как обладающий наиболее подходящими характеристиками [12].

Методика изготовления модельных тел для экспериментального изучения массотеплопереноса весьма разнообразна и во многом определяется задачами исследования, а также специфическими особенностями оборудования (конструкция аэродинамической установки, способы и аппаратура для замера убыли веса, полей температур, концентрации и др.).

Все же можно указать два наиболее общих целесообразных приема изготовления образцов: разъемная конструкция, сплошные тела. Разъемные тела, более простые по конструкции и технологии изготовления, удобны для оснащения термопарами, дренажными трубками и другими датчиками в любом месте наружной поверхности. Другим достоинством такой конструкции является хорошая доступность полостей модели и возможность проконтролировать геометрические размеры и качество материала (отсутствие пороков, трещин и др.) в труднодоступных местах.

В практике лаборатории тепло- и массообмена при фазовых и химических превращениях ИТМО АН БССР нашли применение два конструктивных варианта разъемных моде-

лей. По первому плоскости разъема полуутел пришлифовываются на вращающемся круге с кварцевым песком, на них высверливаются отверстия диаметром 5 и глубиной 5–6 мм. При сборке специальная рамка толщиной 3–4 мм своими штифтами заходит в отверстия обоих полуутел, предварительно заполненные жидким цемент-фосфатом (рис. 6). Этот

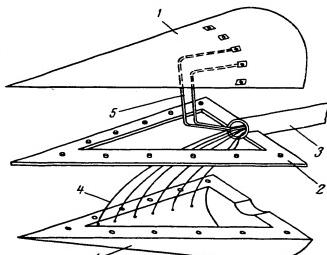


Рис. 6. Типовая схема устройства разъемной модели с рамкой:
1 — керамическое полуутело; 2 — металлическая рамка с выступами; 3 — державка; 4 — термопары; 5 — прокалывные трубы

вариант лучше всего подходит для тел вращения. Если же модель имеет слабо искривленную или плоскую наружную поверхность, то более эффективным является скрепление половинок при помощи крестовины и стяжных шпилек (рис. 7). Плотное соединение такого типа исключает утечку жидкости из опытного тела через места разъема.

В обоих вариантах для изготовления рамки, или крестовины, нежелательно применять металлы, поскольку при изменении теплового режима в ходе опыта нарушается плотность контакта полуутел из-за различия в температурных коэффициентах расширения керамики и металла. Поэтому пришлось отказаться от применения латунных креплений, как это первоначально рекомендовалось в работе [12], и заменить их текстолитовыми или пластмассовыми. Важно, чтобы внутренние детали крепления были «утоплены» в керамический материал как можно дальше от наружного контура модели (не ближе 2–3 мм).

Неразъемные модели получаются при комбинированном методе отливки в гипсовые формы и ручной обработки. Ка-

чество моделей: их равнотенность, гладкость наружной поверхности и отклонения размеров от заданных — во многом определяется навыком изготовителя.

Для всех тел принята медная или латунная Г-образная «задняя» державка с непрерывно увлажняемой в ходе опытов наружной поверхностью во избежание неконтролируемых перетечек тепла за счет теплопроводности.

При необходимости придать непроницаемость отдельным участкам керамики их покрывают глазурью следующего со-

става: полевой шпат — 37 %, каолин — 7, песок кварцевый — 27, доло-

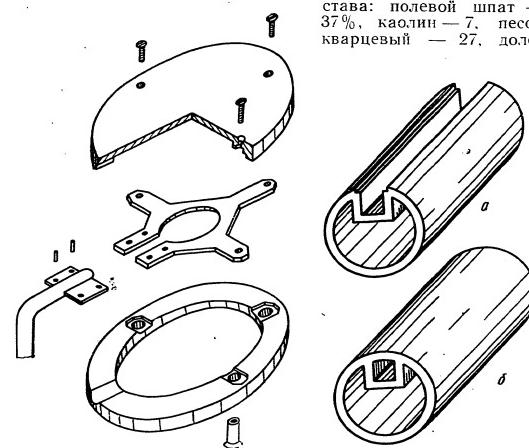


Рис. 7. Разъемная конструкция модели с крестовиной
Рис. 8. Модель цилиндра с местным карманом-подложкой

мит — 15, череп (молотая керамика) — 14 %. К перечисленным компонентам добавляется окись цинка в количестве 1,5 % от общего веса шихты, и вся смесь размалывается с водой до получения сметанообразного раствора. После обжига при 1320°С затвердевшая глазурь создает прочную пленку. Заметим, что все отверстия, выточки, канавки целесообразно делать на отвердевшей корке до обжига, так как на сыром изделии легко и просто устраняются дефекты (трещины, ше-

роховатости, вмятины, нежелательные деформации) отливки и ручной обработки, а после термообработки на эти операции требуется значительно больше усилий и времени. Это достигается применением замазки из шлипера, а также заглаживанием поверхности образца фланелью.

Наиболее ответственной операцией является заделка термопар на поверхности модели со стороны потока. В нашей практике для температурного диапазона от -100 до 300°C хорошо зарекомендовали себя медно-константановые термопары из проволоки с диаметрами $0,05$; $0,1$; $0,25$ мм. Для заделки их в керамику через сквозные отверстия протягиваются провода, а затем производится их сварка. Отверстия и канавки под спай лучше всего уплотнить замазкой, приготовленной на воде из смеси мелкоразмолотой шамотно-глинистой керамики с небольшой добавкой гипса.

Представляет интерес модель цилиндра с местным внутренним карманом-лодочкой для определения локальных коэффициентов теплообмена и массообмена. Вначале изготавливается цилиндр с углублением по образующей (рис. 8, а), а затем из сырого черепка вырезается полоска необходимых размеров и при помощи шлипера приклевивается к краям углубления так, что образуется изолированная лодочка (рис. 8, б).

Удачное сочетание основных физико-механических характеристик пористой керамики и опыт работы с ней позволяют надеяться, что материалы подобного типа найдут применение в экспериментальной практике.

Обозначения

P — давление; r — радиус капилляра; σ — поверхностное напряжение жидкости; θ — угол смачивания; V_u — полный объем пор; V — объем пор с радиусами, меньшими r ; V_0 — объем образца; h — высота столбика ртути в рабочей части дилатометра; Q — число молей воздуха, проникающих через единицу поверхности пористой перегородки толщиной Δx за единицу времени при перепаде давлений с обеих сторон перегородки ΔP ; δ — пористость образца; M — молекулярный вес воздуха; R — универсальная газовая постоянная; T — температура опыта; S — площадь образца, м^2 ; $(P + P_0)$ — полное давление у поверхности образца, мм вод. ст. ; V_w — объем воздуха, проходящего через образец, м^3 ; τ — время опыта, час.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. В. Лыков. Явления переноса в капиллярнопористых телах. М., 1954.
2. Б. М. Смольский. Внешний тепло- и массообмен в процессе конвективной сушки. Изд. БГУ им. В. И. Ленина, Минск, 1957.

3. И. Траубе и В. Венгер. Z. f. physikalische Chemie. B. 138, 85, 1928; B. 146, 1, 1929.
4. А. С. Беркман. Пористая проницаемая керамика. Госстройиздат, М., 1959.
5. Р. С. Бернштейн. Теплоотдача в слое. Сб. «Исследование процессов горения натурального топлива», под ред. Г. Ф. Кюрре. ГЭИ, 1948.
6. Методы исследования структуры высокодисперсных и пористых тел. Изд. АН СССР, М., 1953.
7. Н. Л. Риттер и Л. С. Драке. Industrial and Engineering Chemistry, 17, № 12, 1945.
8. Р. Х. Бурштейн, Н. А. Шумилова, А. Г. Пшеничников. ЖФХ, 32, вып. 1, 1958.
9. Д. С. Чаклис. Техника физико-химических исследований при высоких давлениях. Госхимиздат, 1958.
10. В. В. Дерагин, Н. Н. Захарцева, М. В. Талася, В. В. Н. Б. В. Дерагин, Н. Н. Захарцева, М. В. Талася, В. В. Филипповский. Определение удельной поверхности порошкообразных тел по сопротивлению фильтрации разреженного воздуха. Изд. АН СССР, М., 1957.
11. Б. И. Федоров, З. П. Шульман. ИФЖ. 4, № 2, 1961.
12. Б. С. Маркин. Изв. АН СССР, серия хим., № 11, 1923, 1963.
13. Б. С. Маркин. Изв. АН СССР, серия хим., № 11, 1923, 1963.

B. A. БОРИСЕВИЧ

**ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА ТЕПЛООБМЕНА
ПРИ ДВИЖЕНИИ НАГРЕТОГО ДИСПЕРСНОГО
МАТЕРИАЛА В ТРУБАХ**

Дисперсные системы широко распространены в природе. Процессы нагревания и охлаждения дисперсных материалов встречаются во многих отраслях промышленности. Часто дисперсные материалы используются в теплообменных аппаратах в качестве промежуточных теплоносителей. Процессы теплообмена в движущихся дисперсных системах мало изучены и слабо освещены в литературе.

По своим механическим свойствам дисперсные системы занимают промежуточное положение между твердыми материалами и жидкостями. Степень их сродства тому или иному агрегатному состоянию определяется величиной угла внутреннего трения. В связи с дискретностью строения дисперсных веществ процесс теплообмена в них отличается рядом специфических особенностей. Вопросы теплообмена при течении зернистых сред в трубах мало изучены. Имеется лишь незначительное число работ, относящихся к этой области [1—3]. В частности, не изучено влияние на теплообмен повышенных (более 473° К) температур.

Нашей задачей было установить экспериментальным путем общие закономерности процесса теплообмена при гравитационном течении нагретого сыпучего материала в вертикальных трубах. Рассмотрено течение плотного слоя по второй форме в условиях широкого изменения основных параметров эксперимента при температуре дисперсного материала до 673° К.

Установка, методика

В исследовании применялся нефракционированный воздушно-сухой кварцевый песок со средним диаметром зерна 0,22 мм и истинным удельным весом $\gamma_0 = 2649 \text{ кг/м}^3$. Форма зерен округлая.

Установка для экспериментов представлена на рис. 1. Бункер 1 для нагрева песка имеет емкость 350 кг. Нагре-

ватель состоит из никромовой проволоки, равномерно размещенной по объему бункера. Нагретый песок поступает в смесительную трубу 2. На поверхности трубы имеется тепловой компенсатор. Непосредственно смеситель состоит из трубы, в стенке которой высверлены отверстия. Эта труба вставлена в трубу 2 так, чтобы песок сначала поступал в смеситель, затем, проходя через отверстия, высыпался в кольцевой зазор

в трубу 2. Описанный цикл повторяется еще раз. В результате этого в трубу 3 поступает песок с постоянной по сечению трубы температурой. Сменная экспериментальная труба 3 находится в кожухе, куда поступает снизу нагретая до кипения вода. Применялись трубы с диаметрами 55,4; 41,5; 26,7; 16,0 мм (табл.).

Таблица

Характеристика экспериментальных труб		
$D \cdot 10^3, \text{ м}$	$L \cdot 10^3, \text{ м}$	$\frac{L}{D}$
55,4	946	17,08
55,4	1914	35,61
55,4	1892	34,15
55,4	1922	34,75
26,7	2000	74,90
16,0	1868	116,80
41,5	708	17,06
41,5	1062	25,59
41,5	1416	34,12
41,5	1770	42,70

Рис. 1. Экспериментальная установка

Песок через выходное устройство 4сыпается в ящик. Регулирование скорости движения песка производится путем смены диафрагм. В трубах на нескольких уровнях при помощи гребенки из термопар, закрепленных в обойме, измеряется температурное поле песка. Использовались хромель-копелевые термопары диаметром 0,5 мм. Головки термопар отстоят от обоймы на 30 мм. Запись показаний температуры производится на 24-точечном электронном потенциометре ЭПП-09.

На возможность применения термопар для измерения температуры сыпучих веществ указывают многие авторы [4, 5]. Однако при движении зернистой среды измерение темпе-

ратуры несколько осложняется. Бринки с сотрудниками [1] и С. В. Донсков [5] отмечают, что в этом случае показания термопар нестабильны. Мы предположили, что колебания температуры связаны с малым диаметром спая термопары (у С. В. Донскова, например, диаметр термопары 0,1 мм). При движении сыпучей среды головка термопары контактирует с малым числом зерен, а это ведет к скачкообразному изменению ее термозада.

Нами использовались термопары с диаметром головки 1 мм. Простейшие расчеты показывают, что в этом случае с ней контактирует несколько десятков зерен песка. В опытах при работе с такими термопарами колебаний температуры не было замечено.

Для установления точности показаний термопар были проведены опыты по определению температуры движущегося и остановленного слоя песка. Устойчивость работы и абсолютные значения показаний термопар не изменились. Температура стенок трубы в опытах контролировалась и в расчетах принята равной температуре воды.

Результаты экспериментов

В опытах [6] установлено, что в сечении трубы при движении в ней дисперсного материала по второй форме возникают две зоны с различным характером перемещения. В ядре потока наблюдается стержневое течение без относительного смещения частиц. На периферии, в пристенном слое происходит постоянное перемешивание частиц. Таким образом, в пристенном слое определенную роль играет моллярный перенос тепла. Процесс перемешивания слоев интенсифицируется с ростом скорости. Плотность материала в пристенном слое ниже, чем в центральной части трубы. Вследствие этого кинематические и теплофизические характеристики дисперсной системы в пристенном слое претерпевают изменения. Вдоль стенки трубы в пристенном слое образуется пограничный слой дисперсионной среды, который непрерывно возмущается движущимися вдоль стенки твердыми частицами материала. Следовательно, передача тепла от движущейся дисперсной системы к стенке осуществляется под воздействием целого ряда факторов. Оценка всех составляющих процесса теплообмена представляет большие трудности. Однако нам не обязательно знать все особенности условий теплообмена. В экспериментах необходимо определить общее количество тепла, передаваемого от нагретого дисперсного материала к стенке. Это количество тепла можно выразить

через некоторый эффективный коэффициент теплообмена (α), учитывающий влияние всех факторов данного процесса¹.

В расчетах использован средний на участке трубы коэффициент теплообмена. При его определении сделаны некоторые допущения и усреднения. В частности, значения скорости и плотности в каждом опыте приняты постоянными по всему объему материала в трубе. Теплофизические характеристики материала зависят только от плотности и температуры. За определяющие приняты величина внутреннего диаметра трубы D и значение среднелогарифмической температуры песка t_f на теплообменном участке. Теплотой трения аксиальная теплопроводностью материала пренебрегаем.

Обобщенная критериальная зависимость для рассматриваемого процесса получена в результате анализа уравнений теплообмена, а также уравнений движения дисперсного материала, полученных Г. А. Гениевым [9]. Уравнение теплового баланса при движении дисперсного материала в трубе имеет вид

$$\pi D L (t_f - t_{cr}) = \omega_0 \gamma_{\phi} \frac{\pi D^2}{4} c (t_{bx} - t_{byx}), \quad (1)$$

где $t_f = t_{cr} + \frac{t_{bx} - t_{byx}}{\ln \frac{t_{bx} - t_{cr}}{t_{byx} - t_{cr}}} -$ среднелогарифмическая температура материала.

На основе рассмотрения системы уравнений движения дисперсного материала были получены комплексы гидромеханического подобия. Практическое использование некоторых из них встречает определенные трудности в связи с отсутствием методик измерения входящих в них величин. К ним относится угол внутреннего трения материала в движении φ , напряжение сцепления между зернами K , высота фиктивного слоя, определяющего давление в данном сечении h_{kp} . По имеющимся литературным данным, значения K и φ в основном зависят от пористости. Проведенные эксперименты позволяют предполагать также, что величина h_{kp} определяется пористостью. В целях удобства обращения с полученной зависимостью и сохранения физической модели процесса комплекс, зависящий от пористости, обобщенном уравнении, заменены значением пористости p .

¹ Строго говоря, применение коэффициента теплообмена для зернистого материала в определенном смысле условно. Здесь надо учитывать своеобразие кинематики процесса. Вместе с тем подобный подход к проблеме позволяет оценить полученные результаты с общепринятой точки зрения теории пограничного слоя.

В уравнениях теплообмена и движения [9] для дисперсного материала наличие пристенного слоя не принимается во внимание. Однако нельзя не ожидать его влияния на процесс теплообмена. Как установлено в опытах [6], толщина пристенного слоя определяется в основном средним размежом частиц. С другой стороны, относительная толщина пристенного слоя зависит от диаметра трубы. Поэтому в обобщенное уравнение введен параметрический критерий D/d , характеризующий влияние пристенного слоя.

Значения теплофизических констант, полученные в опытах [8] на основе методики, разработанной Е. Е. Вишневским [7], приняты зависимыми от определяющей температуры, от пористости и постоянными по сечению трубы по длине теплообменного участка. Однако объем материала, охваченный процессом теплообмена, характеризуется некоторым распределением температур.

Соответственно этому устанавливаются значения тепло-гидравлических констант. Принятая за определяющую среднелогарифмическую температуру материала не может в полной мере характеризовать развитие процесса. Это приводит к необходимости введения в критериальное уравнение температурного параметрического критерия, который представляет собой отношение определяющей температуры материала к температуре стенки t_f/t_{cr} .

В результате критериальная зависимость, описывающая процесс теплообмена при течении дисперсного материала в трубах, имеет вид

$$Nu = f \left(Pe, \frac{L}{D}, \frac{D}{d}, \frac{t_f}{t_{cr}}, Fr, \rho \right). \quad (2)$$

На всех экспериментальных кривых распределения температуры по сечению трубы (рис. 2) в движущемся материале отмечается различие в характере передачи тепла в центральной части и в пристенном слое. Снижение температуры песка в пристенном слое по мере приближения к стенке идет в более замедленном темпе, чем в центре трубы. Эта область хорошо совпадает по размерам с областью кинематического пристенного слоя.

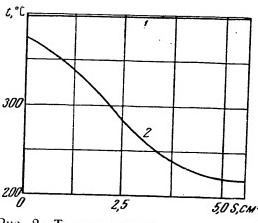


Рис. 2. Температурное поле в трубе диаметром 26,7 мм:
1 — температура на входе в трубу; 2 — выходе из трубы; 3 — плоскость трубы

В опытах перепад температуры от внешнего слоя песка к стенке трубы достигал 373° К и более. Это означает, что, несмотря на перемешивание частичек материала и газовой прослойки, особенно интенсивное в данном месте, основное термическое сопротивление сосредоточено на границе между движущимся материалом и стенкой.

Интересно было проследить изменение температуры в различных трубах. С этой целью определили экспериментальную зависимость $t_f = f(Fo, t_{ax})$. В нашем случае критерий Фурье определяется соотношением $Fo = \frac{a_f}{\omega_0 D} \frac{L}{D}$. Изменение величины Fo в каждом опыте происходит только за счет изменения величины L (замер температурных полей производится по длине трубы). Скорость и диаметр трубы остаются постоянными. Тем самым достигается полное единство процесса со стороны параметров, влияющих на построение температурного поля песка.

В опытах отмечается более интенсивное изменение температуры в трубах большего диаметра. Так, для трубы $D_1 = 55,4$ мм тангенс угла наклона характеристики $\lg t_f = f(Fo)$ $n_1 = -2,7$, а для трубы $D_2 = 41,5$ мм $n_2 = -2,33$. Это означает, что возрастание относительной толщины пристенного слоя при уменьшении диаметра трубы снижает интенсивность процесса теплообмена. В целях упрощения обобщенной зависимости произведено усреднение данных. Полученная экспериментальная формула для значений среднелогарифмической температуры движущегося по трубе слоя песка имеет вид

$$t_f = 0,98 t_{ax} e^{-5,75 Fo}. \quad (3)$$

Разброс экспериментальных точек (рис. 3) не превышает $\pm 6\%$. При построении зависимости (3) наблюдалось групповое рассложение точек для труб разных диаметров. Это является следствием изменения в трубах относительной толщины пристенного слоя. С уменьшением диаметра трубы точки располагаются дальше от теоретической кривой.

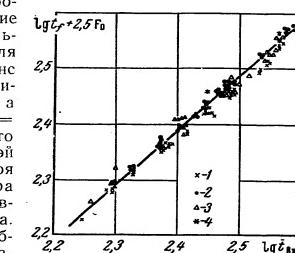


Рис. 3. Обобщенная среднелогарифмическая температура в трубах:
1 — $D = 55,4$ мм; 2 — 41,5; 3 — 36,7; 4 — 16,0

Температура песка на входе в экспериментальную трубу в течение каждого опыта остается неизменной. Через определенный промежуток времени от начала опыта температура материала по длине трубы достигает постоянных значений. Тогда, связав систему отсчета с трубой, процесс можно рассматривать как стационарный. Средний на экспериментальном участке коэффициент теплообмена

$$\alpha = \frac{G_b (c_{\text{вх}} \bar{t}_{\text{вх}} - c_{\text{вых}} \bar{t}_{\text{вых}})}{\pi D L (t_f - t_{\text{ср}})} \quad (4)$$

В соответствии с (4) $\bar{t}_{\text{вх}}$ и $\bar{t}_{\text{вых}}$ определяются путем графического усреднения температурного поля (рис. 2) в сечении трубы

$$\bar{t} = \frac{\int t dS}{S}, \quad (5)$$

где S — площадь трубы.

Полученные значения α с ростом скорости увеличиваются (рис. 4), однако темп их роста постепенно замедляется. Одной из причин роста α является интенсификация процесса пере-

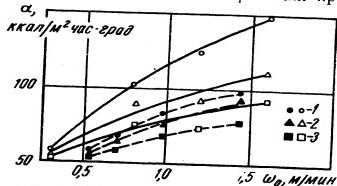


Рис. 4. Влияние скорости материала, диаметра и длины трубы на коэффициент теплообмена:
1 — $L/D = 17,0$; 2 — 25,6; 3 — 34,1 (сплошная линия —
 $D = 35,4$ мм, пунктир — 41,5)

мешивания частиц и газовой прослойки в приственном слое. Уменьшение диаметра трубы ведет к снижению значений α , что может быть объяснено только ростом относительной толщины приственного слоя. Замечено, что влияние скорости проявляется в большей степени на коротких участках теплообмена.

Как показывают опыты, интенсивность роста величины α с увеличением температуры более высока, чем значений α . Это приводит к появлению отрицательного угла наклона зависимости $\lg \alpha = f(\lg \frac{t_f}{t_{\text{ср}}})$. Тангенс его равен $-0,31$.

При построении соотношений $\lg \alpha = f(\lg \frac{t_f}{t_{\text{ср}}})$ (рис. 5) установлено, что угол наклона этих характеристик изменяется в зависимости от соотношения $\frac{L}{D}$. Величина тангенса угла наклона описывается эмпирической формулой

$$n = 2,92 \left(\frac{L}{D} \right)^{-0,545} \quad (6)$$

Разброс экспериментальных точек составляет менее $\pm 2\%$. Уменьшение угла наклона указанных характеристик при увеличении соотношения L/D можно объяснить следующим.

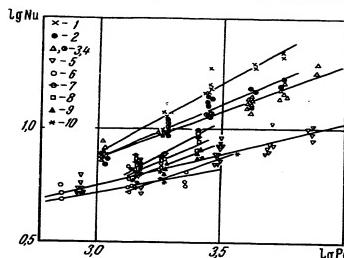


Рис. 5. Результаты экспериментов по теплообмену движущегося в трубах плотного слоя дисперсного материала:

$D = 55,4$ мм; 1 — $L/D = 17,08$; 2 — 25,6; 3 — 34,1; 4 — 34,75; 5 — 28,7 мм; 5 — 74,40; 6 — 16,0 мм; 6 — 116,8;

$D = 41,5$ мм; 7 — 17,08; 8 — 25,59; 9 — 34,12; 10 — 42,70

На участке тепловой стабилизации величина L уменьшается, причем интенсивность ее изменения снижается по длине теплообменного участка. В опытах тепловая стабилизация не наступает даже при значениях $L/D = 48$. Благодаря малому влиянию скорости течения песка на формирование поля скоростей, а следовательно, и на формирование поля температур, время, необходимое для достижения стабильного процесса теплообмена в самом материале, меняется мало со скоростью. Изменение скорости течения приводит лишь к изменению времени нахождения сыпучего материала на данном участке трубы, т. е. к изменению длины участка стабилизации. Отсюда следует, что на коротких участках с интенсивным спаданием коэффициента теплообмена изменение скорости более резко сказывается на его величине, чем на длинных участках, где

величина коэффициента теплообмена меняется мало. Этим также объясняется полученное в опытах изменение угла наклона характеристики $\lg \text{Nu} = f(\lg L/D)$, т. е. значений числа Нуссельта в функции безразмерной длины трубы (рис. 6).

Обобщенная формула, описывающая процесс теплообмена в экспериментах, получена методом логарифмической аноморфозы:

$$\text{Nu} = 1,22 \cdot 10^{-6} \left(\frac{L}{D} \right)^{1,95} \left(\frac{D}{d} \right)^{1,11} \left(\frac{t_f}{t_{cr}} \right)^{-0,31} \text{Pe}^n, \quad (7)$$

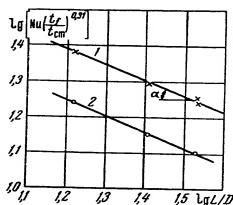


Рис. 6. Влияние длины трубы на теплообмен при $\text{Pe}=4000$:
1 — $D=55,4$ мм; 2 — $41,5$; $\text{tg}\alpha = 0,4$.

Значения t_f определяются равенством (3). Разброс точек составляет $\pm 20\%$.

В экспериментах не обнаружено влияния на процесс теплообмена критерия Fr и величины пористости.

Анализ проведенного исследования позволяет сделать следующие выводы:

1. Использованный в работе эффективный коэффициент теплообмена позволяет успешно описать ряд особенностей процесса теплообмена при движении дисперсных систем в трубах и обобщить имеющиеся в литературе данные.

2. Эксперименты позволили получить обобщенную зависимость, описывающую процесс теплообмена при течении сыпучей среды (песка) в вертикальных трубах в пределах температур $423-673^\circ\text{K}$ при температуре стены 373°K .

3. Установлено влияние на теплообмен пристенного слоя, являющегося термическим сопротивлением.

4. Исследование характера течения песка в трубах дало возможность объяснить особенности процесса теплообмена между движущимся плотным слоем сыпучей среды и стенкой трубы.

Обозначения

$t_{\text{вх}}, t_{\text{вых}}$ — температура соответственно на входе и выходе теплообменного участка; t_{cr} — температура стенки трубы; $\text{Nu} = a D / h_f$ — число Нуссельта; $\text{Pe} = \omega_0 D / a_t$ — критерий Пекле; $\text{Fr} = D g / \omega_0^2$ — критерий Фруда.

ЛITERATURA

1. M. S. Vlipp and other. Ind. Eng. Chem., June, 1948.
2. П. И. Николаев. Диссертация. МИХМ, 1952.
3. В. А. Календерьян, З. Р. Горбис. Тезисы доклада на I Всеобщей конференции по тепло- и массообмену. Минск, 1960.
4. А. Ф. Чудновский. Теплообмен в дисперсных средах. Гостехиздат, 1954.
5. С. В. Донников. Диссертация. МЭИ, 1958.
6. В. А. Борисевич. Труды Института энергетики АН БССР, вып. XI. Минск, 1960.
7. Е. Е. Вишневский. Труды НИКФИ, вып. 2 (25). Сушильная техника. М., 1958.
8. В. А. Борисевич, В. И. Малюкович. ИФЖ, IV, № 7, 1961.
9. Г. А. Гениев. Вопросы динамики сыпучей среды. Госстройиздат, 1958.

О. Г. МАРТЫНЕНКО, Н. С. РЕВЗИН, Б. И. ФЕДОРОВ
**ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОНЦЕНТРАЦИИ ТВЕРДЫХ ЧАСТИЦ
 В ПОТОКЕ ПЫЛЕВЗВЕСИ**

Перенос твердого мелкодробленого вещества газовым потоком является широко распространенным технологическим процессом.

Наиболее интересным вопросом, на который неоднократно обращали внимание исследователи, является вопрос о наличии и величине скольжения частиц в потоке, поскольку обдув твердых частиц газовым потоком приводит к существенной интенсификации тепломассообменных процессов между газом и частицами. Поэтому для практики важно знать закономерности движения двухфазного потока и иметь возможность расчета действительных величин концентраций твердой фазы в любом сечении технологической или энергетической установки и в любой момент времени.

Для получения расчетных формул была проведена экспериментальная работа, в которой исследовались закономерности движения частиц торфяного кокса диаметром 200 мк в вертикальном нисходящем потоке воздуха на участке разгона.

Методически задача решалась путем мгновенной отсечки запыленного потока с последующим взвешиванием уловленного кокса. Аналогичный метод использовался Н. Н. Щипковым в ЭНИИ АН СССР, откуда заимствован также способ замера времени срабатывания затвора.

При проведении работы основное внимание уделялось выявлению роли расчетной концентрации частиц кокса в процессе их разгона. В связи с этим отсечки запыленного потока производились на одном расстоянии от места ввода компонента, но с широким варьированием расчетных концентраций.

При проведении опытов были приняты следующие пределы изменения параметров опытов: скорость потока 10, 15, 20 м/сек; производительность установки по коксу 24,9; 40,5; 51,3; 71,5 г/мин.

Расчетная концентрация кокса C_k^p определялась из выражения

$$C_k^p = \frac{G_k}{G_b} . \quad (1)$$

Истинная концентрация подсчитывалась по формуле

$$C_k^n = \frac{G_k}{V} . \quad (2)$$

В соответствии с принятой методикой была изготовлена экспериментальная установка, схема которой представлена на рис. 1.

Подаваемый питателем 2 кокс через трубку 3 поступал в смеситель 4, смешивался с воздушным потоком и направ-

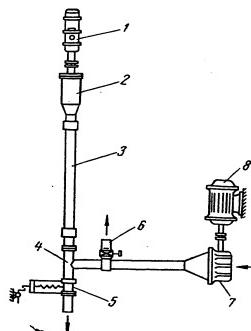


Рис. 1. Схема экспериментальной установки

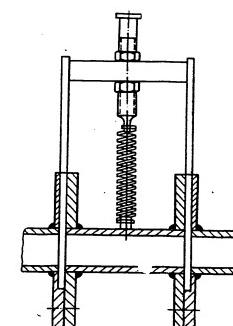


Рис. 2. Схема затвора

лялся через открытый затвор 5 в атмосферу. Подача кокса регулировалась изменением напряжения электродвигателя постоянного тока 1. Воздух в установку поступал от ротационной воздуховушки 7, приводимой во вращение электромотором 8. Излишек воздуха отравливается в атмосферу через кран 6. Количество воздуха замерялось газовым счетчиком типа 1РС-100.

При создании экспериментальной установки большое внимание было уделено проектированию затворного механизма.

К конструкции затвора предъявлялись два основных требования — достаточная скорость срабатывания и надежность и одновременность перекрытия проходного сечения в месте отсечки.

Обоим требованиям удовлетворяет затвор с приводом из слонок от одной пружины. Конструкция затвора ясна из рис. 2. После сборки и наладки затвора было определено время его срабатывания при помощи специального устройства. Принцип его работы следующий.

К укрепленному на кронштейне затвору сверху в светоизлучающем колпачке присоединилась электрическая лампочка напряжением 3 в. На лампочку подавалось напряжение 127 в. Таким путем сводилась к минимуму возможность искажения результатов замера времени срабатывания затвора за счет тепловой инерции лампочки. Снизу к затвору герметично присоединялся кожух, внутри которого находился диск диаметром 200 мм с наклеенной по окружности фотопленкой. Привод диска во вращение осуществлялся от электродвигателя со скоростью 2800 об/мин.

Затвор открывался и удерживался в открытом положении с помощью специального курка. Затем приводился во вращение диск с фотопленкой. После этого одновременно подавалось напряжение на лампочку и освобождалась пружина затвора. За время полного перекрытия канала вспышка лампочки оставляла на фотопленке засвеченную полоску. Затем пленка проявлялась и замерялась длина этой полоски. Подсчет времени перекрытия канала осуществлялся по формуле

$$\tau = \tau_1 + \tau_0, \quad (3)$$

где τ_1 — время срабатывания затвора; τ_0 — время запаздывания вспышки лампочки.

Значение τ_0 принималось равным 0,00059 сек по данным Н. Н. Шипкова.

Время срабатывания затвора подсчитывалось по формуле

$$\tau_1 = \frac{60l}{\pi d_n n}. \quad (4)$$

Время закрытия затвора определялось трижды. Среднее значение из трех измерений составило $\tau_1 = 0,00412$ сек.

В результате время полного перекрытия канала, т. е. время отсечки $\tau = 0,0047$ сек, что является вполне удовлетворительным для данных условий, так как составляет примерно 10% от расчетного времени движения частицы на исследуемом участке.

Опыты проводились в таком порядке. При открытом затворе включалась воздуховода и питатель кокса. После выключения портала 30 сек одновременно спускался курок и включалась подача воздуха, а затем и кокса. Затем затвор разбирался, уловленный кокс собирался и взвешивался на анали-

тических весах типа АДВ-200. Кратность повторения опытов равнялась 3—4.

Результаты проведенных опытов представлены на рис. 3—5. Как видно из рис. 3, все кривые имеют одинаковый характер. При скорости воздушного потока 10 м/сек концентра-

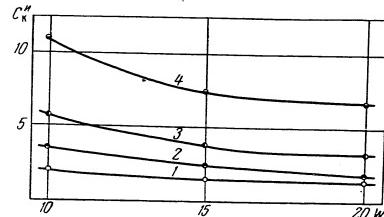


Рис. 3. Зависимость истинной концентрации C_k^* коксовых частиц от скорости потока W при подачах кокса:
1 — $GK = 1,49$ кг/час; 2 — 2,42; 3 — 3,07; 4 — 4,28

ции кокса существенно меняется с изменением его минутной подачи, особенно при больших подачах. По мере роста скорости потока это различие становится слабее, кривые стремятся к сближению.

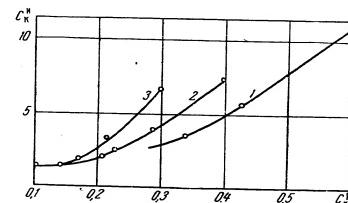


Рис. 4. Зависимость истинной концентрации кокса C_k^* от расчетной C_k^p при скоростях потока:

1 — $W = 10$ м/сек; 2 — 15; 3 — 20

Как следует из рис. 4, C_k^* превышает C_k^p в 10—20 раз, причем это отношение возрастает с увеличением скорости потока.

Обобщенная зависимость относительной концентрации C_k^u/C_k^p от безразмерного параметра χ представлена на рис. 5. Параметр χ может быть найден из уравнения¹

$$\chi = 20,2 \frac{\gamma}{d^2} \frac{Y}{Y_q} \frac{X}{W}. \quad (5)$$

Таким образом, параметр χ включает в себя все факторы, определяющие режим движения частиц кокса в газовом потоке.

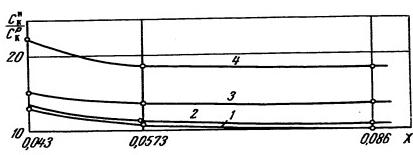


Рис. 5. Функциональная зависимость $C_k^u/C_k^p = f(X)$:
1—то же, что и на рис. 3

Все экспериментальные кривые рис. 3 удовлетворительно описываются уравнением вида

$$\frac{C_k^u}{C_k^p} = 0,1 A_k \chi^{-\frac{2}{3}}. \quad (6)$$

То, что экспериментальные точки не укладываются на одну кривую, а рассеиваются в зависимости от расчетной концентрации, позволяет заключить, что взаимодействие частиц друг с другом и со стенкой трубы накладывает существенный отпечаток на характер движения пылевзвеси.

Учитывая пропорциональность между отношением истинной и расчетной концентраций и отношением скоростей потока и частиц, можно, используя экспериментальное уравнение (6), определить относительную скорость потока в виде

$$W_{\text{отн}} = \frac{W \left(0,1 A_k \chi^{-\frac{2}{3}} - 1 \right)}{0,1 A_k \chi^{-\frac{2}{3}}}. \quad (7)$$

¹ Получено Т. Н. Хитриным.

При наличии массообмена между твердой фазой и газом величина массообменного критерия Нуссельта может быть определена из выражения

$$Nu_q = 2 + 0,16 Re^{0,67}. \quad (8)$$

Значение числа Re находится по величине относительной скорости.

Полученные уравнения позволяют определять истинные концентрации частиц по известным расходам газа и твердой фазы и их физическим параметрам, а также скорость частиц относительно потока.

О б о з и ч е н и я

G_k — подача кокса; G_b — расход воздуха; g_k — навеска кокса, уловленная в отсечной камере затвора; V — объем отсечной камеры; t_1 — время срабатывания затвора; t_0 — время запаздывания вспышки лампочки; l — длина засвеченной полоски пленки; d_d — диаметр диска; n — число оборотов диска; γ — кинематическая вязкость газа; d — диаметр частиц кокса; γ и γ_q — соответственно удельный вес газа и коксовых частиц; X — расстояние от места ввода компонентов до конца исследуемого участка; W — скорость газового потока; A_k — экспериментальный коэффициент, численно равный минутной подаче кокса в g .

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. В. А. Успенский. Пневматический транспорт. Госстройиздат, 1959.
2. Н. А. Фукс. Механика аэрозолей. Изд. АН СССР, 1959.
3. Л. Н. Хитрин. Теория горения и вопросы интенсификации сжигания твердых топлив. Сб. «Проблемы энергетики». Госэнергоиздат, 1960.

И. Т. ЭЛЛЬПЕРИН, В. А. МИНКОВ

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ГАЗОВЗВЕСИ В КАЧЕСТВЕ ТЕПЛОНОСИТЕЛЯ И РАБОЧЕГО ТЕЛА ТЕПЛОСИЛОВЫХ УСТАНОВОК

Основными путями повышения эффективности теплосиловых установок является улучшение их тепловой экономичности и снижение стоимости оборудования. Одним из наиболее перспективных направлений улучшения тепловой экономичности теплосиловых установок является повышение начальной температуры рабочего тела. Этому повышению препятствует ограниченная жаростойкость конструкционных материалов и значительное снижение их прочностных характеристик при повышении температуры.

Большим сдвигом в этом направлении явился переход от установок с «механическими» лопatkами к установкам с «магнитными» — МГД-генераторам, в которых высокотемпературные рабочие элементы в значительной части разгружены от механических напряжений. Однако и в МГД-генераторах сохраняются высоконапряженные элементы, ограничивающие возможность повышения температуры. К этим элементам следует отнести различные теплообменные аппараты для высокотемпературного подогрева воздуха перед камерой сгорания. Аналогичные ограничения имеются и в газотурбинных установках замкнутого цикла, в которых ограниченная жаростойкость элементов огневого котла препятствует повышению начальной температуры выше 650—700° С.

Повысить начальную температуру цикла при заданной жаростойкости материала поверхности нагрева можно путем интенсификации процесса теплообмена со стороны нагреваемого теплоносителя. При этом одновременно решается и вторая задача — уменьшение необходимых поверхностей теплообменных аппаратов, а следовательно, и стоимости всей установки.

Перспективным методом интенсификации теплообмена является применение двухфазных сквозных потоков, состоящих из мелкодисперсных частиц твердой фазы и несущего их газового потока [1].

Применение двухфазных сквозных потоков в теплосиловых установках станет особенно эффективным, когда они будут использованы не только в качестве теплоносителя, но и

как термодинамическое рабочее тело [2]. В этом случае одновременно повышается термический к.п.д. и удельная работа цикла.

Увеличение удельной работы влечет за собой уменьшение размеров и стоимости основных элементов теплосиловых установок — компрессоров, турбин и др.

Двухфазные системы могут применяться как в замкнутых, так и в разомкнутых циклах тепловых двигателей. При применении двухфазных систем обязательным является условие,

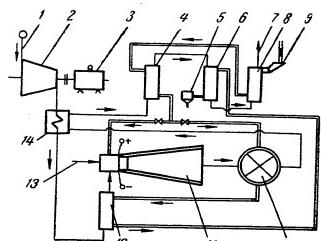


Рис. 1. Комбинированная энергетическая установка для высокотемпературной обработки материала

чтобы твердая фаза не вызывала эрозии элементов энергетической силовой установки.

Исходя из этого, в замкнутых циклах, где одно и то же рабочее тело участвует в процессах сжатия и расширения, в качестве двухфазных систем необходимо применять аэрозоли с размером частиц твердой фазы $\delta < 5 \mu\text{m}$, так как такие частицы практически безынерционны.

В разомкнутых циклах для ликвидации потерь твердой фазы необходимо применять более крупные частицы, которые могут быть уловлены современными пылеуловителями. Поскольку такие частицы могут вызвать эрозию элементов установки, имеющих «механические» лопатки, применение двухфазных систем в разомкнутом цикле возможно лишь в элементах, использующих «магнитные» лопатки.

Схема газотурбинной установки замкнутого цикла, работающей на двухфазном рабочем теле, аналогична установке, работающей на однофазном рабочем теле. Схема установки с разомкнутым циклом при использовании двухфазного рабо-

чего тела имеет специфические особенности. В качестве примера рассмотрим схему комбинированной установки, в которой твердая фаза является одновременно термически обрабатываемым материалом, элементом термодинамического рабочего тела и теплоносителем [3]. Схема такой установки изображена на рис. 1.

В МГД-генераторе 11 происходит процесс преобразования тепловой энергии в электрическую. Отходящие из МГД-генератора газы направляются последовательно в технологический реактор 10 для высокотемпературной обработки сыпучих материалов, рекуперативный воздухоподогреватель 14 и двухступенчатый контактный теплообменник для подогрева сырого материала с первой ступенью нагрева 8 и второй ступенью 4.

Материал в первую ступень теплообменника подается через загрузочный бункер 9. Термически обработанный в реакторе материал используется в качестве движущейся мелкозернистой насадки в регенеративном теплообменнике с промежуточным твердым теплоносителем 12 для дополнительного подогрева воздуха, нагнетаемого в камеру горения МГД-генератора с помощью компрессора 2, приводимого во вращение электродвигателем 3.

Отработанные газы перед подачей в первую ступень 8 теплообменника для подогрева сырого материала нагреваются в контактном теплообменнике — утилизаторе тепла готовой продукции 6 физическим теплом термически обработанного материала, прошедшего регенеративный воздухоподогреватель 12. Охлажденный материал из теплообменника 6 подается в бункер готового продукта 5, а газы из первой ступени 8 теплообменника для подогрева сырого материала сбрасываются в атмосферу (7). Кроме того, на рис. 1 цифрами 1 и 13 обозначены соответственно подвод воздуха и топлива.

Термодинамический цикл установки, работающей по разомкнутой схеме на двухфазном рабочем теле, отличается от цикла на однофазном теле только лишь полигротическим характером процесса расширения. Полигротический характер процесса расширения обуславливается тем обстоятельством, что частицы твердой фазы, находящиеся в газовом потоке при его расширении, играют роль точечных источников тепла. Показатель полигротопы процесса расширения может быть определен из выражения

$$n = \frac{k + \mu c_m/c_v}{1 + \mu c_m/c_v} . \quad (1)$$

Термодинамический анализ разомкнутого идеального цикла с двухфазным рабочим телом дал возможность получить следующие выражения для к.п.д. и удельной работы [2]:

130

термический к.п.д. разомкнутого цикла без регенерации

$$\eta_{t, \text{раз}}^{\text{н.р.}} = 1 - (\varphi^{\frac{1-k}{k+2c_m/c_v}} - 1) \left[\frac{1}{\varphi} - \varphi^{\frac{1-k}{k}} + \mu c_m (1 - \varphi^{\frac{1-k}{k+2c_m/c_v}}) c_p \right]^{-1}, \quad (2)$$

термический к.п.д. разомкнутого цикла с регенерацией

$$\eta_{t, \text{раз}}^{\text{р.р.}} = 1 - c_p (\varphi^{\frac{1-k}{k}} - 1) \left[(c_p + \mu c_m) (1 - \varphi^{\frac{1-k}{k+2c_m/c_v}}) \right]^{-1}. \quad (3)$$

удельная работа за цикл

$$P_{\text{уд.раз}}^{\text{н.р.}} = P_{\text{уд.раз}}^{\text{р.р.}} = T_1 \left[(c_p + \mu c_m) \left(1 - \varphi^{\frac{1-k}{k+2c_m/c_v}} \right) - c_p (\varphi^{\frac{1-k}{k}} - 1) \right]. \quad (4)$$

Анализ формул (2) — (4) подтвердил эффективность применения газовзвеси (аэрозоли) в качестве рабочего тела. Так, например, при весовой концентрации $\mu = 1$, степени повышения давления $\varphi = 8$, начальной температуре цикла 3000° К термический к.п.д. регенеративного цикла возрастает на величину порядка 4%, а удельная работа — на 12%.

В реальном цикле выигрыш по удельной работе будет несколько больше. Аналогичные результаты также были получены при исследовании замкнутого цикла [2].

Как уже было отмечено, применение разомкнутого цикла с двухфазным рабочим телом возможно лишь в МГД-генераторах, в рабочих каналах которых отсутствуют вращающиеся детали. Однако, нужно, чтобы при вводе твердой фазы температура рабочего тела не снижалась ниже температуры, достаточной для термической понижации. Возможное снижение температуры рабочего тела при вводе инертного твердого материала в камеру горения объясняется некоторой дополнительной затратой тепла для нагрева твердой фазы. Повысить температурный уровень процесса можно при помощи регенеративного подогрева рабочего тела. Представляется необходимым выяснить влияние концентрации твердой фазы на начальную температуру цикла.

Максимальная теоретическая температура газа ($T_{\text{з. макс}}$) в идеальном цикле с предельной регенерацией ($\sigma = 1$) без учета диссоциации и других эндотермических эффектов может быть найдена из уравнения теплового баланса. Получаемое при этом выражение имеет вид

131

$$T_{3 \max} = \frac{Q_p^0}{g_r z (c_p + \mu c_v) (1 - q^{\frac{1-k}{k+2} c_M / c_v})}, \quad (5)$$

Результаты расчета по формуле (5) для $\varphi = 8$, $z = 1,1$ и $\sigma = 1$ (топливо—природный газ) представлены на рис. 2 (кривая 1). Из рисунка видно, что при предельной регенерации $\mu = 0$ теоретически может быть получена $T_{3 \max} = 6500^\circ\text{K}$.

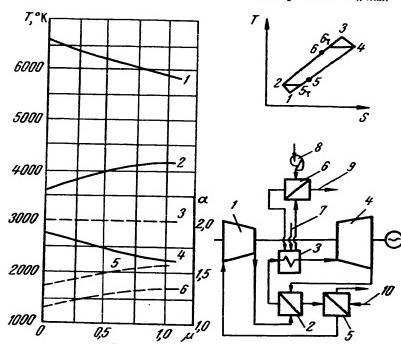


Рис. 2. К вопросу влияния концентрации твердой фазы на температуры характерных точек цикла:
а—влияние концентрации твердой фазы на характеристические параметры цикла; б—схема процесса газотурбинной установки точек процесса соответствуют обозначениям температур) и ее схема: 1—компрессор; 2—регенератор; 3—огневой котел; 4—газовая турбина; 5—ходовая часть воздухоподогревателя; 6—подача топлива; 7—дутьевой вентилятор; 8—уходящие газы; 10—охлаждаемая погло.

При концентрации твердой фазы $\mu = 1$ теоретическая начальная температура цикла снижается до $T_3 = 5900^\circ\text{K}$. На рис. 2 приведена также зависимость температуры в конце процесса расширения (температуры воздуха перед камерой сгорания) от концентрации $T_4 = f(\mu)$ (кривая 2). Как видно из рисунка, для получения предельных начальных температур необходим высокий регенеративный подогрев воздуха до $T_4 = 3500—4000^\circ\text{K}$.

Хотя при современных конструкционных материалах указанные температуры пока еще недостижимы, проведенный анализ показывает, что по условиям горения при $\mu > 1$ могут быть получены значительно более высокие температуры, чем принимаемые сейчас.

Кроме рассмотренного, были также проведены исследования по определению коэффициента избытка воздуха α на выходе из камеры сгорания при реальной степени регенерации $\sigma = 0,75$ и $T_3 = 3000^\circ\text{K}$. Расчет проводился по выведенной для идеального цикла формуле

$$\alpha = Q_p^0 \left[c_p g_r \left[T_3 \left(1 - q^{\frac{1-k}{k+2} c_M / c_v} \right) - T_1 (1 - \sigma) q^{\frac{k-1}{k}} \right] \right]^{-1} - \mu c_M g_r T_3 \left(1 - q^{\frac{1-k}{k+2} c_M / c_v} \right)^{-1}. \quad (6)$$

Результаты расчета также представлены на рис. 2, а (кривая 4). Как видно из рисунка, даже при $\mu = 1$ коэффициент избытка воздуха $\alpha > 1,5$, т. е. существенно превышает минимально допустимую величину $\alpha \approx 1,05$. При этом температура воздуха за регенератором (кривая 6) $T_6 = 1600—1700^\circ\text{K}$. При уменьшении μ до 0 эта температура снижается до 1300—1400° K. Кривые 3 и 5 (рис. 2, а) характеризуют соответственно начальную температуру цикла и температуру газов конце расширения.

Температуру T_6 можно существенно снизить путем уменьшения степени регенерации с соответствующим уменьшением α , однако при этом уменьшается к. п. д. цикла. Температура подогрева воздуха 1500—1600° K может быть получена в регенеративных теплообменных аппаратах с неподвижной или движущейся насадкой — промежуточным теплоносителем.

Применение двухфазного рабочего тела дает возможность также снизить максимальную начальную температуру газа при сохранении достаточной для термической ионизации температуры конца процесса расширения. Это объясняется приближением процесса расширения к изотермическому при увеличении концентрации твердой фазы (1).

Применение двухфазного рабочего тела наряду с рассмотренными ранее термодинамическими преимуществами интенсифицирует также процессы теплообмена и существенно сокращает требуемые поверхности теплообменных аппаратов, а в некоторых вариантах (рис. 1) позволяет заменить рекуперативные теплообменники более эффективными регенеративными с движущимися промежуточными теплоносителями.

Оценим приближенно изменение поверхностей теплообмена при использовании двухфазных рабочих тел. Основными теплообменными аппаратами газотурбинной установки замкнутого цикла (рис. 2, б) являются регенератор, холодильник и огневой котел. В регенераторе такой установки процесс теплообмена интенсифицируется с двух сторон поверхности нагрева. Коэффициент теплообмена от двухфазного потока к стенке может быть записан в виде $\alpha_{дв} = \alpha_{од} (1 + c\mu)$. Тогда, пренебрегая сопротивлением стенки и принимая коэффициенты теплообмена с двух сторон стеки одинаковыми, коэффициент теплопередачи в регенераторе можно определить из выражения

$$k_{пер} \approx \frac{\alpha_{дв}^2}{2 \alpha_{дв}} = \frac{1 + c\mu}{2} \alpha_{од}. \quad (7a)$$

Используя аналогичные допущения, можно (также приближенно) записать и коэффициент теплопередачи в холодильнике и огневом котле¹ соответственно в виде

$$k_{хол} \approx \alpha_{дв} = (1 + c\mu) \alpha_{од}, \quad (7b)$$

$$k_{огн} \approx \frac{\alpha_{од} \alpha_{дв}}{\alpha_{од} + \alpha_{дв}} = \frac{1 + c\mu}{2 + c\mu} \alpha_{од}. \quad (7c)$$

Из (7 а—в) видно, что при $\mu=1$ и $c=0.25$ поверхности регенератора и холодильника сокращаются на 25%, а огневого котла — на 11% по сравнению со случаем использования однфазного рабочего тела.

При протекании двухфазных потоков через теплообменные аппараты увеличиваются удельные гидравлические сопротивления на 1 м² поверхности теплообмена $\Delta p_{уд}$. Однако при этом общего увеличения сопротивлений может и не быть, поскольку обычно на общее сопротивление уменьшение суммарной поверхности F оказывает большее влияние, чем увеличение $\Delta p_{уд}$.

Перспективным направлением использования двухфазных рабочих тел является радиоактивная газовзвесь, газовая фаза которой при определенных условиях может явиться неравновесной плазмой. При этом создается возможность снизить температуру рабочего тела до реально достижимых уже в настоящее время значений и более полно использовать температурный потенциал непосредственно в МГД-генераторе.

¹ В огневом котле при использовании двухфазного потока должен существенно изменяться лучистый теплообмен, однако в настоящее время это изменение достаточно достоверно оценить не представляется возможным.

Обозначения

n — показатель политропы; k — показатель адиабаты; c_m — теплоемкость твердой фазы; c — теплоемкость газообразной фазы; μ — массовая концентрация твердой фазы; $\tau_{праz}^{n,p}$ — к. п. д. идеального нерегенеративного разомкнутого цикла; $\tau_{праз}^p$ — к. п. д. идеального регенеративного разомкнутого цикла; $\tau_{уд}$ — удельная работа цикла; ε — степень повышения давления; T_3 — начальная температура цикла; T_1 — температура окружающего воздуха; $\gamma = T_3/T_1$; α — коэффициент избытка воздуха при горении топлива; σ — степень регенерации; g_r — теоретически необходимое для сжигания единицы топлива количество воздуха; Q^n — теплотворная способность топлива; $\alpha_{од(дв)}$ — коэффициент теплообмена от однофазного потока к стенке (от двухфазного потока); $k_{пер(хол, огн)}$ — коэффициенты теплопередачи соответственно в регенераторе, холодильнике, огневом котле; c — постоянный коэффициент.

ЛITERATURA

1. З. Р. Горбис. Теплообмен дисперсных сквозных потоков. Изд. «Энергия», М.—Л., 1964.
2. И. Т. Эльперин, В. А. Минков. Способ утилизации тепла отходящих газов МГД-генератора. Авторское свидетельство № 167385, 1962.
3. И. Т. Эльперин, В. А. Минков. ИФЖ, VII, № 9, 1964.

Л. Н. НОВИЧЕНОК

**РАЗРАБОТКА МЕТОДОВ ОПРЕДЕЛЕНИЯ
ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК
ТОНКИХ ИЗОЛЯЦИОННЫХ СЛОЕВ И ПОКРЫТИЙ**

Наряду с вопросами применения новых тонких полимерных материалов встает вопрос исследования их тепловых свойств. Однако существующие методы определения теплофизических характеристик материалов, несмотря на их многочисленность и разнообразие, позволяют испытывать тела сравнительно больших размеров. Что касается тонких слоев и покрытий, то в настоящее время имеется очень мало работ [1—6] по исследованию их свойств.

Применение абсолютных методов для определения теплофизических характеристик тонких слоев связано с рядом трудностей. В частности, необходимо измерять температуру внутри тонкого слоя.

В стационарном тепловом режиме измеряется перепад температуры по толщине слоя и определяется только один коэффициент теплопроводности, а остальные коэффициенты определяются другими методами. Это в большинстве случаев является нецелесообразным, так как приходится создавать новые установки, затрачивая много времени и средств.

В настоящее время наиболее перспективными являются нестационарные и квазистационарные методы, позволяющие на основе данных одного непродолжительного опыта определять все теплофизические характеристики исследуемого материала.

Нами был разработан метод, в основу которого положена нестационарная часть решения задачи теплопроводности для двухсоставного стержня.

Математическая постановка задачи

Имеется система тел, состоящая из ограниченного и полуограниченного стержней с разными теплофизическими коэффициентами ($\lambda_1, \lambda_2, \gamma$). В начальный момент времени свободный конец стержня мгновенно нагревается до температуры t_c , которая поддерживается постоянной на протяжении всего про-

136

цесса нагревания (граничные условия первого рода). Боковые поверхности стержней имеют тепловую изоляцию (рис. 1); распределение температуры находится по длине стержней.

Задача записывается в виде:

$$\frac{\partial t_1(x, \tau)}{\partial z} = a_1 \frac{\partial^2 t_1(x, \tau)}{\partial x^2} \quad (\tau > 0; \quad 0 < x < R); \quad (1)$$

$$\frac{\partial t_2(x, \tau)}{\partial z} = a_2 \frac{\partial^2 t_2(x, \tau)}{\partial x^2} \quad (\tau > 0; \quad R < x < \infty); \quad (2)$$

$$t_1(x, 0) = t_2(x, 0) = 0; \quad (3)$$

$$t_1(R, \tau) = t_2(R, \tau); \quad (4)$$

$$\left. \lambda_1 \frac{\partial t_1(x, \tau)}{\partial x} \right|_{x=R} = \left. \lambda_2 \frac{\partial t_2(x, \tau)}{\partial x} \right|_{x=R}; \quad (5)$$

$$t_1(0, z) = t_c = \text{const}; \quad (6)$$

$$t_2(\infty, z) = 0. \quad (7)$$

Решения уравнений (1) и (2) при начальных и граничных условиях (3) — (7) даны в работе [8] и имеют вид:

$$\theta_1 = \frac{t_1(x, \tau)}{t_c} = \operatorname{erfc} \frac{x}{2 \sqrt{a_1 \tau}} - h \sum_{n=1}^{\infty} h^{n-1} \left[\operatorname{erfc} \frac{2nR - x}{2 \sqrt{a_1 \tau}} - \operatorname{erfc} \frac{2nR + x}{2 \sqrt{a_1 \tau}} \right], \quad (8)$$

$$\theta_2 = \frac{t_2(x, \tau)}{t_c} = \frac{2K_i}{1 + K_i} \sum_{n=1}^{\infty} h^{n-1} \times \operatorname{erfc} \left[\frac{x - R + (2n-1) \sqrt{\frac{a_2}{a_1}} R}{2 \sqrt{a_2 \tau}} \right], \quad (9)$$

где

$$K_i = \frac{i_1}{\sqrt{a_1}} \frac{\sqrt{a_2}}{i_2}; \quad h = \frac{1 - K_i}{1 + K_i}.$$

Рис. 1. Система двух тел — ограниченный и полуограниченный стержни

137

Выражение (8) представляет собой распределение температуры в ограниченном стержне. Если рассматривать этот стержень как исследуемое покрытие толщиной $R=0.2 \pm 1$ мкм, то точное экспериментальное определение температуры в нем является сложной задачей, так как существующие датчики температуры трудно зашаканить в таком тонком слое.

Поэтому проанализируем только решение (9), которое представляет собой распределение температуры в полуограниченном стержне.

Пусть наша система состоит из изоляционных материалов: ограниченный стержень представляет собой пластинку толщиной $R=0.0002$ м с коэффициентом теплопроводности $\lambda_1=0.35$ вт/м·°С и коэффициентом температуропроводности $a_1=4 \cdot 10^{-7}$ м²/сек, а полуограниченный стержень возьмем из полиметилметакрилата с $\lambda_2=0.184$ вт/м·°С и $a_2=1 \cdot 10^{-7}$ м²/сек. (Можно взять другую пару материалов, но чтобы $K_1=0.8 \rightarrow 0.99$. В остальных случаях необходимо учитывать большее количество членов ряда (9) при выводе расчетных формул). Тогда $K_1=0.97$, $h=0.0152$; время возврата максимальное: $\tau=60$ сек, а толщину минимальную, причем $x=R=0.0002$ м.

При других значениях x и τ сходимость ряда (9) усиливается.

Запишем уравнение (9) в развернутом виде и вычислим четыре члена ряда:

$$\begin{aligned} \theta_2 &= \frac{2K_1}{1+K_1} \left(h^0 \operatorname{erfc} \frac{R}{2\sqrt{a_1\tau}} + h \operatorname{erfc} \frac{3R}{2\sqrt{a_1\tau}} + \right. \\ &\quad \left. + h^2 \operatorname{erfc} \frac{5R}{2\sqrt{a_1\tau}} + h^3 \operatorname{erfc} \frac{7R}{2\sqrt{a_1\tau}} + \dots \right) = \\ &= 0.985(\operatorname{erfc} 0.0204 + 0.0152 \operatorname{erfc} 0.0612 + 0.000232 \operatorname{erfc} 0.102 + \\ &\quad + 0.00000352 \operatorname{erfc} 0.143 + \dots) = 0.95 + 0.0139 + \\ &\quad + 0.000202 + 0.00000291 + \dots \end{aligned}$$

Таким образом, оценка членов ряда показывает, что для расчетов можно пользоваться с погрешностью в 1% первым членом ряда. В связи с этим решение (9) перепишем в виде

$$\theta = \frac{2K_1}{1+K_1} \operatorname{erfc} \left[\frac{x-R+\sqrt{\frac{a_2}{a_1}} R}{2\sqrt{a_2\tau}} \right]. \quad (10)$$

При выводе расчетных формул рассмотрим два варианта.

Вариант 1. Определение теплофизических характеристик осуществляется по двум температурно-временным точкам. Пусть в точке $x=R$ в момент времени τ' относительная температура будет

$$\theta_{x=R} = \frac{2K_1}{1+K_1} \operatorname{erfc} \frac{R}{2\sqrt{a_1\tau'}}. \quad (11)$$

Такая же температура в точке $x>R$ достигается за время τ'' , тогда

$$\theta_x = \frac{2K_1}{1+K_1} \operatorname{erfc} \left(\frac{x-R+\sqrt{\frac{a_2}{a_1}} R}{2\sqrt{a_2\tau''}} \right). \quad (12)$$

Приравнивая (11) к (12), получаем

$$\operatorname{erfc} \frac{R}{2\sqrt{a_1\tau'}} = \operatorname{erfc} \left(\frac{x-R+\sqrt{\frac{a_2}{a_1}} R}{2\sqrt{a_2\tau''}} \right). \quad (13)$$

Так как функция $\operatorname{erfc} X$ однозначна, то можно записать

$$\frac{R}{2\sqrt{a_1\tau'}} = \frac{x-R+\sqrt{\frac{a_2}{a_1}} R}{2\sqrt{a_2\tau''}}. \quad (14)$$

Из уравнения (14) получаем выражение для коэффициента температуропроводности

$$a_1 = \frac{a_2 R^2}{\tau'(x-R)^2} (1 - \frac{x-R}{\sqrt{a_2\tau''}})^2. \quad (15)$$

Выражение для коэффициента теплопроводности получается при помощи подстановки (15) в (11):

$$\lambda_1 = \frac{\lambda_2 R \Delta \tau}{\delta \sqrt{\tau'} \left(\frac{2}{\theta} \operatorname{erfc} \frac{\delta}{2\sqrt{a_2\Delta\tau}} - 1 \right)}, \quad (16)$$

где $\delta = x-R$; $\Delta\tau = \sqrt{\tau''} - \sqrt{\tau'}$.

Вариант 2. Определение теплофизических характеристик осуществляется по одной температурно-временной точке. Анализ выражения (11) показывает, что можно получить для λ_1 и a_1 более простые выражения.

Действительно, пусть в какой-то момент времени τ' относительная температура в точке $x=R$ будет θ' , а во времени τ'' будет θ'' .

Возьмем отношение этих температур, обозначив через

$$\alpha = \sqrt{\frac{\tau'}{\tau}}, \quad k = \frac{R}{2\sqrt{a_1\tau}},$$

$$\beta = \left(\frac{\theta''}{\theta'} \right)_{x=R} = \frac{\operatorname{erfc}(z^{-1}k)}{\operatorname{erfc} k}. \quad (17)$$

В этом случае расчетная формула для коэффициента температуропроводности будет иметь вид

$$a_1 = \frac{R^2}{4k^2\tau}, \quad (18)$$

а для коэффициента теплопроводности путем подстановки (18) в (11) получим

$$k = \frac{bR}{24k\sqrt{\tau}}, \quad (19)$$

где

$$b = \frac{\lambda_2}{V a_2}; \quad A = \frac{2}{\theta'} \operatorname{erfc} k - 1.$$

Значение величины k определяется из выражения (17). Для этого следует предварительно рассчитать табл. 1 для значения $k=0.01-1$ при фиксированном значении a . Для удобства расчетов выбраны кратные промежутки времени $\tau' = n\tau$ ($n=2, 3, 4, 5, \dots$).

Эти два метода предполагают, что теплофизические характеристики полуграниценного стержня являются величинами известными и постоянными во время проведения эксперимента.

Все величины, входящие в расчетные формулы, могут быть легко и с большой точностью измерены. Следует еще отметить, что относительную температуру θ' можно измерять значительно проще и точнее, чем абсолютную температуру, необходимую для расчетов в других методах, так как отпадает необходимость в градировке термопар.

Варианты 1 и 2 дополняют друг друга. Они являются модификацией метода Боллькенштейн [9] и очень просты в экспериментальном оформлении.

Погрешность метода

При определении теплофизических характеристик материалов иногда получается некоторый разброс полученных результатов. Это объясняется тем, что в экспериментах не всегда строго соблюдаются начальные и граничные условия. Поэтому следует оценивать погрешности, вносимые при измерении величин, входящих в расчетные формулы, а также влияние различных факторов на точность проведения эксперимента.

Обычно оценивают теоретическую и инструментальную погрешности. Теоретическая погрешность состоит из всевозможных допущений, принятых при выводе расчетных формул.

Нами было сделано одно допущение: рассматривалася

только первый член ряда (9). Затем была вычислена погрешность при этом допущении, которая примерно составляет 1%.

Инструментальная максимальная погрешность в измерении тепла и температуропроводности изоляционных слоев и покрытий при толщине 0,2 мм равна 10—12%, при остальных толщинах ~8%.

Методика измерения и экспериментальная установка

Для исследования тонкого слоя или покрытия очень важно иметь безынерционный источник постоянной температуры, микротермопары или пленочные термометры сопротивления для измерения температур внутри системы, идеальный тепловой контакт на стыке обоих стержней. Эти требования вытекают из условий задачи, решение которой положено в основу метода. Тепловая изоляция боковой поверхности может отсутствовать, если боковые утечки тепла не будут искажать распределение температуры по оси стержней. Действительно, при идеальной боковой изоляции изотермические поверхности в системе будут параллельны торцовой поверхности, на которой действует источник постоянной температуры. При боковых утечках тепла изотермические поверхности исправляются, так как температура у края стержня будет меньше, чем по оси. При малых значениях критерия Бюо ($Bi=4-10$) (в спокойном воздухе при комнатной температуре) это уменьшение температуры будет незначительным и в центральной части системы изотермические поверхности не будут искажаться и остаются параллельными. На рис. 2 показано исследование температур-

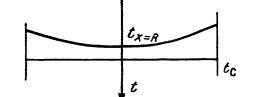
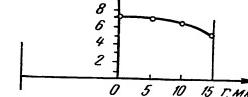


Рис. 2. Температурное поле образца в плоскости $x=R$

нога поля системы в плоскости $x=R$. Оказывается, что при диаметре стержня $D=30 \text{ мк}$ по оси в окрестности $r=5 \text{ мк}$ на-
блодается такая же температура, что и при наличии боковой изоляции.

Исходя из этого, в опытах боковая изоляция образцов не применялась, что несколько облегчает экспериментальное оформление.

Подготовка образца к исследованию

Сначала выбирается эталонный материал. Нами был ис-
пользован полиметилметакрилат, теплофизические характери-

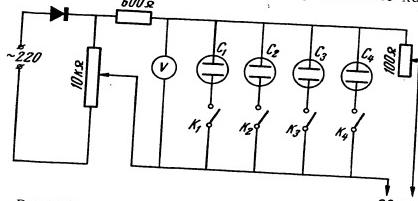


Рис. 3. Электрическая схема прибора для сварки микротермопар ($C_1=C_2=20 \text{ мк}, C_3=C_4=50 \text{ мк}$)

стиками которого определялись двумя методами [9] и [10]. Затем изготавливались цилиндрические образцы диаметром 30 и вы-
сотой 25 мк. Эти размеры взяты не случайно. Согласно усло-
виям задачи, второй стержень должен быть полуограниченным, т. е. таким, чтобы температура на противоположном конце стержня не изменялась за время эксперимента.

Действительно, если принять перепад температуры в 10° С, то за время эксперимента $t=60 \text{ сек}$ на расстоянии $x=25 \text{ мк}$ температура будет изменяться меньше чем на сотую долю градуса. Это изменение температуры является незначительным и можно считать стержень полуограниченным. В качестве датчика температуры применялись дифференциальные медно-константановые термопары с диаметром электродов в 30—50 мк. Они изготавливались на специальном приборе (рис. 3). Этот прибор позволяет сваривать термопарные проволокистык при помощи конденсаторного разряда. Такая термопара зачеканивается на торцовой поверхности изготовленного образца по длине из того же материала толщиной примерно 1 мк. Затем на свободной поверхности этого диска делается по линии за-

кладки первой термопары небольшая канавка (глубиной $\sim 20 \text{ мк}$), которая проравливается дихлорэтаном. Затем натягивается другая термопара по канавке. Сверху накладывается полированная плоскопараллельная металлическая пластина, и вся эта система зажимается в тисках до полного высыхания. Другие спар термопар приклеиваются с противоположной стороны образца. Чувствительные элементы термопар располагаются по оси образца (рис. 4).

После этого на поверхность такого цилиндра наносится равномерный слой исследуемого покрытия, толщина которого измеряется при помощи микрометра с точностью 0,5 мк. Таким образом, приготовленный образец помещается в держатель. Выводы термопар присоединяются к электронному самописцу ЭПП-09 с пределами измерения 0—1 мв и временем пробега каретки 2,5 сек.

Сущность метода заключается в следующем. В какой-то начальный момент времени $t=0$ на свободной поверхности образца начинает действовать источник постоянной температуры t_0 , которая на 8—10° С выше начальной температуры системы t_c и поддерживается до конца эксперимента. Самописец записывает рост температуры со временем в точках x и R , а также регистрирует постоянство температуры t_c , для измерения которой применяется дифференциальная термопара, изготовленная из той же проволоки. Зная температуру в точках x и R , в любой момент времени несложно из расчетных формул (15), (16), (18) и (19) вычислить искомые значения коэффициентов тепло- и температуропроводности.

Применяемые таким образом варианты 1 и 2 позволяют контролировать друг друга при определении теплофизических характеристик исследуемого материала, результаты которых хорошо согласуются в пределах вычисленной погрешности.

Вариант 2 значительно проще в экспериментальном оформлении (в образце используется одна термопара) и при расчетах. Основная трудность в нахождении величины k . Для этого используется табл. I, которая аналитически рассчитана из выражения (17). Опытные данные позволяют определить величину $\beta = \frac{t''}{t'}$ при каком-то фиксированном $x = \sqrt{\frac{t''}{t'}}$, а из табл. I для данных значений x и β находится k .

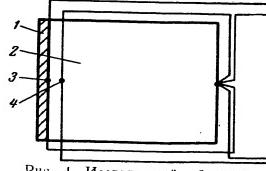


Рис. 4. Исследуемый образец:
1 — покрытие (слой); 2 — эталонный мате-
риал; 3, 4 — термопары

Таблица 1

k	α	Определение величины k					
		1,225	1,414	1,581	1,732	1,871	2
erfc k	β						
0.01	0.98872	1.0020	1.0033	1.0042	1.00505	1.0053	1.0057
0.02	0.97744	1.0043	1.0068	1.0085	1.0097	1.01075	1.0115
0.03	0.96619	1.0065	1.0103	1.0129	1.0148	1.01635	1.0175
0.04	0.95489	1.0077	1.0131	1.01735	1.0199	1.0219	1.0236
0.05	0.94363	1.0110	1.01715	1.0219	1.02519	1.0278	1.02985
0.06	0.93238	1.0133	1.0212	1.0267	1.0306	1.0359	1.0362
0.07	0.92114	1.0157	1.0250	1.0314	1.03613	1.0398	1.04275
0.08	0.90992	1.0181	1.0289	1.0363	1.04181	1.0460	1.0494
0.09	0.88782	0.0206	1.0328	1.0413	1.0473	1.05235	1.0562
0.10	0.88574	1.0232	1.03695	1.0417	1.0532	1.0588	1.0632
0.11	0.87698	1.0257	1.0411	1.0516	1.0594	1.0655	1.0703
0.12	0.86524	1.0285	1.0454	1.05695	1.0655	1.0725	1.0776
0.13	0.85413	0.0311	1.0497	1.0624	1.0713	1.07916	1.0850
0.14	0.84305	1.0341	1.0541	1.0679	1.0782	1.0852	1.0926
0.15	0.83201	1.0366	1.05855	1.0736	1.0847	1.0931	1.1004
0.16	0.82099	1.0396	1.0632	1.0794	1.09145	1.1008	1.1083
0.17	0.81000	1.0426	1.0672	1.0854	1.0983	1.1083	1.1164
0.18	0.79907	1.0455	1.07265	1.0914	1.10525	1.1160	1.1247
0.19	0.78816	1.0485	1.0776	1.0975	1.11235	1.1234	1.1332
0.20	0.77733	1.0517	1.0825	1.1038	1.1196	1.1319	1.1418
0.21	0.76648	1.0548	1.0876	1.1110	1.1271	1.1401	1.1506
0.22	0.75571	1.0579	1.0928	1.1168	1.1346	1.1488	1.1597
0.23	0.74498	1.0613	1.0981	1.1235	1.14235	1.1571	1.1689
0.24	0.73410	1.0646	1.10355	1.13035	1.1502	1.1658	1.1783
0.25	0.72367	1.0680	1.1090	1.1374	1.1584	1.1748	1.1879
0.26	0.71310	1.0715	1.1146	1.1444	1.1666	1.1838	1.1978
0.27	0.70958	1.0749	1.1203	1.15165	1.17495	1.1932	1.2078
0.28	0.69212	1.0789	1.1251	1.1591	1.1835	1.2027	1.2180
0.29	0.68172	1.0823	1.1321	1.1667	1.1924	1.21206	1.2285
0.30	0.67137	1.0859	1.1362	1.1744	1.2013	1.2223	1.2393
0.31	0.65109	1.0897	1.1441	1.1922	1.2112	1.2324	1.2500
0.32	0.65088	1.0932	1.15065	1.1902	1.2197	1.2428	1.2612
0.33	0.64077	1.0975	1.1570	1.1985	1.2293	1.2553	1.2726
0.34	0.63064	1.1016	1.1671	1.2067	1.2389	1.2641	1.2844
0.35	0.62062	1.1056	1.1703	1.2129	1.2488	1.2750	1.2963
0.36	0.61067	1.1097	1.1771	1.2239	1.2589	1.2864	1.3085
0.37	0.60080	1.11403	1.1839	1.23285	1.263	1.2978	1.22091
0.38	0.59099	1.11827	1.1911	1.2419	1.2798	1.3096	1.3336
0.39	0.58126	1.1226	1.1983	1.2510	1.2914	1.3316	1.3466
0.40	0.57161	1.1271	1.2055	1.2605	1.3016	1.3323	1.3598
0.41	0.56203	1.13155	1.2130	1.2701	1.31275	1.3463	1.3734
0.42	0.55253	1.1366	1.2207	1.2798	1.3242	1.3589	1.3772
0.43	0.54311	1.1409	1.2284	1.28975	1.335	1.3721	1.40135
0.44	0.53378	1.1455	1.2362	1.29995	1.3478	1.38525	1.4158
0.45	0.52452	1.1503	1.2444	1.3104	1.3599	1.3989	1.4305
0.46	0.51535	1.1553	1.2525	1.3209	1.3723	1.4127	1.4456
0.47	0.50606	1.1602	1.2608	1.3316	1.3849	1.4269	1.4610
0.48	0.49725	1.1651	1.2693	1.3427	1.3979	1.4414	1.4767
0.49	0.48838	1.1705	1.2781	1.3539	1.41113	1.4562	1.4928
0.50	0.47950	1.1757	1.2868	1.3634	1.4245	1.4714	1.5092

Продолжение таблицы 1

k	α	Продолжение таблицы 1					
		1,225	1,414	1,581	1,732	1,871	2
erfc k	β						
0.51	0.47076	1.18115	1.2957	1.3770	1.4383	1.4888	1.5260
0.52	0.45354	1.1865	1.3049	1.3889	1.4524	1.5025	1.5432
0.53	0.43686	1.1920	1.3143	1.4009	1.4689	1.52065	1.5607
0.54	0.44505	1.19765	1.3237	1.4135	1.4813	1.5350	1.5786
0.55	0.43668	1.2033	1.3333	1.4260	1.4962	1.5516	1.5969
0.56	0.42839	1.2092	1.3433	1.4389	1.5115	1.5689	1.6156
0.57	0.42019	1.2150	1.3533	1.4521	1.5269	1.5864	1.6348
0.58	0.41208	1.22085	1.3634	1.4655	1.5428	1.6043	1.6543
0.59	0.40406	1.2273	1.3738	1.4971	1.5592	1.6227	1.6744
0.60	0.393614	1.2333	1.3845	1.4931	1.5758	1.6412	1.6948
0.61	0.38832	1.2393	1.3952	1.5074	1.5926	1.6604	1.7156
0.62	0.38059	1.24585	1.4062	1.5218	1.6097	1.6738	1.7370
0.63	0.37295	1.2522	1.4175	1.5363	1.6276	1.6958	1.7589
0.64	0.36542	1.2587	1.4288	1.5516	1.6455	1.7132	1.7812
0.65	0.35797	1.2655	1.4404	1.5670	1.6596	1.7410	1.8040
0.66	0.35062	1.2722	1.4521	1.5827	1.6825	1.7622	1.8274
0.67	0.34337	1.2793	1.4644	1.5987	1.7019	1.7839	1.8509
0.68	0.33622	1.2862	1.4753	1.6151	1.7213	1.8062	1.8757
0.69	0.32916	1.2932	1.4899	1.6318	1.7412	1.8288	1.9006
0.70	0.32220	1.30055	1.5019	1.6487	1.7616	1.8522	1.9262
0.71	0.31534	1.3057	1.5147	1.6659	1.7826	1.8757	1.9523
0.72	0.30857	1.3153	1.5278	1.6837	1.8038	1.9001	1.9790
0.73	0.30190	1.3229	1.5412	1.70185	1.8285	1.9247	2.0064
0.74	0.29532	1.3305	1.5551	1.7209	1.8478	1.9502	2.0344
0.75	0.28885	1.3383	1.5690	1.7392	1.8705	1.9761	2.0629
0.76	0.28246	1.3467	1.5831	1.7582	1.8937	2.0030	2.0923
0.77	0.27618	1.3543	1.5978	1.7778	1.9173	2.0298	2.1222
0.78	0.26999	1.3626	1.6124	1.7977	1.9417	2.0574	2.1529
0.79	0.26390	1.3708	1.6274	1.8179	1.9663	2.0859	2.1842
0.80	0.25790	1.3791	1.6429	1.8388	1.9915	2.1146	2.2164
0.81	0.25200	1.3879	1.6583	1.86015	2.0172	2.1444	2.2492
0.82	0.24619	1.3965	1.6741	1.8817	2.0439	2.1746	2.2829
0.83	0.24048	1.4053	1.6902	1.9037	2.0707	2.2057	2.3215
0.84	0.23486	1.4144	1.7063	1.9264	2.0982	2.2372	2.3526
0.85	0.22933	1.4244	1.7236	1.9495	2.1263	2.2699	2.3887
0.86	0.22290	1.4327	1.7406	1.9729	2.1553	2.3033	2.4257
0.87	0.21856	1.4422	1.7579	1.9968	2.1847	2.3371	2.4635
0.88	0.21331	1.4516	1.7759	2.0214	2.2147	2.3720	2.5229
0.89	0.20816	1.4615	1.7939	2.0465	2.2452	2.4073	2.5421
0.90	0.20309	1.4712	1.8122	2.0717	2.2710	2.4411	2.5897
0.91	0.19812	1.4811	1.8308	2.0911	2.3090	2.4810	2.6243
0.92	0.19323	1.4915	1.8583	2.1247	2.3418	2.5194	2.6670
0.93	0.18844	1.5016	1.8696	2.1519	2.37545	2.5581	2.7106
0.94	0.18373	1.5112	1.8835	2.1703	2.4100	2.5984	2.7555
0.95	0.17911	1.5229	1.9009	2.2078	2.4450	2.6786	2.8013
0.96	0.17458	1.5322	1.9203	2.2268	2.4808	2.6811	2.8483
0.97	0.17013	1.54475	1.9513	2.2665	2.5238	2.7243	2.8965
0.98	0.16577	1.5558	1.9725	2.2964	2.5555	2.7679	2.9458
0.99	0.16749	1.5609	1.9947	2.3273	2.5938	2.8130	2.9965
1.00	1.15730	1.5787	2.0168	2.3589	2.6330	2.8475	2.0483

Для удобства и точности отсчета температуры на диаграммной бумаге самописца при помощи несложного автоматического устройства (рис. 5) производятся отметки времени непосредственно на кривой записи температуры (рис. 6).

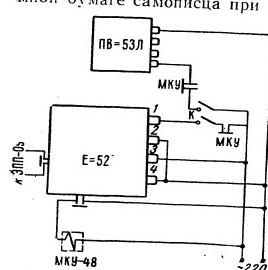


Рис. 5. Принципиальная электрическая схема подачи импульсов времени на вход потенциометра

В варианте 2 при расчетах необходимо знать только тепловую активность полуограниченного стержня, т. е. величину $b = \frac{\lambda}{V^2 \alpha}$, а для вычисления коэффициента температуропроводности

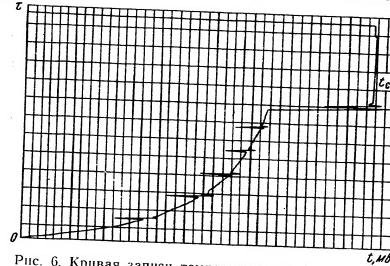


Рис. 6. Кривая записи температуры на диаграммной бумаге потенциометра ЭПГ-09

водности знание теплофизических характеристик совсем не нужно. В исследованиях были использованы наиболее употребляемые в промышленности лакокрасочные материалы (см. табл. 2).

Таблица 2
Теплофизические характеристики некоторых пленкообразующих веществ

Вещество	λ , $\text{вт} / \text{м} \cdot ^\circ\text{C}$	$\alpha \cdot 10^3$, $\text{м}^2/\text{сек}$
Эпоксидная смола Э-41	0,138	0,61
Перхлорвиниловая смола СПС	0,111	0,43
Кремниборганический лак К-55	0,128	0,63
Акриловая смола АС	0,168	0,87
Пентафталевый лак 170	0,114	0,55

На тепловые свойства пленкообразующих веществ сильно влияют различные пигменты, применяемые при изготовлении эмалей. На основе акриловой смолы АС были приготовлены растворы с различными пигментами при одном и том же объемном соотношении (табл. 3).

Таблица 3
Теплофизические характеристики лакокрасочных покрытий на основе акриловой смолы АС с различными пигментами

Пигменты	Толщина покрытия, мм	Соотношение смолы АС : пигмент		Теплофизические коэффициенты покрытия	
		объемное	весовое	λ , $\text{вт} / \text{м} \cdot ^\circ\text{C}$	$\alpha \cdot 10^3$, $\text{м}^2/\text{сек}$
ZnO	0,369	1 : 0,2	1 : 1	0,250	2,2
TiO ₂	0,336	1 : 0,2	1 : 0,76	0,240	6,2
Al ₂ O ₃	0,471	1 : 0,2	1 : 0,69	0,302	1,75
Cr ₂ O ₃	0,646	1 : 0,2	0 : 0,84	0,250	1,65

Вычисленные значения тепло- и температуропроводности получены из расчетных формул (18) и (19) и относятся к комнатной температуре.

Таким образом, разработано два нестационарных метода, позволяющих одновременно из одного опыта быстро определить коэффициенты тепло- и температуропроводности тонких изолационных слоев и покрытий и контролировать друг друга.

Экспериментальное оформление этих методов не представляет особых трудностей. Поэтому осуществить такую методику измерения можно в любой лаборатории, занимающейся тепловыми измерениями. Важной особенностью разработанных методов является то, что нет необходимости градуировать термопары, так как в расчеты входит относительная температура. Достаточно применять термопары из одинаковых про-

волок. Это значительно облегчает вычисление истинных значений измеряемых величин.

Проведенные эксперименты показывают, что вычисленные результаты для пленкообразующих веществ и тонких полимерных слоев являются воспроизводимыми и отличаются между собой в пределах инструментальной погрешности.

О б о з н а ч е н и я

λ_1, a_1 — тепло- и температуропроводность исследуемого материала; λ_2, a_2 — тепло- и температуропроводность эталонного материала; ϑ — относительная температура; t — время; R — толщина исследуемого материала.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. А. Ф. Бегункова. Труды ЛИТМО, вып. 12, 1956.
2. А. Р. Шульман, В. Н. Федоров, М. А. Шепсенов. ЖТФ, XXII, вып. 8, 1952.
3. А. И. Вейник. Испытание кокильных красок на теплопроводность. Машгиз, 1956.
4. F. Baxtler. Proc. Phys. Soc., 58, 1946.
5. A. E. Pengelly. Br. J. Appl. Phys., 6, № 1, 1955.
6. А. Б. Вержинская. ИФЖ, VII, № 4, 1964.
7. Л. Н. Новиченок. ИФЖ, VI, № 9, 1963.
8. А. В. Лыков. Теория теплопроводности. Машгиз, 1952.
9. В. С. Волькенштейн. ЖТФ, XXIV, вып. 2, 1954.
10. А. Б. Вержинская, Л. Н. Новиченок. ИФЖ, III, № 9, 1960

Г. А. ФАТЕЕВ

ТЕМПЕРАТУРНОЕ ПОЛЕ СЛОЯ ШИХТЫ ПРИ СПЕКАНИИ АГЛОМЕРАТА

Температурное поле в слое шихты является важным показателем процесса агломерации. Поэтому нахождение зависимости его от параметров, которые можно определить или задать при ведении процесса, поможет решить ряд практических задач, стоящих перед производством агломерата.

Специальным исследованием [1] установлено, что температурные профили в слое реальной агломерационной шихты и в слое шихты из инертного материала подобны, а скорости перемещения зоны слоя, в которой происходит горение топлива, подчиняются общей закономерности независимо от вида материала шихты. Поэтому целесообразно вначале дать упрощенное аналитическое описание теплообмена в слое шихты из инертного материала, который в результате теплового воздействия не меняет своих свойств, а тепловыделение в слое такого материала сводится к теплоте горения топлива шихты.

Как известно, теплообмен в слое шихты характеризуется совершенным тепловым контактом между частицами шихты и газом, фильтруемым через слой. Если при этом разница между градиентами средних температур в слое материала и в фильтруемом газе на каждом горизонте слоя незначительна, то дифференциальное уравнение переноса тепла в слое шихты будет иметь вид

$$\rho c_m \frac{\partial t}{\partial \tau} = \varepsilon \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} - jc_r \frac{\partial t}{\partial x} + w. \quad (1)$$

Мощность внутреннего источника тепла в уравнении (1) можно выразить через закон горения частиц топлива, учитывая, что он сохраняет свою силу на всей высоте слоя шихты, за исключением узких по высоте участков слоя, прилегающих к поверхности шихты и к колосниковой решетке [1]:

$$w = \begin{cases} 0; \tau < \tau_0 \\ q_{tf}(\tau - \tau_0); \tau > \tau_0 \end{cases} \quad (2)$$

Закон горения топлива, представленный функцией $f(\tau - \tau_0)$, выражает скорость выделения тепла к моменту времени τ в результате горения всех частиц данного горизонта слоя с момента их воспламенения τ_0 . Тепло при этом измеряется в доли от полной теплоты горения всех частиц топлива этого горизонта. Если предположить, что тепловыделение пропорционально выгорающей массе топлива, то функция $f(\tau - \tau_0)$ можно придать значение скорости изменения массовой доли

частиц в момент времени τ . Очевидно, $\int_{\tau_0}^{\tau} f(\tau - \tau_0) d\tau = 1$, что

указывает на полное выгорание всех частиц топлива данного горизонта слоя.

Располагая начало координат на поверхности слоя шихты, момент воспламенения τ_0 в выражении (2) можно заменить через x/v , так как скорость перемещения фронта воспламенения постоянна по всей высоте слоя шихты.

Важной особенностью агломерационного процесса является то обстоятельство, что в каждый момент времени топливо горит только в узкой по высоте зоне слоя шихты [2]. Решение дифференциального уравнения (1) найдено для случая, когда представляется возможным пренебречь толщиной этой зоны. При таком предположении выражение мощности внутреннего источника тепла принимает конкретный вид:

$$w = q \delta \left(\tau - \frac{x}{v} \right). \quad (3)$$

Воспламенение топлива шихты осуществляется интенсивным кратковременным подводом тепла к поверхности шихты. В результате прогревается только узкая поверхностная часть слоя, воспринимающая высокую температуру. Если, кроме того, предположить, что тепло, подводимое к поверхности слоя, целиком расходуется на нагревание потока воздуха, входящего в слой, т. е. отсутствуют тепловые потери в окружающую среду, то граничное условие на поверхности слоя шихты можно выразить так:

$$-\varepsilon \frac{\partial t(0, \tau)}{\partial x} = -jc_r [t(0, \tau) - t_c] + Q \delta(\tau). \quad (4)$$

Поскольку (4) однотипно с условием конвективного теплообмена на поверхности тела, представляется возможным учесть тепловые потери с поверхности слоя шихты за счет конвекции введением вместо jc_r некоторого коэффициента z , причем $z > jc_r$.

Учитывая, что на горизонтах слоя, лежащих несколько ниже зоны горения топлива, температура мало отличается от температуры окружающей среды, получим граничное условие вида

$$t(\infty, \tau) = t_c. \quad (5)$$

Таким образом, формулировка задачи сводится к следующему:

$$\begin{aligned} \frac{\partial t}{\partial \tau} &= a \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} - u \frac{\partial t}{\partial x} + t_0 \delta \left(\tau - \frac{x}{v} \right), \\ t(x, 0) &= t_c, \\ -\frac{\partial t(0, \tau)}{\partial x} &= -H[t(0, \tau) - t_c] + \frac{Q}{\varepsilon} \delta(\tau), \\ t(\infty, \tau) &= t_c; \quad a = \frac{\varepsilon}{\rho c_m}; \quad u = \frac{jc_r}{\rho c_m}; \quad t_0 = \frac{q}{\rho c_m}; \quad H = \frac{jc_r}{\varepsilon}. \end{aligned}$$

Решение задачи получено операционным методом и имеет вид

$$\begin{aligned} t(x, \tau) - t_c &= t_0 v \left[\frac{E \left(\tau - \frac{x}{v} \right)}{v - u} \right] \left[1 - \exp \left(-\frac{v - u}{a} x + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{v}{a}(v - u) \tau \right) \right] + \frac{\exp \left[-\frac{v - u}{a} x + \frac{v}{a}(v - u) \tau \right]}{2(v - u)} \operatorname{erfc} \left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{2v - u}{2} \sqrt{\frac{\tau}{a}} \right) - \frac{(v - u + aH) \exp \left[\frac{v}{a} x + \frac{v}{a}(v - u) \tau \right]}{2(v - u)(v - aH)} \times \\ &\quad \times \operatorname{erfc} \left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}} + \frac{2v - u}{2} \sqrt{\frac{\tau}{a}} \right) - \\ &\quad - \frac{(v + u - aH) \left(\frac{u}{2} - aH \right) \exp[Hx - H(u - aH)\tau]}{a(u - aH)[H(u - aH) + \frac{v}{a}(v - u)]} \times \\ &\quad \times \operatorname{erfc} \left[\frac{x}{2\sqrt{a\tau}} - \left(\frac{u}{2} - aH \right) \sqrt{\frac{\tau}{a}} \right] - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \left[\frac{uH(u-aH)-\frac{v}{a}(v-u)(u-4aH)}{2u(v-u)\left[H(u-aH)+\frac{v}{a}(v-u)\right]} \times \right. \\
 & \quad \times \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}} - \frac{u}{2}\sqrt{\frac{\tau}{a}}\right) + \\
 & + \frac{[uH^2(u-aH)+H\frac{v}{a}(v-u)(3u-4aH)]\exp\left(\frac{u}{a}x\right)}{2\frac{u}{a}(v-u)(u-aH)\left[H(u-aH)+\frac{v}{a}(v-u)\right]} \times \\
 & \quad \times \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}} + \frac{u}{2}\sqrt{\frac{\tau}{a}}\right) + \\
 & + \frac{Q}{\dot{s}} \left\{ \sqrt{\frac{a}{\pi\tau}} \exp\left[-\frac{(x-u\tau)^2}{4a\tau}\right] + \left(\frac{u}{2}-aH\right) \right. \\
 & \quad \times \exp[Hx-H(u-aH)\tau] \operatorname{erfc}\left[\frac{x}{2\sqrt{a\tau}} - \right. \\
 & \quad \left. \left.-\left(\frac{u}{2}-aH\right)\sqrt{\frac{\tau}{a}}\right] \right\}. \quad (6)
 \end{aligned}$$

В слое реальной шихты при спекании агломерата имеются место физико-химические превращения, связанные с тепловыми эффектами и приводящие к изменению свойств шихты. Если предположить, что эти превращения в каждый момент времени происходят в узкой части слоя, то представляется возможным применить решение (6) и для этого случая, изменив величину q на суммарный тепловой эффект физико-химических превращений в единице объема шихты и использовав теплофизические свойства готового агломерата. Такое решение опишет температурный профиль вплоть до горизонта слоя, в котором теплофизические свойства будут заметно отличаться от соответствующих свойств агломерата. Однако в части слоя, лежащей ниже этого горизонта, можно также ожидать удовлетворительное совпадение действительного распределения температур с расчетными, поскольку температурный профиль в слое реальной шихты имеет тот же вид, что и в слое инертного материала, а площади, ограниченные температурными кривыми, будут примерно одинаковы вследствие равенства теплосодержания слоя в обоих случаях.

Обозначения

$t(x, z)$ — температура слоя шихты; ρ — плотность шихты; c_m — теплоемкость шихты; \dot{s} — коэффициент, учитывающий лучистый и кондуктивный теплообмен в слое шихты; j — весовой расход газа, фильтруемого через слой шихты; c_g — теплоемкость газа; w — мощность внутреннего источника тепла; q — теплота горения топлива, заключенного в единице объема шихты; v — скорость распространения фронта воспламенения; t_c — температура окружающей среды; Q — количество тепла, подведенное к единице поверхности слоя; $\delta(z)$ — функция Дирака; $E\left(z - \frac{x}{v}\right)$ — единичная функция Хевисайда.

ЛИТЕРАТУРА

1. И. М. Бабушкин, В. Н. Тимофеев. Сборник научных трудов Всесоюзного научно-исследовательского института металлургической тепло-техники, № 7. Металлургиздат, 1962.
2. Е. Ф. Вегман. Процесс агломерации. Металлургиздат, 1963.

СОДЕРЖАНИЕ

А. В. Лыков. Массотеплонеренос в капиллярнопористых средах	3
Л. М. Никитина. Потенциал переноса массы в коллоидных капиллярнопористых телах	28
Б. М. Смольский. Тепло- и массообмен при электромагнитном методе подвода тепла материала	41
А. И. Чаплина. Применение метода регуляризированного режима для исследования процессов сушки	54
В. П. Журавлева. Исследование диффузии влаги в капиллярнопористых телах	60
Г. Т. Сергеев. Расчет температуры пористой стенки при фильтрации жидкости (газа)	74
А. С. Гинзбург, К. Б. Гисина. Исследование переноса водяного пара при сублимации льда в капиллярнопористом теле	82
Г. А. Каспарян. Экспериментальное исследование процессов тепло- и массообмена при термической обработке глины и каолинов	89
И. Г. Гуревич, Б. И. Федоров, З. П. Шульман. Применение принципиальных пористых материалов для экспериментального изучения массообмена	96
В. А. Борисевич. Исследование процесса теплообмена при движении нагретого дисперсного материала в трубах	112
О. Г. Мартыненко, И. С. Ревзин, Б. И. Федоров. Определение концентрации твердых частиц в потоке пылевзвесей	122
И. Т. Эльперин, В. А. Минков. Об использовании газовзвесей в качестве теплоносителя и рабочего тела теплосыпных установок	128
Л. Н. Новиченок. Разработка методов определения теплофизических характеристик тонких изоляционных слоев и покрытий	136
Г. А. Фатеев. Температурное поле слоя шихты при спекании агломерата	149

Коллектив авторов

ТЕПЛО- И МАССООБМЕН
В КАПИЛЛЯРНОПОРИСТЫХ ТЕЛАХ

Издательство «Наука и техника»
Минск, Ленинский проспект, 68

Редактор издательства Е. Волканд
Художественный редактор Н. Евленова
Технический редактор В. Станчук
Корректор В. Родионенко

AT 14432. Сдано в набор 12/II 1965 г. Подписано
к печати 19/III 1965 г. Формат 60×90^{1/16}. Физ. п.з.
л. 9,75. Уч.-изд. л. 9,0. Изд. заказ 64. Тип. за-
каз 279. Тираж 2000 экз. Цена 78 коп.

Фотография научно-технической литературы
издательства «Наука и техника» АН БССР
и Госкомитета Совета Министров БССР по печати
Минск, Ленинский проспект, 68

В издательстве «Наука и техника»
Готовится к печати

**ФИЗИЧЕСКИЕ И ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКИЕ
СВОЙСТВА ФЕРРИТОВ**

(Коллектив авторов). 25 л. На русском языке. Цена
1 руб. 35 коп.

В книге рассматриваются вопросы физики и физико-химии ферритов и физические основы их применения. В ней помещены статьи ведущих советских физиков и химиков, работающих в области ферритов и ферромагнетизма.

Книга представляет значительный интерес для широкого круга инженерно-технических и научных работников, а также студентов старших курсов высших учебных заведений, работающих и специализирующихся в областях, связанных с изучением, изготовлением и применением ферромагнитных материалов.

Книгу можно заказать предварительно во всех магазинах Книготорга и потребительской кооперации республики, а также в магазинах «Академкнига».

Для получения книги почтой заказы направлять по адресу:
г. Минск, Железнодорожная ул., 27, республиканский магазин «Книга — почтой» или г. Москва, К-12, Б. Черкасский пер., 2/10, контора «Академкнига», отдел «Книга — почтой».

Книготоргующие и другие организации направляют заказы Управлению книжной торговли Госкомитета Совета Министров БССР по печати по адресу: г. Минск, Омский пер., 13.

ЕПЛО- И МАССООБМЕН
В ДИСПЕРСНЫХ
СИСТЕМАХ

МИНСК 1965

АКАДЕМИЯ НАУК БССР
ИНСТИТУТ ТЕПЛО- И МАССООБМЕНА

ТЕПЛО- И МАССООБМЕН
В ДИСПЕРСНЫХ СИСТЕМАХ



Минск 1965

М. Н. МАРКОВА, И. Г. МАРТЮШИН

ИССЛЕДОВАНИЕ МАССООБМЕНА
ПРИ ИСПАРЕНИИ ВОДЫ С ПОВЕРХНОСТИ ИЗДЕЛИЙ,
ПОГРУЖЕННЫХ В ПСЕВДООЖИЖЕННЫЙ
СЛОЙ МЕЛКОЗЕРНИСТОГО МАТЕРИАЛА

В сборнике представлены работы, охватывающие широкий круг вопросов, связанных с гидродинамикой и тепло- и массопереносом в псевдоожиженных системах, сквозных двухфазных потоках и неподвижных слоях дисперсных материалов.

Рассчитана на исследователей и инженеров, разрабатывающих новые процессы и аппараты химической, металлургической, энергетической и смежных отраслей промышленности, а также других научных и инженерно-технических работников, занимающихся вопросами тепло- и массообмена.

Редакция:
В. Д. ДЛНСКИЙ, С. С. ЗАВРОДСКИЙ (президент),
А. И. ТАМАРИН

Массообмен с поверхностью, погруженной в псевдоожиженный слой, подвергся детальному исследованию в ряде работ [1]. Между тем массообмен в аналогичных условиях изучен очень слабо. Из опубликованных работ следует отметить опыты В. Д. Гвоздева [2] по испарению воды с поверхности влажных изделий, погруженных в нагретый псевдоожиженный слой мелкозернистого материала. Он показал, что влажные ткани, картон и другие материалы высушиваются в псевдоожиженном слое в 2—3 раза быстрее, чем в потоке воздуха при всех прочих равных условиях. Этот факт подтверждается другими литературными данными, в которых, кроме того, имеются указания, что сушка влажных тканей в псевдоожиженном слое была испробована в промышленных условиях [3].

Все эти работы, однако, имеют чисто технологическое направление. Систематическое изучение природы массообмена между газом (паром) и поверхностью изделия, погруженного в псевдоожиженный слой, никем, по-видимому, не осуществлялось. Это побудило нас заняться исследованием коэффициентов массообмена при испарении воды непосредственно в псевдоожиженном слое в целях более глубокого проникновения в механизм переноса вещества в условиях, когда массообменная поверхность подвергается обработке движущимися частицами.

Для исследования массообмена при испарении воды с поверхности, погруженной в псевдоожиженный слой, была создана экспериментальная установка (рис. 1).

В аппарате диаметром 0,15 м и высотой 0,5 м создавался псевдоожиженный слой. Аппарат был изготовлен из стекла, что позволяло вести визуальные наблюдения за состоянием слоя. Псевдоожижающей средой служил воздух, расход которого измерялся ротаметром. В качестве мелкозернистого материала использовался кварцевый песок. Было проведено три серии опытов с различным фракционным составом песка — с эквивалентными диаметрами частиц соответственно 0,565, 0,488 и 0,347 мм.

Установка позволяла определять количество испарившейся влаги с поверхности в единицу времени. Измерение влажности воздуха осуществлялось с помощью психрометра с регулируемым обдувом шарика мокрого термометра.

Опыты проводились при температуре слоя 50° С. Слой подогревался двумя электрическими спиральами, погруженными в него. Температура слоя поддерживалась постоянной (в пре-

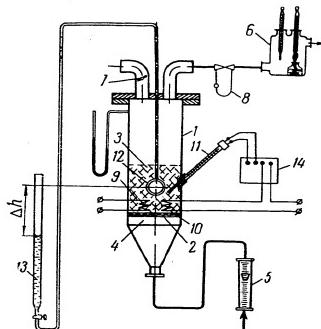


Рис. 1. Схема установки:
1 — колонна; 2 — газораспределительная решетка; 3 — псевдоожиженный слой; 4 — газораспределительная камера; 5 — ротаметр; 6 — психрометр; 7 — заслонка; 8 — термопара; 9 — электрическая спираль; 10 — контактный термометр; 11 — измерительная щечка; 12 — измерительная бюретка; 13 — терморегулятор

делах $\pm 0,5^\circ\text{C}$) терморегулятором и измерялась ртутным термометром.

Известно, что при теплообмене между кипящим слоем и погруженным в него изделием коэффициенты теплообмена сильно зависят от режима псевдоожижения и при определенных условиях проходят через максимум [1]. Естественно, что только вблизи этого максимума можно ожидать наибольшей интенсивности испарения.

С достаточной точностью режим, соответствующий максимальной теплопередаче в псевдоожиженному слое, может быть рассчитан по формуле [4]

$$\text{Re} = 0,12 \Delta t^{0.5} \quad (1)$$

Для относительно крупных фракций твердого материала кривая зависимости α от скорости газа является довольно пологой вблизи максимума. Это позволяет выйти за пределы режима, установленного выражением (1). Как известно, И. М. Федоров [5] предложил для расчета рабочих скоростей газа формулу

$$\text{Re} = 0,19 \text{Fe}^{1.56} \quad (2)$$

Выражение этого уравнения через критерий Архимеда дает сходную с выражением (1) зависимость, но постоянный коэффициент при критерии Архимеда получается почти в два раза большим. Это позволяет наметить следующую область рабочих скоростей газа, в пределах которой условия максимального теплообмена будут удовлетворяться с достаточной точностью:

$$\text{Re} = (0,12 \div 0,22) \Delta t^{0.5} \quad (3)$$

Количество жидкости, поступающее на испарение, определяется напором в ячейке испарения. Изменение напора осуществляется изменением уровня жидкости в бюретке относительно центра ячейки (на схеме эта величина обозначена Δh).

При установленном режиме для каждой величины Δh измерялось количество жидкости, испаряемой в единицу времени, и влагосодержание воздуха по психрометру. В каждом опыте сводился материальный баланс по влаге. При одном расходе воздуха измерялась скорость испарения влаги с поверхности при различных величинах Δh .

На рис. 2 показано несколько кривых зависимости W от Δh при различных скоростях воздуха в свободном сечении аппарата. Как видно, Δh принимает отрицательные значения. Это говорит о наличии в системе капиллярного разрежения. Из графика видно, что при низких значениях Δh скорость испарения почти постоянна, однако при более высоком напоре в ячейке скорость испарения начинает возрастать. Мы предположили, что увеличение скорости испарения связано в данном случае с перемещением фронта испарения в глубь псевдоожиженного слоя, вследствие чего увеличивается поверхность испарения. Известное подтверждение этому мы получили путем визуальных наблюдений за состоянием поверхности испарения. При больших напорах на поверхности обнаруживалась

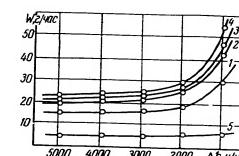


Рис. 2. Зависимость скорости сушки W от Δh ($d_s = 0,347 \text{ мм}$):
1 — скорость воздуха $w = 0,400 \text{ м/сек}$;
2 — 0,448; 3 — 0,512; 4 — 0,582; 5 — конвективная сушка вне псевдоожиженного слоя при $w = 0,668 \text{ м/сек}$

слой налипших частиц. В то же время при работе в области значений Δh , соответствующих постоянной скорости испарения, поверхность фильтров всегда оказывалась чистой.

При расчете коэффициентов массообмена мы всегда пользовались значениями скорости испарения, полученными из графика $W=f(\Delta h)$ и соответствующими области малых напоров в ячейке испарения ($W=\text{const}$).

Были проведены сравнительные опыты по испарению влаги с поверхности той же ячейки непосредственно в поток воздуха (вне псевдоожженного слоя). Результаты этого опыта представлены кривой 5 на рис. 2. Как видно, скорость испарения в этом случае в 3—4 раза ниже скорости испарения в псевдоожженном слое при той же температуре и том же расходе воздуха.

Коэффициент массообмена от погруженной в слой поверхности массообмена определяется из уравнения

$$m = \frac{dW}{dF} = \frac{\beta}{RT} (p_w - p_\infty), \quad (4)$$

Это уравнение, однако, не учитывает конвективного потока воздуха, возникающего при испарении воды с поверхности. С учетом этого конвективного потока уравнение массообмена записывается следующим образом:

$$\Sigma m = \beta' \frac{P}{RT} \ln \frac{P - p_\infty}{P - p_w}. \quad (5)$$

Для коэффициентов массообмена характерно соотношение

$$\beta' = \beta/K_h, \quad (6)$$

где

$$K_h = \frac{P}{p_w - p_\infty} \ln \frac{P - p_\infty}{P - p_w}. \quad (7)$$

В наших опытах K_h имеет значение порядка 0,96. Если положить для K_h значение, равное единице, то ошибка расчета мало повлияет на точность определения коэффициента массообмена и расчет можно произвести по более простому уравнению (4). Методика обработки опытных данных еще более упрощается, если пользоваться величиной влагосодержания воздуха. Тогда уравнение массообмена записывается следующим образом:

$$m = \beta \frac{P}{R_2 T} (x_w - x_\infty), \quad x = \frac{R_2}{R_1} \frac{P}{P - \rho}. \quad (8)$$

Следовательно, расчетное уравнение имеет вид

$$\beta = \frac{W}{Y_r \Delta x_{\text{ср}} F}. \quad (9)$$

На рис. 3 приведены зависимости коэффициента массообмена от скорости воздуха в свободном сечении аппарата. Обнаруживается значительный разброс опытных точек. Анализируя причины этого разброса, мы пришли к выводу, что фронт испарения в некоторых случаях мог смещаться не только в глубь слоя, как это было установлено выше, но и внутрь пакета фильтровальной бумаги, из которого была образована поверхность испарения.

Если фронт испарения смещается внутрь пакета хотя бы на один листок, то появляется дополнительное диффузионное сопротивление. В этом случае можно записать

$$\frac{1}{\beta_1} = \frac{1}{\beta} + \frac{\delta_\phi}{D_\phi}. \quad (10)$$

Второй член этого уравнения не зависит от режима псевдоожжения. Следовательно, кривые зависимости коэффициентов массообмена β и β' для двух положений фронта испарения должны быть эквидистантными. Несмотря на то что в процессе опытов диффузионные характеристики фильтров могли претерпевать изменения, опытные точки ложатся на эквидистантные кривые вполне удовлетворительно (2—5). Перемещение фронта испарения в данном случае также происходило под влиянием капиллярного разрежения в ячейке испарения.

Очевидно, можно сравнивать только те значения коэффициентов массообмена, которые соответствуют одинаковому расположению фронта испарения, а именно на поверхности ячейки испарения (кривые 1, 2, 4).

Общий ход зависимости $\beta=f(\omega)$ имеет известную аналогию с ходом кривой $a=f(w)$. Наличие максимума является, по-видимому, общим для обеих зависимостей. Однако полученные экспериментальные данные свидетельствуют о том, что максимум на кривой $\beta=f(\omega)$ существенно сдвигнут в сторону больших скоростей воздуха по сравнению с положением ма-

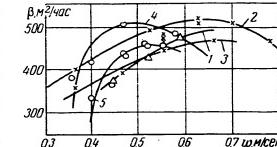


Рис. 3. Зависимость коэффициента массообмена β от скорости воздуха в свободном сечении аппарата:

1 — $d_g=0.565$ мм; 2 — $d_g=0.488$; 3 — $d_g=0.447$

ксимума на кривой $\alpha = f(\omega)$. Так, например, для второй серии опытов (кривая 2) скорость воздуха, соответствующая z_{\max} , рассчитанная по уравнению (1), имеет значение 0,40 м/сек. По опытным данным, скорость воздуха, соответствующая максимальному значению коэффициента массообмена, составляет 0,65—0,70 м/сек. В одной из серий опытов (кривая 4) скорость воздуха, соответствующая z_{\max} , получалась равной 0,34 м/сек. В то время как для максимума массообмена она составляла 0,50 м/сек.

Заметна зависимость коэффициентов массообмена от размеров частиц. Это подтверждает высказанные выше суждения об аналогичном характере механизма тепло- и массообмена в псевдоожиженном слое.

Обозначения

$$\text{Re} = \frac{\omega d_s Y_r}{\mu g} - \text{критерий Рейнольдса; } Ar = \frac{d_s^3 Y_r Y_f}{\mu^2 g} - \text{критерий Архимеда; } \omega - \text{скорость воздуха в свободном сечении аппарата; } d_s - \text{эквивалентный диаметр частиц; } Y_r - \text{удельный вес твердого материала; } Y_f - \text{удельный вес газа; } \mu - \text{вязкость газа; } g - \text{ускорение силы тяжести; } Fe = d_s \sqrt{\frac{4g}{3\omega^2} \left(\frac{Y_r}{Y_f} - 1 \right)} - \text{критерий Федорова; } W - \text{скорость испарения жидкости; } F - \text{поверхность испарения; } \beta - \text{коэффициент массообмена; } R_1 \text{ и } R_2 - \text{газовые постоянные диффундирующего вещества и несущего газа; } p_w - \text{парциальное давление водяных паров у испаряющейся поверхности; } p_\infty - \text{парциальное давление водяных паров вдали от поверхности испарения; } T - \text{температура; } P - \text{общее давление в системе; } \beta_1 - \text{условный коэффициент массообмена; } \delta_b - \text{толщина листочка фильтровальной бумаги; } D_\phi - \text{коэффициент диффузии пара через фильтр; } \alpha - \text{коэффициент теплоотдачи.}$$

ЛИТЕРАТУРА

- С. С. Забродский. Гидродинамика и теплообмен в псевдоожиженном (кипящем) слое. Госэнергопиздат, 1963.
- В. Д. и воздух. Хим. пром., № 4, 1962.
- F. A. Zenz' O. F. Othmer. Fluidisation and Fluid-Particle system. Reinhold Publ. Corp., 1960.
- И. Н. Варигин, И. Г. Мартюшин. Химическое машиностроение, № 5, 1959.
- И. М. Федоров. Теория и расчет процесса сушки во взвешенном состоянии. Госэнергопиздат, 1955.

С. С. ЗАБРОДСКИЙ, Я. П. ШЛАПКОВА

ГИДРОДИНАМИКА ПСЕВДООЖИЖЕННОГО СЛОЯ ПРИ НЕГЛУБОКОМ ВАКУУМЕ

Применение псевдоожиженного слоя в процессах сушки термоочувствительных зернистых (порошкообразных) материалов под вакуумом имеет известные преимущества из-за интенсивного пневматического перемешивания слоя, благодаря чему не будет местных перегревов материала от излучателей, размещенных вне слоя. Кроме того, можно будет интенсивно подводить тепло от поверхностей нагрева, погруженных в слой.

Для разработки тепло- и массообменных аппаратов с псевдоожиженным слоем, работающим под вакуумом, необходимо учесть, что в плотном и слабо расширенном псевдоожиженных слоях мелких частиц уже при неглубоком вакууме наступает течение со скольжением, так как средняя длина свободного пробега молекул газа становится соизмеримой с диаметром «каналов» между частицами. Так, например, при порозности $t=0,5$ псевдоожиженного воздухом комнатной температуры слоя частиц диаметром 100 мк Кп = 0, при давлении 1066,4 н/м².

Количественные данные о псевдоожижении под вакуумом почти отсутствуют. Несколько нам известно, в литературе имеется лишь одна работа в этой области [1]. Ее авторы Кавамура и Сузава приводят сравнительно немногочисленные первичные данные по гидродинамике и некоторые корреляции этих данных, но не делают попыток получить обобщенные выражения для таких основных гидродинамических характеристик слоя, как скорость минимального псевдоожижения и расширение слоя.

Данная работа является попыткой восполнить этот пробел. Экспериментально исследовано наступление псевдоожижения и ход расширения слоев узких фракций песка диаметром 0,25—0,14 и 0,1—0,14 мм и стеклянных шариков диаметром 0,3—0,25; 0,75—0,80 и 0,1 мм при давлениях воздуха над слоем от 133,3 н/м² до атмосферного при комнатной температуре. Схематическое изображение экспериментальной установки показано на рис. 1. Расход воздуха измерялся реометром с половоротными диафрагмами.

Чтобы перепад давления на слой был значительно меньше абсолютного давления в верхней части слоя, опыты проводились с неглубокими слоями $h_0 = 10 - 70$ мм. В противном случае скорость газа в слое быстро уменьшается в направлении сверху вниз и для того, чтобы привести в движение весь слой, линейная скорость газа в верхней части слоя должна быть значительно выше минимальной скорости псевдоожижения.

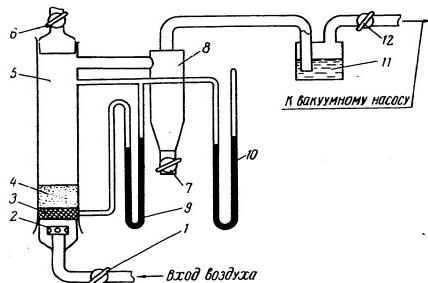


Рис. 1. Схема экспериментальной установки:

1, 6 и 12 — краны для регулирования откачки воздуха из установки и подачи воздуха в установку; 2 — вакуумный соединитель — газораспределительная решетка (параллельная трубы или плоский слой песка $d=0,25 - 0,14$ мм); 3 — слой псевдоожижения материала; 4 — труба из твердого стекла, $D=18$ мм; 7 — кран для удаления пыли из циклона; 8 — циклон; 10, 9 — манометрический и ртутный манометры; 11 — магнитный фильтр

Из [1] и наших опытов ясно, что зависимость сопротивления слоя от массовой скорости потока подобна аналогичной зависимости при атмосферном давлении.

Соотношение R между фактическим перепадом давления в псевдоожиженном слое и весом материала, приходящимся на единицу площади сечения слоя, является некоторой характеристикой однородности псевдоожижения. С понижением давления величина R уменьшалась. Так, например, в наших опытах с песком $d=0,25 - 0,14$ мм при $P=133,3$ Н/м² $R=0,69 - 0,75$, тогда как при $5,33 \cdot 10^4$ Н/м² R поднималось до $0,88 - 0,92$. Подобный характер изменения величины R наблюдался и другими исследователями [1].

Для расчета минимальной скорости псевдоожижения при пониженном давлении воспользуемся формулой Лева [3], пред-

ложенной для расчета минимальной скорости псевдоожижения при атмосферном давлении:

$$G_{n,y} = \frac{Cd g \rho_c (\rho_m - \rho_s)}{\mu} \quad (1)$$

Из (1) видно, что массовая скорость начала псевдоожижения уменьшается с уменьшением давления. Для области вязкостного течения, где еще не сказывается эффект скольжения, C_n пропорционально давлению.

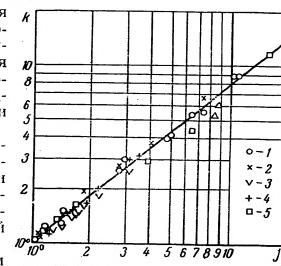
Для области течения со скольжением пропорциональность должна нарушаться в сторону увеличения массовой критической скорости, что действительно подтверждается данными [1] и нашими опытами.

Попытаемся видоизменить известную интерполяционную формулу Тодеса и др. [2] для начала псевдоожижения, введя в нее дополнительно к Δg второй определяющий критерий K_p , число Кнудсена K_p , с тем чтобы единой формулой охватить не только основную область вязкого течения, но и течение со скольжением. С этой целью полагаем

$$Re_{n,y} = \frac{\Delta g (1 + BK_p) n}{1400 + 5,29 \sqrt{\Delta g}} \quad (2)$$

Имеющиеся опытные данные (рис. 2) удовлетворительно описываются формулой такого вида при $B = 10$ и $n = 1,18$.

В формуле (2) критерий K_p подсчитывался по эквивалентным диаметрам „каналов“ между частицами $d_e = \frac{2}{3} \frac{md}{(1-m)}$; средняя длина свободного пробега молекул воздуха при нормальных условиях принималась равной $7 \cdot 10^{-8}$ м. Порозность слоя при пределе устойчивости, как обычно, взята $m = 0,4$. Некоторые первичные опытные данные приведены в табл. 1.

Рис. 2. Зависимость поправочного коэффициента $k = 1 + 10 K_p$ от отношения

$$j = \frac{W_P^n}{W_P^y}$$

1 — песок $d = 0,118$; 2 — $0,187$ мм; 3 — стеклянные шарики $d = 0,775$ мм; 4 — опыты Кавамура и Окуиши, силиконовые; 5 — стеклянные шарики $d = 0,1$ мм

Таблица 1
Зависимость минимальной скорости псевдоожижения
 W_{\min} от давления

Материал	ρ_M кг/м ³	d_s мм	$P \cdot 10^{-2}$, н/м ²	W_{\min} м/сек	$P \cdot 10^3$, н/м ²	W_{\min} м/сек
Стеклянные шарки	2900	0,775	0,133	2,0	0,532	1,1
			0,266	1,42	0,665	0,948
			0,399	1,25	0,798	0,932
	2900	0,1	0,133	0,181	3,99	0,017
			0,399	0,071	6,65	0,0133
			0,798	0,044	40	0,12
Песок	2640	0,118	0,133	0,193	1,33	0,0254
			0,226	0,112	6,66	0,0200
			0,4	0,080	40	0,0157
	2640	0,187	0,133	0,303	26,6	0,052
			0,266	0,164	66,6	0,044
			0,399	0,11	40,0	0,04

Исследовалось также расширение псевдоожиженного слоя в зависимости от скорости фильтрации и глубины вакуума. Высота расширенного слоя определялась непосредственным измерением через прозрачную стенку трубы (табл. 2).

Для описания опытных данных можно предложить интерполяционную формулу

$$Re = \frac{Ag m^{1.75} (1 + 10^4 Kn)^{0.054}}{18 + 6.0 V Ag m^{1.75} (1 + 10^4 Kn)^{0.054}} \quad (3)$$

и обращенную

$$m = \left[\frac{18 Re + 0.36 Re^2}{Ag (1 + 10^4 Kn)^{0.257}} \right]^{0.21} \quad (4)$$

Они подобраны нами так, чтобы удобные интерполяционные формулы Тодеса и др. [2] получались из них как частный случай при достаточно малых Кп. Несомненно, это лишь первое приближение и после накопления новых систематических данных о расширении псевдоожиженных слоев под вакуумом можно будет эти формулы уточнить.

На рис. 3 нанесены экспериментальные данные и величины, вычисленные по формуле (4). Разброс точек в значительной мере объясняется погрешностями формул Тодеса и др. [2], положенных в основу обработки наших опытных данных.

12

Таблица 2
Зависимость относительного расширения $\frac{h}{h_0}$
от линейной скорости фильтрации и давления

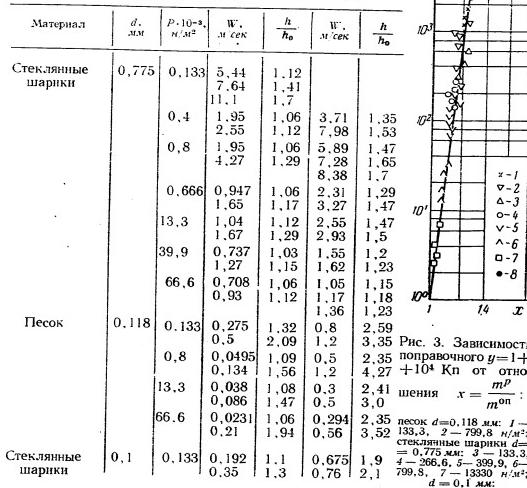


Рис. 3. Зависимость относительного расширения $y = 1 + \frac{h}{h_0}$ от линейной скорости фильтрации $x = \frac{m}{m^0}$:
 $d=0,118$ мм; $1 -$ стеклянные шарики $d=0,775$ мм; $2 -$ 133,3 н/м²; $3 -$ 266,6 н/м²; $4 -$ 399,9 н/м²; $5 -$ 775,8 н/м²; $6 -$ 1330 н/м²; $7 -$ 206,6 н/м²; $8 -$ 3330 н/м².

Обозначения

$Ag = \frac{gd^3(\rho_M - \rho_c)}{\gamma^2 \rho_c}$ — критерий Архимеда; $Kn = \lambda/d_s$ — критерий Кнудсена; B — коэффициент в формуле (2); C — функция Re [3]; d — диаметр частиц; d_s — гидравлический диаметр „каналов“ между частицами; g — гравитационное ускорение; G — массовая скорость фильтрации; h — высота псевдоожиженного слоя; h_0 — высота осевшего слоя; m — порозность слоя; n — показатель степени в формуле (2);

P — давление; R — отношение сопротивления слоя к весу столба материала на единицу площади сечения слоя; W — линейная скорость фильтрации; \bar{r} — средняя длина свободного пробега молекул газа; μ — динамический коэффициент вязкости; ν — кинематический коэффициент вязкости; ρ_m — плотность частиц; ρ_g — плотность газа.

Индексы: p , u — предел устойчивости слоя; op — опытные величины; r — рассчитанные по интерполяционной формуле Тодеса и др.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. Кавамура, И. Сузава. Механизм течения газа во флюидизированном слое при низких давлениях. «Кагаку Когаку», 1961, 15, № 7. Перевод № 26150/2. Бюро переводов ВНИТИ.
2. В. Д. Горошко, Р. Б. Розенбаум, О. М. Тодес. Изв. вузов. Нефть и газ. № 1. 1958.
3. М. Лева. Псевдоожижение. Гостонтехиздат. 1961.

Н. Ф. ПЛКХС

К МЕТОДИКЕ РАСЧЕТА КИНЕТИКИ НАГРЕВА ВЛАЖНОГО МАТЕРИАЛА В ПСЕВДООЖИЖЕННОМ СЛОЕ

Высокая интенсивность процессов тепло- и массопереноса и достаточно равномерный нагрев отдельных частиц, обеспечиваемые в установках с псевдоожиженым слоем, делают этот метод особенно перспективным при сушке различных термоСильных материалов.

Очевидно, в основу расчета высокointенсивного процесса сушки термолабильных материалов в псевдоожиженым слое может быть положен метод, предложенный А. С. Гинзбургом и В. А. Резчиковым. Этот метод основан на определении продолжительности сушки с учетом нагрева материала до максимально допустимой температуры.

Основываясь на экспериментально установленных закономерностях процесса сушки зерна в псевдоожиженым слое, авторы получили аналитическим путем уравнение для расчета продолжительности нагрева влажного материала в периоде постоянной скорости [1, 6].

Нами предлагается приближенный метод расчета кинетики нагрева влажного дисперсного материала в псевдоожиженном слое применительно к процессу периодической сушки в периоде падающей скорости.

Известно, что кинетический расчет теплообмена материала со средой в псевдоожиженном слое, основанный на определении коэффициента теплообмена, приводит к значительным погрешностям [1, 3]. Это прежде всего вызвано невозможностью точного измерения как температуры поверхности материала, так и распределения температурного напора между фазами в слое [7]. Вполне очевидно, что даже малейшая неточность в измерении температуры приводит к значительным изменениям средней разности температур, а следовательно, и величины коэффициента теплообмена в псевдоожиженном слое. Кроме того, величина ошибки при кинетическом расчете теплообмена в псевдоожиженном слое в большей степени зависит и от обычно имеющего место неоднородного псевдоожижения, обусловленного каналаобразованием и прорывом частиц газов через слой в виде пузырей. При этом из-за подмешивания

к отработавшему сушильному агенту прорвавшихся неохлажденных газов расчетный температурный напор в псевдоожиженном слое, определяемый даже на основании точных замеров температуры в эксперименте, должен быть в несколько раз больше действительного. Естественно, что подсчитанные по подобному кажущемуся расчетному температурному напору коэффициенты теплообмена являются условными величинами, заниженными чуть ли не на порядок по сравнению с действительными a .

Из сказанного можно сделать вывод, что даже в принципе невозможно получить точные зависимости для расчета среднего температурного напора Δt_{ep} и коэффициента теплообмена a применительно к реальному псевдоожиженному слою дисперсного материала, тем более влажного. С другой стороны, учитывая, что при достаточно равномерном газораспределении и соответствующей нагрузке материала на решетку газы, выходящие из псевдоожиженного слоя, имеют температуру, близкую к температуре материала в слое $t_0 = \Theta$ [3, 5], и можно вести расчет теплообмена в процессе сушки, не зная величины a и Δt_{ep} , а пользуясь статическим балансовым расчетом.

Если принять нагрев частиц безградиентным, а температуру материала одинаковой в один и тот же момент по всему объему слоя [1], уравнение теплового баланса псевдоожиженного слоя влажного материала применительно к процессу периодической сушки будет иметь следующий вид:

$$G c_m \frac{d\Theta}{dz} = F_p v c (t_0 - \Theta) + \frac{G}{(100 - W)} \frac{dW}{dz} r - \frac{dQ_s}{dz}. \quad (1)$$

Нами рассматриваются основные закономерности нагрева влажного материала в наиболее характерном втором периоде сушки, когда с достаточной для инженерных расчетов точностью может быть принят следующий закон изменения скорости сушки:

$$\frac{dW}{dz} = K (W'_1 - W_p) \exp(-Kz). \quad (2)$$

При этом

$$W = W_p + (W'_1 - W_p) \exp(-Kz). \quad (3)$$

Выразим значения веса G и теплоемкости материала c_m для любого момента времени z :

$$G = G_1 \frac{100 + W}{100 + W'_1}; \quad (4)$$

$$c_m = c_{c,b} + (1 - c_{c,b}) \frac{W}{100 + W} = \\ = \frac{100c_{c,b} + W_p + (W'_1 - W_p) \exp(-Kz)}{100 + W}. \quad (5)$$

Следует отметить, что теплота парообразования может быть определена по следующей приближенной формуле:

$$r = 597 - 0,56 \Theta_{sp} + r_{E,sp}. \quad (6)$$

Величина $r_{E,sp}$ может оказать заметное влияние на тепловой баланс сушильной установки при глубокой сушке материалов до малой остаточной влажности.

Согласно [1], можно принять

$$\frac{dQ_s}{dz} = Q_s G_1. \quad (7)$$

После подстановки (2), (4), (5), (7) в исходное уравнение (1) и соответствующих преобразований получаем

$$\frac{d\Theta}{dz} + \Theta \frac{B \exp(Kz)}{M \exp(Kz) + W'_1 - W_p} = \\ = \frac{B \left[t_0 - \frac{Q_s}{B} (100 + W'_1) \right] \exp(Kz) - D}{M \exp(Kz) + W'_1 - W_p}, \quad (8)$$

где

$$B = \frac{F_p v c (100 + W'_1)}{G_1}; \quad (9)$$

$$D = K (W'_1 - W_p) (597 - 0,56 \Theta_{sp} + r_{E,sp}); \quad (10)$$

$$M = 100 c_{c,b} + W_p. \quad (11)$$

Решение неоднородного линейного уравнения первого порядка (8) можно представить интегральным уравнением

$$\Theta = \exp \left(- \int_0^z p(z) dz \right) \left[\int_0^z q(z) \exp \left(\int_0^z p(z) dz \right) dz + c \right], \quad (12)$$

где

$$p(z) = - \frac{B \exp(Kz)}{M \exp(Kz) + W'_1 - W_p}; \quad (13)$$

к отработавшему сушильному агенту прорвавшихся неохлажденных газов расчетный температурный напор в псевдоожженном слое, определяемый даже на основании точных замеров температур в эксперименте, должен быть в несколько раз больше действительного. Естественно, что подсчитанные по подобному кажущемуся расчетному температурному напору коэффициенты теплообмена являются условными величинами, заниженными чуть ли не на порядок по сравнению с действительными a .

Из сказанного можно сделать вывод, что даже в принципе невозможно получить точные зависимости для расчета среднего температурного напора Δt_{cp} и коэффициента теплообмена a применительно к реальному псевдоожженному слою дисперсного материала, тем более влажного. С другой стороны, учитывая, что при достаточно равномерном газораспределении и соответствующей нагрузке материала на решетку газы, выходящие из псевдоожженного слоя, имеют температуру, близкую к температуре материала в слое $t_2 = \Theta$ [3, 5], и можно вести расчет теплообмена в процессе сушки, не зная величины a и Δt_{cp} , пользуясь статическими балансовыми расчетом.

Если принять нагрев частиц безградиентным, а температуру материала одинаковой в один и тот же момент по всему объему слоя [1], уравнение теплового баланса псевдоожженного слоя влажного материала применительно к процессу периодической сушки будет иметь следующий вид:

$$G c_m \frac{d\Theta}{dz} = F_p v \gamma c (t_1 - \Theta) + \frac{G}{(100 - W)} \frac{dW}{dz} r - \frac{dQ_s}{dz}. \quad (1)$$

Нами рассматриваются основные закономерности нагрева влажного материала в наиболее характерном втором периоде сушки, когда с достаточной для инженерных расчетов точностью может быть принят следующий закон изменения скорости сушки:

$$\frac{dW}{dz} = K (W'_1 - W_p) \exp(-Kz). \quad (2)$$

При этом

$$W = W_p + (W'_1 - W_p) \exp(-Kz). \quad (3)$$

Выразим значения веса G и теплоемкости материала c_m для любого момента времени z :

$$G = G_1 \frac{100 + W}{100 + W_1}; \quad (4)$$

$$c_m = c_{c,b} + (1 - c_{c,b}) \frac{W}{100 + W} = \\ = \frac{100c_{c,b} + W_p + (W'_1 - W_p) \exp(-Kz)}{100 + W}. \quad (5)$$

Следует отметить, что теплота парообразования может быть определена по следующей приближенной формуле:

$$r = 597 - 0,56 \Theta_{cp} + r_{E, cp}. \quad (6)$$

Величина $r_{E, cp}$ может оказывать заметное влияние на тепловой баланс сушильной установки при глубокой сушке материалов до малой остаточной влажности.

Согласно [1], можно принять

$$\frac{dQ_s}{dz} = Q_s G_1. \quad (7)$$

После подстановки (2), (4), (5), (7) в исходное уравнение (1) и соответствующих преобразований получаем

$$\frac{d\Theta}{dz} + \Theta \frac{B \exp(Kz)}{M \exp(Kz) + W'_1 - W_p} = \\ = \frac{B \left[t_1 - \frac{Q_s}{B} (100 + W_1) \right] \exp(Kz) - D}{M \exp(Kz) + W'_1 - W_p}, \quad (8)$$

где

$$B = \frac{F_p v \gamma c (100 + W_1)}{G_1}; \quad (9)$$

$$D = K (W'_1 - W_p) (597 - 0,56 \Theta_{cp} + r_{E, cp}); \quad (10)$$

$$M = 100 c_{c,b} + W_p. \quad (11)$$

Решение неоднородного линейного уравнения первого порядка (8) можно представить интегральным уравнением

$$\Theta = \exp \left(- \int_0^z p(z) dz \right) \int_0^z [q(z) \exp \left(\int_0^z p(z) dz \right) dz + c], \quad (12)$$

где

$$p(z) = \frac{B \exp(Kz)}{M \exp(Kz) + W'_1 - W_p}; \quad (13)$$

$$q(z) = \frac{B \left[t_1 - \frac{Q_s}{B} (100 + W_1) \right] \exp(Kz) - D}{M \exp(Kz) + W_1' - W_p}. \quad (14)$$

Учитывая, что при $z = 0$ $b = \theta_0$, опуская промежуточные преобразования, получаем

$$\Theta = t_1 - \frac{Q_s}{B} (100 + W_1) + \left[\Theta_0 - t_1 + \frac{Q_s}{B} (100 + W_1) \right] \times \left[\frac{M + W_1' - W_p}{M \exp(Kz) + W_1' - W_p} \right]^{\frac{B}{MK}} - S(z), \quad (15)$$

где

$$S(z) = \frac{D}{K} [M \exp(Kz) + W_1' - W_p]^{\frac{B}{MK}} \times \sum_{n=1}^{\frac{B}{MK}-1} \frac{(W_1' - W_p)^{n-1}}{\left(\frac{B}{MK} - n \right)} \left[M \exp(Kz) + W_1' - W_p \right]^{\frac{B}{MK}-n} - (M + W_1' - W_p)^{\frac{B}{MK}-n}, \quad (16)$$

Вполне очевидно, что расчет кинетики нагрева влажного материала в процессе сушки по формуле (15) связан с известными трудностями, поскольку полученное решение неудобно для практического применения.

Формулу (16) можно представить в следующем виде:

$$S(z) = \frac{D}{K} [M \exp(Kz) + W_1' - W_p]^{-1} S_1 - \frac{D}{K(M + W_1' - W_p)} \left[\frac{M + W_1' - W_p}{M \exp(Kz) + W_1' - W_p} \right]^{\frac{B}{MK}} S_2, \quad (17)$$

где

$$S_1 = \sum_{n=1}^{\frac{B}{MK}-1} \frac{1}{\left(\frac{B}{MK} - n \right)} \left[\frac{W_1' - W_p}{M \exp(Kz) + W_1' - W_p} \right]^{n-1}; \quad (18)$$

18

$$S_2 = \sum_{n=1}^{\frac{B}{MK}-1} \frac{1}{\left(\frac{B}{MK} - n \right)} \left[\frac{W_1' - W_p}{M + W_1' - W_p} \right]^{n-1}. \quad (19)$$

Анализ (18) и (19) показал, что конечные ряды S_1 и S_2 могут быть с большой степенью точности заменены убывающими конечными геометрическими прогрессиями, сумма которых легко подсчитывается. При этом, не останавливаясь на промежуточных преобразованиях, получаем:

$$S_1 = \frac{K[M \exp(Kz) + W_1' - W_p]}{\exp(Kz)(B - MK)}; \quad (20)$$

$$S_2 = \frac{K(M + W_1' - W_p)}{B - MK}. \quad (21)$$

Тогда

$$S(z) = \frac{D}{\exp(Kz)(B - MK)} - \frac{D}{B - MK} \left[\frac{M + W_1' - W_p}{M \exp(Kz) + W_1' - W_p} \right]^{\frac{B}{MK}}. \quad (22)$$

Следует отметить, что относительная ошибка, вызванная приближенным вычислением (17), пренебрежимо мала и в реальных условиях не превышает величины порядка 0,01—0,02%. А по отношению к расчетной величине Θ и того меньше.

В результате, подставив (22) в (15), окончательно получаем

$$\Theta = t_1 - \frac{Q_s}{B} (100 + W_1) + \left[\Theta_0 - t_1 + \frac{Q_s}{B} (100 + W_1) + \frac{D}{B - MK} \left[\frac{M + W_1' - W_p}{M \exp(Kz) + W_1' - W_p} \right]^{\frac{B}{MK}} - \frac{D}{\exp(Kz)(B - MK)} \right]. \quad (23)$$

Анализируя (23), видно, что кинетика нагрева влажного испаренного материала в псевдоожижением слое определяется в первую очередь температурой, скоростью и физическими свойствами сушильного агента, удельной нагрузкой материала

на газораспределительную решетку, а также начальной влажностью и основными свойствами исследуемого материала как объекта сушки. Приведенное уравнение является приближенным, причем отклонение расчетных значений температуры влажного материала от действительных в большой степени зависит от характера протекания процесса сушки и от того, насколько точно кривая скорости сушки в периоде падающей скорости описывается уравнением (2). Иными словами, погрешность предлагаемого метода определяется тем, насколько сильно влияет изменение влагоэффициентов и усадка частиц (а следовательно, и изменения коэффициента сушки K) на изменение температуры материала в процессе сушки. Поэтому для расчета кинетики нагрева в псевдоожиженном слое долгосохнущих термолабильных материалов по уравнению (23) весь процесс сушки в периоде падающей скорости необходимо разбить на несколько расчетных участков так, чтобы на протяжении каждого элементарного отрезка времени влагоэффициенты и размеры частиц можно было бы считать постоянными [4]. При этом, очевидно, K во время процесса изменяется скачкообразно в зависимости от изменения влажности материала при переходе к каждому последующему расчетному участку процесса.

Таким образом, зная закон изменения опытного коэффициента сушки от влажности материала $K = f(W)$ и принимая для каждого расчетного участка его величину постоянной

$$\text{и равной } K_{\text{ср}}^i = \frac{1}{W_1^i - W_2^i} \int_{W_1^i}^{W_2^i} f(W) dW, \text{ можно рассчитать с ка-}$$

кой угодно точностью кинетику нагрева высоковлажного долгосохнущего дисперсного материала в псевдоожиженном слое (до предельно допустимой температуры) методом последовательного суммирования приростов температур, вычисленных для каждого из расчетных участков по формуле (23).

При расчете кинетики процесса разбивка на отдельные зоны (расчетные участки) необходима и в том случае, когда процесс сушки термолабильного материала осуществляется по ступенчатому режиму с постепенным изменением в каждой последующей зоне параметров сушильного агента [9].

Необходимость проведения процесса сушки по ступенчатому режиму может быть вызвана не только изменением предельно допустимой температуры термоочувствительного материала по мере снижения влажности, но и усадкой частиц в процессе сушки, а следовательно, и уменьшением оптимальной скорости псевдоожижения и т. д.

Предложенная методика приближенного расчета кинетики прогрева влажного материала в псевдоожиженном слое может быть использована для расчета времени нагрева термоочувствительного материала в процессе периодической сушки.

Обозначения

t_1, t_2 — соответственно температура поступающего и выхodящего из слоя сушильного агента; v ; y ; c — скорость, удельный вес тепломассы сушильного агента; F_p — площадь газораспределительной решетки; G — вес материала при влажности W ; Θ — температура материала; τ — время; $c_{\text{св}}$ — теплоемкость сухого вещества; W_1, W_1' ; W_p — соответственно начальная, приведенная критическая и равновесная влажность материала; Γ — теплота парообразования; Q_s — потери тепла в окружающую среду в единицу времени, отнесенные к единице веса высушиваемого материала; K — коэффициент сушки, определяемый экспериментально; $\Theta_{\text{ср}}$ — средняя температура материала за время τ ; $r_{E,\text{ср}}$ — средненетривальная в диапазоне снимаемой влажности энергия связи влаги с материалом.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. С. Гинзбург, В. А. Резчиков. ИФЖ, № 8, 1962.
2. А. В. Лыков. Тепло- и массообмен в процессах сушки. Госэнергоиздат, 1956.
3. С. С. Забродский. Гидродинамика и теплообмен в псевдоожиженном слое. Госэнергоиздат, 1963.
4. А. С. Гинзбург. Сушка пищевых продуктов. Пищепромиздат, 1960.
5. И. М. Федоров. Теория и расчет процесса сушки. Госэнергоиздат, 1955.
6. П. Д. Лебедев. Расчет и проектирование сушильных установок. Госэнергоиздат, 1963.
7. В. Ф. Фролов, П. Г. Романов, Н. Б. Рашковская. ЖПХ, № 4, 1964.
8. Л. С. Слободкин. ИФЖ, № 3, 1964.
9. И. Л. Любощиц, И. Ф. Пикус. Сообщения по новым физическим методам обработки пищевых продуктов. Гостехиздат УССР, 1963.

.7. К. ВАСАНОВА, Н. И. СЫРОМЯТИНКОВ
**О МЕТОДИКЕ ОБРАБОТКИ ОПЫТНЫХ ДАННЫХ
 ПО ТЕПЛООБМЕНУ МЕЖДУ ЧАСТИЦАМИ И ГАЗОМ
 В ПСЕВДООЖИЖЕННОМ СЛОЕ**

Многими исследователями отмечалось наличие активной зоны в псевдоожженном слое [1, 2], однако ее роль в теплообмене учитывается не всегда. До настоящего времени обработка опытных данных по теплообмену между частицами и газом в псевдоожженном слое производится двумя методами. По первой методике при определении коэффициентов теплоотдачи за температурный напор принимается разность между температурой частиц, обычно равной температуре газа на выходе, и среднеинтегральной по высоте слоя температурой газа [3—9]. В этом случае учитывается реальное распределение температур в слое.

По другой методике при расчете коэффициентов теплоотдачи не учитывается действительное распределение температур в слое и принимается среднеарифметический [10] или среднегологарифмический [1, 11] температурный напор, который относится к поверхности всех частиц без выделения активной зоны теплообмена. При этом коэффициенты теплоотдачи получаются кажущимися.

Различие в методике обработки приводит к различному виду критериальных уравнений.

В первом случае критериальные уравнения имеют вид

$$\text{Nu} = c \text{Re}^a,$$

во втором случае

$$\text{Nu} = c \text{Re}^a \left(\frac{H_0}{d} \right)^m \text{Fe}^p.$$

Уравнения для кажущихся значений отличаются от уравнений для обычных коэффициентов теплоотдачи тем, что включают в себя отношение высоты неподвижного слоя к эквивалентному диаметру частиц $\left(\frac{H_0}{d} \right)$, иначе говоря, поверхность частиц. Характерно, что кажущиеся коэффициенты теплоотдачи при одном и том же гидродинамическом режиме уменьшаются

22

с увеличением высоты засыпки и в пределе при бесконечно большой высоте слоя стремятся к нулю. В действительности же с увеличением высоты слоя при неизменном гидродинамическом режиме снижается не коэффициент теплообмена между газом и частицами, а резко снижается в верхних частях слоя температурный напор [12] и, следовательно, количество передаваемого тепла. Данная картина аналогична теплообмену в высоких неподвижных слоях, где имеется холостая зона [13].

Попытки отдельных авторов объяснить уменьшение кажущихся значений коэффициентов теплоотдачи с ростом высоты неподвижного слоя увеличением количества и размеров газовых пузырей и ухудшением контакта частиц с газом нельзя признать удовлетворительными. Основной причиной падения кажущихся a с высотой неподвижного слоя можно считать увеличение при этом пассивной зоны теплообмена.

Величина активной зоны не зависит от веса засыпки при одинаковом расходе газа. Остальная часть слоя работает неэффективно и может быть исключена при рассмотрении процесса переноса тепла.

Вследствие различного подхода к оценке температурного напора рассчитанные по опытным данным значения коэффициентов теплоотдачи оказываются в несколько раз выше кажущихся значений.

Кроме того, введение симплекса $\left(\frac{H_0}{d} \right)$ в критериальное уравнение теплообмена исключает возможность использования его для практических расчетов, так как этот симплекс не является независимым.

Принципиальное различие между этими двумя коэффициентами теплоотдачи покажем на примере нашего исследования [3, 4]. По одним и тем же опытным данным получено два критериальных уравнения.

Для коэффициентов теплоотдачи, рассчитанных по среднеинтегральной температуре газа, получено уравнение

$$\text{Nu} = 0,316 \text{Re}^{0.8}, \quad (1)$$

которым мы и рекомендовали пользоваться в пределах чисел Re от 40 до 500.

Как видно, уравнение (1) не включает в себя симплекс $\left(\frac{H_0}{d} \right)$, т. е. не является неопределенным.

Другое уравнение для кажущихся коэффициентов теплообмена имеет вид

$$\text{Nu} = 0,37 \text{Re} \left(\frac{H_0}{d} \right)^{-1}. \quad (2)$$

23

Это уравнение получено по тем же экспериментальным данным, что и уравнение (1), в предположении равенства температуры частиц температуре газа на выходе из слоя.

Легко показать путем весьма несложных преобразований, что это уравнение является по существу объединенным уравнением теплового баланса и теплообмена.

Действительно, уравнение (2) является частным случаем (при $\text{Pr}=0,7$) уравнения

$$\text{St} = 0,53 \left(\frac{H_0}{d} \right)^{-1}, \quad (3)$$

где $\text{St} = \frac{\text{Nu}}{\text{Re} \cdot \text{Pr}}$.

Так как средняя порозность неподвижного слоя в наших опытах равна 0,38, то симплекс $\left(\frac{H_0}{d} \right)$ можно заменить отношением поверхности частиц (F_t) к площади сечения реактора (F_p),

$$\frac{H_0}{d} = 0,265 \frac{F_t}{F_p}.$$

Тогда

$$\text{St} = 2 \left(\frac{F_t}{F_p} \right)^{-1}. \quad (4)$$

Рассмотрим теперь объединенное уравнение теплообмена и теплового баланса в псевдоожженном слое

$$z F_t (t_2 - t_{sp}) = 3600 c \gamma \omega F_p (t_2 - t_1).$$

Отсюда

$$\frac{z}{3600 c \gamma \omega} \frac{F_t}{F_p} = \frac{t_2 - t_1}{t_2 - t_{sp}}. \quad (5)$$

Так как

$$\frac{\alpha}{3600 c \gamma \omega} = \text{St}$$

при условии

$$t_1 = t_2 \quad \text{и} \quad t_{sp} = \frac{t_2 + t_1}{2}.$$

правая часть уравнения (5) становится равной двум. Поэтому уравнения вида (2) и (4) как критериальные уравнения конвективного теплообмена теряют свой смысл.

Во всех случаях, когда обработка опытных данных ведется по среднеарифметической температуре газа и температуре частиц, равной температуре газа на выходе из слоя, должны

24

получаться уравнения типа (2) или (4), причем постоянный множитель в уравнении (2) может изменяться в зависимости от порозности неподвижного слоя.

Если же при обработке опытных данных по второй методике получаются критериальные уравнения с другими коэффициентами и показателями степеней, чем в уравнении (2), то такие уравнения можно привести к виду

$$\text{Nu} = 0,37 \text{Re} \left(\frac{H_0}{d} \right)^{-1} k, \quad (6)$$

где

$$k = \frac{C}{0,37} \text{Re}^{n-1} \left(\frac{H_0}{d} \right)^{1-m} \text{Fe}^m.$$

Подставляя соответствующие опытные данные, можно убедиться, что всегда коэффициент k будет близок к единице.

Таким образом, уравнения (2) и (4) позволяют произвести критическую оценку аналогичных уравнений теплообмена и убеждают в том, что действительны уравнения вида (1) или подобные ему. Эти уравнения пригодны для практических расчетов теплообменных аппаратов с псевдоожженным слоем.

Все другие зависимости, включающие симплекс $\left(\frac{H_0}{d} \right)$ или, что то же самое, $\left(\frac{F_t}{F_p} \right)$, не могут быть использованы для таких расчетов, так как, не выделяя активную зону теплообмена, содержат в себе искомую величину поверхности теплообмена частиц.

Обозначения

α — коэффициент теплообмена между частицами и газом;
 c , γ — соответственно теплопроводность и удельный вес газа;
 ω — скорость фильтрации; t_1 — температура частиц; t_1 , t_2 — соответственно температура газа до и после слоя; t_{sp} — средняя температура газа; Fe — критерий Федорова; Re — критерий Рейнольдса, рассчитанный по скорости фильтрации;
 d — диаметр частиц; H_0 — высота неподвижного слоя.

ЛИТЕРАТУРА

1. И. М. Федоров. Теория и расчет процесса сушки. ГЭИ, 1955.
2. С. С. Забродский. Гидродинамика и теплообмен в псевдоожженном слое. ГЭИ, 1963.
3. Л. К. Васанова, Н. И. Сыромятников. ИФЖ, VII, № 2, 1964.
4. Л. К. Васанова, Н. И. Сыромятников. Хим. пром., № 11, 1963.

- № 2, 1964.
44. L. S. Walton, R. L. Olson, O. Levenspiel. Ind. Eng. Chem.,
1474, 1952.
7. P. Heertjes, S. Mc Kibbin. Chem. Eng. Sci., № 5, 161, 1956.
8. Макс Леви. Псевдоожижение. Гостоптехиздат, 1961.
9. Frantz Joseph Foster. Chem. Eng. Progr., 69, № 20,
89, 1962.
10. Ши Янь Фу, П. Г. Романков, Н. Б. Ращковская,
ЖГХ, XXXV, № 3, 1962.
11. Д. Я. Мазуров. ИФЖ, VI, № 4, 1963.
12. С. С. Заборский. Труды Ин-та энергетики АН БССР, вып.
VIII, 1958.
13. Б. И. Китаев, Ю. Г. Ярошенко, В. Д. Сучков. Тепло-
обмен в шахтных печах. Металлургиздат, Свердловск, 1957.

Е. А. КАЗАКОВА, В. М. ГИНДИН

ИЗМЕРЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ ГАЗА В ПСЕВДООЖИЖЕННОМ СЛОЕ

Одной из причин расхождения значений коэффициентов теплообмена между частицами и средой в псевдоожиженненом слое определяемых различными исследователями [1—10], является использование разных методик в определении температур среды и материала. Одни замеряли температуру с помощью термопар, спаи которых защищались от касания частиц проволочной [1] или капроновой [2] сеткой, другие [3—10] применяли термопары с обнаженным спаем, а некоторые исследователи [2, 5, 7] пользовались прососными термопарами, помещенными в специальный зонд.

Близким газораспределительной решетки находится активная зона теплообмена, высота которой зависит от скорости фильтрации, диаметра и плотности материала частиц и газораспределительного устройства. Согласно исследованиям [2, 3, 6—10], высота этой зоны порядка от 2 до 20 мм.

Нами проведены специальные опыты по сопоставлению значений температуры, измеряемой защищенной (прососной и непрососной) термопарой и термопарой с обнаженным спаем, в околосреточечной зоне псевдоожиженненого слоя в условиях установившегося режима теплообмена при непрерывном вводе в слой и выводе из него одного и того же количества материала. Определено также влияние скорости прососа на показания защищенной термопары.

В экспериментах использовались медь-константановые термопары с толщиной проволоки 0,1 мм. Защищенная термопара была помещена в зонд длиной 100 мм и внутренним диаметром 1,0 мм. Торец зонда оклеен тонкой капроновой сеткой.

В качестве газораспределителей использовано несколько типов решеток (см. таблицу). Металлические решетки не были использованы из-за стремления избежать значительного входного эффекта.

Горячие спаи защищенной и обнаженной термопары были укреплены на одинаковом уровне от решетки и находились в одинаковых температурных условиях.

Таблица
Характеристика газораспределительной решетки

Тип	Материал	% си.бдн.го сечения	Шаг, мм	Диаметр отверстия, мм	Толщина, мм
1	Плексиглас	9.3	3.0	1.0	2.0
2	»	4.6	10.0	2.0	2.0
3	»	3.2	5.0	1.0	2.0
4	»	1.2	10.0	1.0	2.0
5	Двухслойный сатин	—	—	—	1.0



Изменение температуры воздуха в активной зоне теплообмена:
 а — прососная защищенная термопара; б — непрососная термопара; в — температура в зоне обзывных горячих спаев; г — температура частиц в слое ($w_{\text{ф}} = 0.46 \text{ м/сек}$, $d_0 = 0.685 \text{ мм}$, $s_0 = 1.1 \text{ см}^2$); д — температура частиц на показания защищенной термопары, соответствующие на 1 мм выше решетки; е — прососная защищенная термопара; ж — непрососная; з — температура частиц в слое ($w_{\text{ф}} = 0.9 \text{ м/сек}$)

бах замера. При использовании защищенной термопары (а) скорость отсоса воздуха поддерживалась равной скорости по-

токи в промежутках между частицами. На высоте до 2 мм от решетки температура, измеряемая непрососной защищенной термопарой, практически не меняется вследствие того, что на этой высоте происходит залипание материала на решетке между отверстиями. В этой прирешеточной застойной зоне частицы практически не обдуваются газом и теплообмена между газом и частицами почти не происходит. На высоте более 2–3 мм наличие или отсутствие прососа не оказывается на показаниях защищенной термопары. В то же время обнаженная термопара на протяжении всей активной зоны теплообмена показывает более низкую температуру по сравнению с защищенной, даже если через защищенную термопару не просасывается воздух.

Температура, измеряемая термопарой с обнаженным спаем (кривая δ), лежит интервале между температурой воздуха, измеряемой защищенной термопарой, и температурой твердых частиц, измеряемой термопарой с обнаженным спаем в момент остановки слоя. Следовательно, в активной зоне теплообмена температура, измеряемая обнаженной термопарой, показывает среднюю температуру слоя, а не температуру газа слое.

Выше зоны активного теплообмена температура, измеряемая обнаженной и защищенной термопарами, одинакова, поскольку практически достигается тепловое равновесие между газом, выходящим из слоя и частицами слоя.

Аналогичные результаты были получены на других решетках (типы 2–4), однако при увеличении шага решетки высота застойной зоны несколько увеличивается. Так в опыте на решетке (тип 4) эта зона составляет 4–5 мм. Высота прирешеточной застойной зоны не зависит от скорости фильтрации.

На рисунке приведены результаты опытов (е–з), в которых в качестве газораспределителя использован двухслойный сатин. Разница показаний прососной и непрососной термопары находится в пределах точности измерительных приборов.

Обозначения

w_{kp} — скорость начала псевдоожижения; w_{dp} — скорость воздуха в промежутках между частицами; w_{f} — скорость фильтрации; d_0 — диаметр частиц; ρ_0 — плотность частиц; t — температура; h — расстояние от решетки до слоя термопары.

ЛИТЕРАТУРА

1. M. Leva, M. Weintraub, M. Grummer. Chem. Eng. Progr., 45, № 9, 1949.
2. Е. А. Казакова, А. И. Денега, Л. В. Музыченко. ИФЖ, VI, № 4, 1963.

3. М. С. Шарловская. Изв. СО АН СССР, № 7, 1958.
4. K. N. Kettnering, E. L. Mandersfield, I. Smith. Chem. Eng. Progr., **46**, 3, 1950.
5. J. S. Walton, R. L. Olson, O. Levenspiel. Ind. Eng. Chem., **44**, 1952.
6. I. E. Richardson, P. Ayers. Trans. Inst. Eng., **37**, № 6, 1959.
7. P. M. Heertjes, S. M. Mc Kibbins. Chem. Eng. Sci., **5**, 1956.
8. I. E. Frantz. Chem. Eng. Progr., № 7, 1951.
9. Л. К. Васанова, Н. Н. Сиромятников. ИФЖ, VII, № 2, 1964.
10. Н. Б. Кондуков, В. М. Линдни. Хим. пром., № 11, 1962.

А. П. БАСКАКОВ, В. М. ПАХАТУЕВ

О ВЕРТИКАЛЬНОЙ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ КИПЯЩЕГО В НАСАДКЕ СЛОЯ

В настоящее время отсутствуют достаточно надежные зависимости для эффективного коэффициента теплопроводности кипящего слоя. Все имеющиеся опытные данные [1, 2, 4, 5] указывают на чрезвычайно большие значения $\lambda_{\text{вф}}$ незаторможенного кипящего слоя, во всяком случае в вертикальном направлении. При таких значениях $\lambda_{\text{вф}}$ перемешивание в кипящем слое принято считать практически идеальным, т. е. реализация преимущества противотока между псевдоожижающим агентом и псевдоожиженным материалом практически невозможна.

Одним из методов ухудшения перемешивания мелкозернистого материала является применение кипящего слоя, заторможенного, в частности, насадкой из сферических частиц. Данные по определению $\lambda_{\text{вф}}$ в таких условиях нам не известны.

Вертикальный коэффициент теплопроводности кипящего слоя глиноzemса с размером частиц от 50 до 100 μ изучался нами в трубе из органического стекла внутренним диаметром 43 мм и высотой 2000 мм. Поддерживавшая решетка была выполнена в виде плиты с отверстиями \varnothing 3 мм и живым сечением 19%. На высоту 460 мм от решетки труба была заполнена насадкой из фарфоровых шаров диаметром 7—10 мм. Выше насадки располагался электрический нагреватель. Количества глиноzemса, засыпаемого в трубу, выбиралось из условий, при которых граница кипящего слоя при заданной скорости псевдоожижения была выше верхней границы нагревателя. По высоте трубы на расстоянии 100 мм друг от друга расположены четыре термопары для замера разности температур в данной точке кипящего слоя и воздуха под решеткой.

Ранее было показано [5, 6], что кипящий слой можно представить в виде двух жидкостей, пронизывающих друг друга. Одна из них — псевдоожижающий агент, заполняющий поры между частицами, а другая — совокупность псевдоожиженных частиц, которые служат аналогом молекул жидкости или

3. М. С. Шарловская. Им. со АН СССР, № 7, 1958.
4. K. N. Kettnering, E. L. Mandersfield. I. Smith. Chem. Eng. Progr., **46**, 3, 1950.
5. I. S. Walton, R. L. Olson, O. Levenspiel. Ind. Eng. Chem., **44**, 1952.
6. I. E. Richardson, P. Ayers. Trans. Inst. Eng., **37**, № 6, 1959.
7. P. M. Heertjes, S. M. Mc Kibbins. Chem. Eng. Sci., **5**, 1956.
8. I. E. Frantz. Chem. Eng. Progr., № 7, 1951.
9. Л. К. Васанова, Н. И. Сыромятников. ИФЖ, VII, № 2, 1964.
10. Н. Б. Кондуков, В. М. Линдн. Хим. пром., № 11, 1962.

А. П. БАСКАКОВ, В. М. ПАХАЛУЕВ

О ВЕРТИКАЛЬНОЙ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ КИПЯЩЕГО В НАСАДКЕ СЛОЯ

В настоящее время отсутствуют достаточно надежные зависимости для эффективного коэффициента теплопроводности кипящего слоя. Все имеющиеся опытные данные [1, 2, 4, 5] указывают на чрезвычайно большие значения $\lambda_{\text{эфф}}$ незаторможенного кипящего слоя, во всяком случае в вертикальном направлении. При таких значениях $\lambda_{\text{эфф}}$ перемешивание в кипящем слое можно считать практически идеальным, т. е. реализация преимущества противотока между псевдоожижающим агентом и псевдоожиженным материалом практически невозможна.

Одним из методов ухудшения перемешивания мелкозернистого материала является применение кипящего слоя, заторможенного, в частности, насадкой из сферических частиц. Данные по определению $\lambda_{\text{эфф}}$ в таких условиях нам не известны.

Вертикальный коэффициент теплопроводности кипящего слоя глиноzemса с размером частиц от 50 до 100 μ изучался нами в трубе из органического стекла внутренним диаметром 43 мм и высотой 2000 мм. Поддерживающая решетка была выполнена в виде плиты с отверстиями Ø 3 мм и живым сечением 19%. На высоту 460 мм от решетки труба была заполнена насадкой из фарфоровых шаров диаметром 7–10 мм. Выше насадки располагался электрический нагреватель. Количество глиноzemса, засыпаемого в трубу, выбиралось из условий, при которых граница кипящего слоя при заданной скорости псевдоожижения была выше верхней границы нагревателя. По высоте трубы на расстоянии 100 мм друг от друга расположены четыре термопары для замера разности температур в данной точке кипящего слоя и воздуха под решеткой.

Ранее было показано [5, 6], что кипящий слой можно представлять в виде двух жидкостей, пронизывающих друг друга. Одна из них — псевдоожижающий агент, заполняющий поры между частицами, а другая — совокупность псевдоожиженных частиц, которые служат аналогом молекул жидкости или

газа. Распространение тепла в кипящем слое описывается уравнениями Фурье—Кирхгофа для этих «жидкостей» с учетом теплообмена между ними.

Поскольку удельная поверхность глиноэма чрезвычайно велика, разность температур между ним и псевдоожижающим газом практически равна нулю по всей высоте слоя [7]. В этих условиях оба уравнения Фурье—Кирхгофа трансформируются в одно, в результате чего распределение температур слоя по высоте для стационарного одномерного случая описывается уравнением

$$\frac{d\theta}{dx} = a \frac{d^2\theta}{dx^2} + k\theta, \quad (1)$$

где

$$a = \frac{\lambda_{\text{эфф}}}{c_b \rho_b w_b}; \quad k = \frac{4x}{c_b \rho_b w_b d}. \quad (1')$$

Границные условия:

$$\text{при } x=0 \quad a \frac{d\theta}{dx} = \theta - \theta_1; \quad (2)$$

где

$$\theta = t - t_{\text{cp}}, \quad \theta_1 = t_p - t_{\text{cp}}.$$

Решение уравнения (1) с учетом (2) имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{t - t_{\text{cp}}}{t_p - t_{\text{cp}}} &= \exp \left[-\frac{1 - \bar{x}}{n} \right] \times \\ &\times \frac{m \operatorname{ch} \frac{m}{n} \bar{x} + \operatorname{sh} \frac{m}{n} \bar{x}}{m \operatorname{ch} \frac{m}{n} + \operatorname{sh} \frac{m}{n}} + \\ &+ 2 \left[\frac{t_p - t_{\text{cp}}}{t_p - t_{\text{cp}}} \right] \exp \left[\frac{\bar{x}}{n} \right] \times \\ &\times \frac{\operatorname{sh} \frac{m}{n} (1 - \bar{x})}{m \operatorname{ch} \frac{m}{n} + \operatorname{sh} \frac{m}{n}}, \quad (3) \\ m &= \sqrt{1 + 4ak}; \\ n &= \frac{2a}{l}; \quad \bar{x} = \frac{x}{l}. \end{aligned}$$

32

Величина $\frac{t_p - t_{\text{cp}}}{t_p - t_{\text{cp}}}$ в разных опытах менялась от 0,040 до 0,085. В расчетах она принята для всех опытов одинаковой и равной 0,062. Это решение представлено на рис. 1.

В соответствии с (3) изменение безразмерной избыточной температуры кипящего слоя по высоте определяется прежде всего величиной безразмерного параметра $n = 2a/l$, который характеризует интенсивность перемешивания материала по высоте. Влияние теплоотдачи от стен трубы к окружающему воздуху было в условиях опыта небольшим, что видно из сравнения двух кривых для $n = 1.2$ и т. д., одна

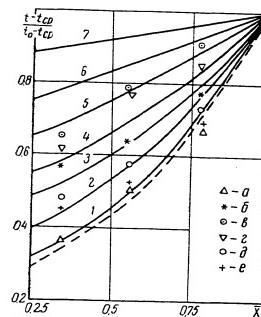


Рис. 1. Изменение безразмерной избыточной температуры кипящего в насадке слоя по высоте трубы:
— для $n = 1, 2, 16, 31, 2, 4, 3, 6, 4, 7, 9, 6, 11, 14, 15, 17, 19, 20$; $a = 0,049; 0,066; 0,099; 0,11; 0,146; 0,210 \text{ м/сек}$

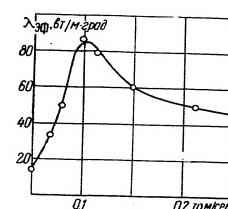


Рис. 2. Зависимость эффективного коэффициента теплопроводности от скорости псевдоожижающего агента

из которых (сплошная) проведена с учетом теплоотдачи, а другая (пунктирная) — без учета. Поэтому не было необходимо определять a с большой точностью.

Полученные в некоторых опытах значения безразмерных температур на различных расстояниях от решетки приведены на рис. 1. Данные получены для стационарного режима (через 2–3 часа после включения установки). По опытным точкам в каждом случае проводилась усредняющая кривая, положение которой определяло соответствующую данному режиму величину n . По значению n и скорости подсчитывалась величина $\lambda_{\text{эфф}}$. Полученная таким образом зависимость коэффициента $\lambda_{\text{эфф}}$ от скорости псевдоожижающего агента представлена на рис. 2.

3. Тепло- и массообмен

33

Интересно отметить, что характер ее аналогичен характеру зависимости коэффициента теплопроводности кипящего слоя в горизонтальном направлении от скорости, найденной в опытах А. К. Бондаревой и О. М. Тодеса. Максимальное значение $\lambda_{\text{эфф}}$ в наших опытах не превышает 90 $\text{вт}/\text{м}\cdot\text{град}$. Это подтверждает возможность организации противотока между псевдоожижающим агентом и материалом в однокамерном аппарате [6], тем более, что псевдоожижение в насадке осуществляется равномерно без образования пузырей, так что высота кипящего в насадке слоя не ограничивается поршнеобразованием.

Обозначения

t_0 — температура кипящего слоя в верхней части трубы; t_p — температура кипящего слоя; t_p' — температура псевдоожижающего воздуха под решеткой; t_p'' — температура окружająщей среды; $\lambda_{\text{эфф}}$ — эффективная теплопроводность кипящего слоя; c_v — теплоемкость воздуха; ρ_v — плотность воздуха; ω_v — скорость воздуха на полное сечение трубы; d — диаметр трубы; α — коэффициент теплопередачи через стенку к окружающему воздуху; l — расстояние от решетки до верхней термопары; x — расстояние от решетки до текущей точки.

ЛИТЕРАТУРА

1. K. Peters, A. Orlieck, A. Schmidt. Chem. Ing. Technick. № 6, 1953.
2. А. К. Бондарева. ДАН СССР, 115, № 4, 1957.
3. С. С. Завродский. ИФЖ, № 1, 1959.
4. О. М. Тодес, А. К. Бондарева. Химическая наука и промышленность, № 2, 1957.
5. В. А. Бородуля, А. И. Тамарин. ИФЖ, № 12, 1962.
6. А. П. Баскаков. ИФЖ, № 9, 1960.
7. I. F. Grant z. Chem. Eng., 69, № 20, 1962.

С. С. ЗАВРОДСКИЙ, Н. В. АНТОНИШИН, В. А. БОРОДУЛЯ,
В. А. НЕМКОВИЧ

ДВУХКАМЕРНЫЙ РЕГЕНЕРАТИВНЫЙ ТЕПЛООБМЕННИК С ЦИРКУЛИРУЮЩЕЙ НАСАДКОЙ

Эффективный теплообмен между двумя потоками газов (например, между отходящими дымовыми газами промышленной печи и воздухом, поступающим для сжигания топлива в той же печи), как известно, может быть организован с помощью промежуточного твердого теплоносителя — мелкозернистого материала. Благодаря высокой удельной поверхности (на единицу веса) зернистый материал интенсивно воспринимает тепло от горячего газа, а затем так же интенсивно отдает его холодному, если приводить частицы материала в соприкосновение поочередно то с горячим, то с холодным потоками.

Известные устройства с вертикальными шахтами, в которых происходит периодическое переключение потоков газа, нерациональны, так как не обеспечивают непрерывности процесса и постоянства температуры выходящих из теплообменника теплоносителей (газов, воздуха). Имеются и многие другие типы теплообменников с дисперсными материалами в качестве промежуточного теплоносителя, однако практического применения эти схемы еще не нашли.

В разработанной схеме нового теплообменника (рис. 1) две аналогичные камеры, одна из которых является «холод-

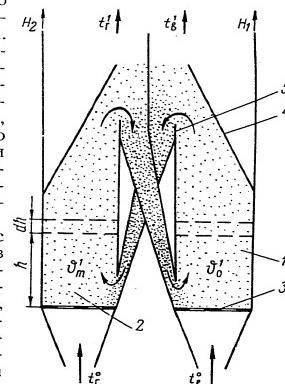


Рис. 1. Схема одноступенчатого двухкамерного теплообменника:
1 — холодная камера; 2 — горячая камера; 3 — газораспределительная решетка; 4 — магистральная полка; 5 — уравливающее устройство

ной», а вторая — «горячей». Через газораспределительную решетку в холодную камеру поступает нагреваемый газ, а в горячую — отдающий свое тепло. Дисперсный материал (песок, шамот и т. д.) псевдоожижается потоками газа и воздуха, проходящими через камеры. За счет расширения горячего слоя и его пульсаций частицы подбрасываются вверх, отбрасываются на наклонной полкой и улавливаются соответствующим устройством, откуда плотным слоем сползают в холодную камеру. Поступающий холодный воздух псевдоожижает сползающий из горячей камеры материал, нагревается и аналогичным образом транспортирует частицы промежуточного теплоносителя в горячую камеру.

Таким образом, за счет циркуляции насадки, имеющей высокую объемную теплоемкость, осуществляется непрерывная передача тепла от горячей среды к холодной. Плотные слои материала в переточных каналах создают надежный гидравлический затвор между потоками воздуха и дымовых газов.

При рассмотрении процесса введем некоторые упрощающие допущения:

1. Температурное поле в каждой из камер теплообменника является квазистационарным (рис. 2).

2. Эффективная температуропроводность псевдоожиженного слоя столь велика, что можно пренебречь температурными градиентами в насадке во всем объеме слоя. При этом также пренебрегаем влиянием внутреннего термического сопротивления частиц.

3. Величина теплопотерь через стеки камер теплообменника, а также в переточных каналах мала и ее можно не учитывать.

4. Принимаем равномерным распределение газов по сечению камеры и насадки по объему.

5. Коэффициент теплообмена относим к полной геометрической поверхности всех частиц, составляющих насадку в каждой из камер теплообменника.

6. Обе камеры теплообменника считаем одинаковыми по размеру и количеству материала насадки.

7. Также принимаем, что

$$\frac{x_r F}{c_r \gamma_r w_r} \approx \frac{x_b F}{c_b \gamma_b w_b}.$$

В случае нагрева насадки горячим теплоносителем для элементарного объема (высотой dh и сечением $1 m^2$) горячей камеры можно записать следующий баланс тепла:

$$\frac{dt_r}{t_r - \theta_m^1} = - \frac{\alpha F_0}{c_r \gamma_r w_r} dh. \quad (1)$$

Интегрируя от t_r^0 до t_r^1 и от 0 до H , получаем

$$\ln \frac{t_r^1 - \theta_m^1}{t_r^0 - \theta_m^1} = - b_0 H = - b_1$$

или

$$t_r^1 - \theta_m^1 = (t_r^0 - \theta_m^1) e^{-b_1}. \quad (2)$$

Далее, для всей камеры, в которой насадка воспринимает тепло от горячего теплоносителя, можно записать следующий баланс тепла:

$$k c_m V_{ca} (1 - \varepsilon) (\theta_m^1 - \theta_0^1) = \alpha F (t_r^{cp,H} - \theta_m^1), \quad (3)$$

где k — кратность циркуляции, час⁻¹; V_{ca} — объем слоя.

Среднюю разность температур между нагреваемой насадкой и горячим теплоносителем можно выразить, как обычно, при помощи среднелогарифмической разности температур [2]

$$(t_r^{cp,H} - \theta_m^1) = \frac{t_r^0 - t_r^1}{\ln \frac{t_r^0 - \theta_m^1}{t_r^1 - \theta_m^1}}. \quad (4)$$

Решаем систему из уравнений (2), (3), (4) относительно θ_m^1 :

$$\theta_m^1 = \frac{\theta_0^1 + R(1 - e^{-b_1}) t_r^0}{1 + R(1 - e^{-b_1})}, \quad (5)$$

где

$$R = \frac{W_r}{c_m V_{ca} (1 - \varepsilon) k} — от-$$

ношение водяных эквивалентов псевдоожижющей среды и циркулирующей насадки.

Из (5) и (2) находится температура газа на выходе из одноступенчатого теплообменника

$$t_r^1 = \frac{[R + (1 - R) e^{-b_1}] t_r^0 + (1 - e^{-b_1}) \theta_0^1}{1 + R(1 - e^{-b_1})}. \quad (6)$$

Аналогично для элементарного объема холодной камеры получаем

$$\theta_0^1 - t_b^1 = (\theta_0^1 - t_b^0) e^{-b_2}. \quad (7)$$

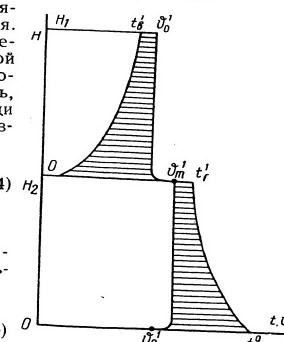


Рис. 2. Изменение температуры насадки и теплоносителей по поверхности теплообменника в одной ступени теплообменника

Далее, для всей камеры охлаждения нагретой насадки
 $c_m V_{\text{сп}}(1 - \varepsilon) k (\theta_m^1 - \theta_0^1) = \alpha F(\theta_0^1 - t^{\text{сп}, H})$, (8)

а также

$$\theta_0^1 - t_b^{\text{сп}, H} = \frac{t_b^1 - t_b^0}{\ln \frac{\theta_0^1 - t_b^0}{\theta_0^1 - t_b^1}}.$$
 (9)

Решаем систему уравнений (7), (8) и (9) относительно θ_0^1 :

$$\theta_0^1 = \frac{\theta_m^1 + R(1 - e^{-b_1}) t_b^0}{1 + R(1 - e^{-b_1})}.$$
 (10)

Из (7) и (10) находим t_b^1 :

$$t_b^1 = \frac{\theta_m^1(1 - e^{-b_2}) + t_b^0[R + (1 - R)e^{-b_2}]}{1 + R(1 - e^{-b_2})}.$$
 (11)

Максимальная и минимальная температуры насадки легко могут быть найдены из решения уравнений (5) и (10):

$$\theta_m^1 = \frac{t_b^0(1 - e^{-b_1}) + t_r^0(1 - e^{-b_1})[1 + R(1 - e^{-b_1})]}{2 + R(1 - e^{-b_1})(1 - e^{-b_2}) - e^{-b_1} - e^{-b_2}};$$
 (12)

$$\theta_0^1 = \frac{t_b^0(1 - e^{-b_1}) + t_b^0(1 - e^{-b_2})[1 + R(1 - e^{-b_2})]}{2 + R(1 - e^{-b_1})(1 - e^{-b_2}) - e^{-b_1} - e^{-b_2}}.$$
 (13)

В том случае, когда $b_1 = b_2 = b$, уравнения (6), (11) и (12), (13) несколько упрощаются:

$$t_r^1 = \frac{t_r^0[R + (1 - R)e^{-b}] + \theta_0^1(1 - e^{-b})}{1 + R(1 - e^{-b})};$$
 (14)

$$t_b^1 = \frac{t_b^0[R + (1 - R)e^{-b}] + \theta_m^1(1 - e^{-b})}{1 + R(1 - e^{-b})};$$
 (15)

$$\theta_m^1 = \frac{t_b^0 + t_r^0[1 + R(1 - e^{-b})]}{2 + R(1 - e^{-b})};$$
 (16)

$$\theta_0^1 = \frac{t_r^0 + t_b^0[1 + R(1 - e^{-b})]}{2 + R(1 - e^{-b})}.$$
 (17)

Когда $b = \infty$ (законченный теплообмен в каждой камере), уравнения (6), (11), (12) и (13) принимают еще более простой вид:

$$t_r^1 = \theta_m^1 = \frac{\theta_0^1 + R t_r^0}{1 + R} = \frac{t_b^0 + (1 + R)t_r^0}{2 + R};$$
 (18)

$$t_b^1 = \theta_0^1 = \frac{\theta_m^1 + R t_b^0}{1 + R} = \frac{t_b^0(1 + R) + t_r^0}{2 + R}.$$
 (19)

Максимальное количество тепла в теплообменнике передается, когда $b = \infty$. В этом случае от газа забирается количество тепла

$$Q_1 = \frac{W_r}{2 + R} (t_r^0 - t_b^0)$$
 (20)

и передается холодному воздуху

$$Q_2 = \frac{W_b}{2 + R} (t_r^0 - t_b^0).$$
 (21)

При $W_r = W_b$

$$Q_1 = Q_2 = \frac{W_r}{2 + R} (t_r^0 - t_b^0).$$

Коэффициент полезного действия такого теплообменника (его эффективность) можно выразить отношением количества переданного тепла от горячего теплоносителя холодному к максимально возможному:

$$\eta_1 = \frac{W_b(t_b^1 - t_b^0)}{W_r(t_r^0 - t_b^0)}.$$
 (22)

Подставив в (22) значение t_b^1 из (15), получаем простую зависимость для к. п. д. теплообменника, состоящего из одной ступени:

$$\eta_1 = \frac{1}{2 + R}.$$
 (23)

Как видно из (23), на к. п. д. теплообменника существенное влияние оказывает кратность циркуляции материала насадки. Для обеспечения высокого к. п. д. целесообразно работать с наибольшей кратностью циркуляции (т. е. когда $R \rightarrow 0$).

Полученные расчетные соотношения позволяют произвести полный тепловой расчет одноступенчатого регенеративного теплообменника подобного типа.

Обозначения

F_0 — поверхность единицы объема насадки; F — суммарная поверхность материала насадки в каждой из камер теплообменника; c_b , c_r и c_m — теплоемкость воздуха, газа и мате-

риала насадки; h — текущее расстояние от решетки; H — полная высота псевдоожженного слоя; R — отношение водяных эквивалентов псевдоожживающей среды (газа или воздуха) и циркулирующей насадки; Q — количество тепла, передаваемого в единицу времени от горячего теплоносителя к холодному; $V_{cl}(1-\epsilon) = V_m$ — фиктивный объем, занимаемый материалом насадки, имеющей нулевую порозность, где V_{cl} — объем псевдоожженного слоя в каждой из камер теплообменника; w_r и w_b — скорость фильтрации газа и воздуха в камерах теплообменника; t_r и t_b — температуры газа и воздуха; α — коэффициент теплообмена между продуваемым воздухом (газом) и насадкой; γ_b , γ_r и γ_m — удельные весы воздуха, газа и материала насадки; ϑ_0 и ϑ_r^0 — минимальная и максимальная температуры насадки; W_r и W_b — водяные эквиваленты теплоносителей; $b = \alpha F/W_r$ — комплекс, применяемый при расчете обычных поверхностных теплообменников.

Индексы: 0 — на входе в теплообменник; 1 — на выходе из первой ступени теплообменника.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. С. Забродский, Н. В. Антонинин, В. А. Немкович. Авторское свидетельство по заявке № 851607/29-14 от 19.X.1963 г.
2. М. А. Михеев. Основы теплопередачи. ГЭИ, 1957.

Н. В. АНТОНИНИН, В. А. БОРОДУЛЯ, С. С. ЗАБРОДСКИЙ,
В. А. НЕМКОВИЧ

ТЕПЛОВОЙ И ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ДВУХКАМЕРНОГО МНОГОСТУПЕНЧАТОГО РЕГЕНЕРАТИВНОГО ТЕПЛООБМЕННИКА С ЦИРКУЛИРУЮЩЕЙ НАСАДКОЙ

В работе [1] был приведен тепловой расчет одноступенчатого двухкамерного регенеративного теплообменника с циркулирующей насадкой. Коэффициент полезного действия такого теплообменника

$$\eta_h = \frac{t_b^0 - t_b^1}{t_r^0 - t_b^0}. \quad (1)$$

Даже при условии, что кратность циркуляции насадки бесконечна, предельный коэффициент полезного действия одноступенчатого теплообменника не может превысить 0,5. Увеличить коэффициент полезного действия можно путем организации ступенчатой противоточной схемы движения газов, обменивающихся теплом (рис. 1). Как и в одноступенчатом теплообменнике, газы, проходя через кницкий слой, обмениваются теплом с частицами промежуточного теплоносителя, который переходит в виде гравитационного движущегося плотного слоя из одной камеры в другую в каждой ступени.

Вначале рассмотрим двухступенчатый теплообменник, а затем — полученное решение на любое количество ступеней. Принимаем, что каждой ступени имеет место законченный теплообмен между газовыми теплоносителями и насадкой и что перемешивание насадки в объеме каждой из камер теплообменника идеальное.

Для каждой ступени теплообменника при равенстве водяных эквивалентов газовых теплоносителей имеем:

$$\vartheta_m^1 - \vartheta_0^1 = R(t_r^0 - \vartheta_m^1) = R(\vartheta_0^2 - t_b^1); \quad (2)$$

$$\vartheta_m^2 - \vartheta_0^2 = R(t_r^1 - \vartheta_m^2) = R(\vartheta_0^3 - t_b^2). \quad (3)$$

Учитывая, что $\vartheta_m^1 = t_r^1$; $\vartheta_m^2 = t_r^2$; $\vartheta_0^1 = t_b^1$ и $\vartheta_0^2 = t_b^2$, уравнения (2) — (3) можно записать так:

$$t_r^1 - t_b^2 = R(t_r^0 - t_r^2) = R(t_b^2 - t_b^1); \quad (4)$$

$$t_r^2 - t_b^1 = R(t_r^1 - t_r^2) = R(t_b^1 - t_b^2). \quad (5)$$

Из (4) и (5) можно получить систему из 4 независимых уравнений с 4 неизвестными: t_r^1 , t_r^2 , t_b^1 и t_b^2 . Решение уравнений относительно неизвестных t_r^2 и t_b^2 дает

$$t_r^2 = \frac{(1+R)t_r^0 + 2t_b^0}{3+R}; \quad (6)$$

$$t_b^2 = \frac{2t_b^0 + (1+R)t_b^0}{3+R}. \quad (7)$$

Сравнивая полученные соотношения (6), (7) с аналогичными для одноступенчатого теплообменника [1], легко распространить их на теплообменник, имеющий n ступеней:

$$t_r^n = \frac{(1+R)t_r^0 + nt_b^0}{1+n+R}; \quad (8)$$

$$t_b^n = \frac{nt_b^0 + (1+R)t_b^0}{1+n+R}. \quad (9)$$

К. п. д. такого теплообменника при равенстве водяных эквивалентов газовых теплоносителей записывается так:

$$\eta_n = \frac{t_r^n - t_b^n}{t_r^0 - t_b^0} = \frac{n}{1+n+R}. \quad (10)$$

Эта зависимость графически изображена на рис. 2. Выбор числа ступеней, очевидно, ограничивается техническими и конструктивными соображениями. Проверка на лабораторных и укрупненных моделях работы устройств, улавливающих подбрасываемые кипящим слоем частицы промежуточного теплоносителя, показала, что при расширении слоя в три раза циркуляция частиц происходит достаточно интенсивно, а выноса их из слоя насадки легко избежать. Переточные каналы (рис. 1.) в нижней ступени теплообменника работают в наиболее тяжелых условиях. Действительно, если вентиляторы работают на холодных газах, то навстречу опускающемуся из «горячей» камеры нижней ступени плотному слою промежуточного теплоносителя действует давление газов, равное суммарному перепаду давлений во всех камерах теплообменника (пренебрегая сопротивлениями входа и выхода газов из теплообменника и сопротивлением остальной «сети», преодолеваемым этими же вентиляторами). При равных уровнях слоя во всех камерах

теплообменника перепад давления, направленный навстречу слою, опускающемуся по переточному каналу из «горячей секции в холодную»,

$$\Delta P = 2n \Delta P_0. \quad (11)$$

Перепад давления, примерно меньший на $2\Delta P_0$, приложен по-путине движению слоя, опускающегося по переточному каналу из холодной камеры нижней ступени в горячую. Это давление не препятствует истечению материала в горячую камеру, а, наоборот, содействует ему. Поэтому сечение этого канала может быть выбрано меньшим, а высота затвора — небольшой.

Проверка на лабораторных моделях показала, что истечение материала из холодной камеры в горя-

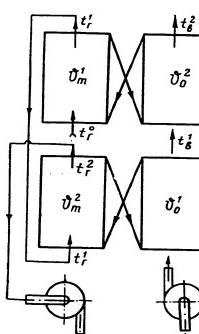


Рис. 1. Схема двухступенчатого теплообменника

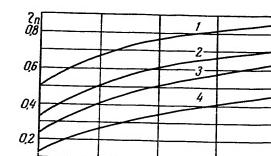


Рис. 2. Зависимость к. п. д. двухкамерного многоступенчатого теплообменника от числа ступеней:
1 — $R = 0$; 2 — 1; 3 — 2; 4 — 5

чую может успешно происходить в почти горизонтальном канале. Это означает, что улавливающая полка холодной секции может быть расположена на одной высоте с газораспределительной решеткой горячей секции. В этих условиях высота переточного канала из горячей секции в холодную, а следовательно, и давление, при котором течение в канале приостановится, могут быть значительно увеличены и составить (пренебрегая сопротивлением газораспределительной решетки)

$$\Delta P_{\text{затвора}} \approx 2k \Delta P_0. \quad (12)$$

Так как $\Delta P_{\text{затвора}}$ должно быть больше ΔP , из (11) и (12) получаем, что число ступеней рекуператора

$$n < k. \quad (13)$$

Таким образом, при расширении слоя более чем в 3 раза можно осуществить трехступенчатый теплообменник.

Количество ступеней проверяется также технико-экономическим сравнением затрат на дутье с количеством утилизированного в рекуператорах тепла в зависимости от числа ступеней n . Высота слоя в каждой секции выбирается минимальной, чтобы избежать излишней затраты энергии на дутье, но так, чтобы теплообмен между газом и частицами практически завершился.

Перепад температур между газом и частицами

$$\Delta t = \Delta t_0 \exp(-b). \quad (14)$$

При $b = \frac{\alpha F_0 H}{W_r} = 3$ теплообмен между частицами и газом практически полностью завершается. Учитывая, что $H/H_0 = (1 - \varepsilon_0)/(1 - \varepsilon)$, $F_0 = 6 \cdot (1 - \varepsilon)/d$ и $Nu = 1,25 \cdot 10^{-3}$. Re^{1.46}[2], уравнение (14) можно переписать так:

$$H_0 = \frac{c_r Y_r}{k} \frac{w_r d^2}{Nu}. \quad (15)$$

Рис. 3. Зависимость минимальной высоты неподвижного слоя насадки H_0 , необходимой для завершения теплообмена между частицами и газом, от диаметра частиц насадки:

- 1 — средняя температура слоя 100; 2 — 400; 3 — 800°C

веден отдельно для каждой камеры теплообменника. Нами произведен приближенный расчет оценки порядка H_0 для случая нагрева воздуха до средней температуры 100, 400 и 800°C при 3-кратном расширении слоя (рис. 3).

Из рис. 3 видно, что при диаметре частиц порядка 0,5 мм начальная высота слоя, необходимого для завершения теплообмена, по-видимому, не превысит 100 мм. Более определенное суждение о необходимой высоте слоя затруднено отсутствием непосредственных опытных данных о теплообмене в слое при высоких температурах, где в противоположность наблюдаемой на рис. 3 тенденции роста H_0 с температурой можно ожидать уменьшения последней, вследствие существенного увеличения однородности слоя.

Уравнение для к. п. д. рекуператора с учетом затрат тепла на привод вентилятора Q_d можно записать так:

$$\eta'_{in} = \frac{Q_a - Q_d}{Q_r}, \quad (16)$$

откуда после простых преобразований для высоты слоя в рекуператоре 100 мм получаем

$$\eta'_{in} \approx \eta_{in} - 19 \frac{n}{l_r^0}. \quad (17)$$

Из расчета η'_{in} по (17) видно, что рекуперация тепла с числом ступеней рекуперации $n = 2-3$ может быть во многих случаях выгодной даже при сравнительно низких температурах отходящих газов.

Выбранная минимальная высота слоя в рекуператоре может оказаться недостаточной, если утилизируется теплоагрегата, обладающего значительным гидравлическим сопротивлением ΔP_a . Действительно, вместо (11) будем иметь

$$\Delta P = 2n\Delta P_0 + \Delta P_a. \quad (18)$$

Из (18) и (12), положив $\Delta P \approx \Delta P_{затвора}$, получаем минимальную высоту слоя, которую необходимо выбрать, чтобы обеспечить циркуляцию теплоносителей из камеры в камеру:

$$\Delta P_0 \approx \frac{\Delta P_a}{2(k-n)}. \quad (19)$$

Расширение слоя k для рекуператоров данного типа должно иметь свой максимум, определяемый многими технико-экономическими, эксплуатационными и конструктивными данными. Пока же можно рекомендовать значение $k = 3$, показавшее хорошие результаты в рекуператорах лабораторного типа.

Используя приведенный выше порядок расчета, нетрудно при любом k получить число ступеней, конструктивные данные и предварительные технико-экономические показатели для конкретных условий.

Обозначения

F_0 — поверхность единицы объема насадки; $c_b c_r$ — теплоемкость воздуха и газа; d — диаметр частиц насадки; H — высота псевдоожиженного слоя; H_0 — высота неподвижного плотного слоя при его пределе устойчивости; k — степень раздутья кинявшегося слоя; n — число ступеней теплообменника; R — отношение водяных эквивалентов псевдоожижающей среды (газа или воздуха) и циркулирующей насадки; Q_r — максимальное количество тепла, которое можно передать от горячего теплоносителя холодному; Q_a — количество тепла, переданного от горячего теплоносителя холодному; Q_d — расход тепла на дутье; w_r и w_a — скорость фильтрации

газа и воздуха в камерах теплообменника; W — водяные эквиваленты теплоносителей; t_1 и t_2 — соответственно температуры газа и воздуха; Δt_0 и Δt — начальная и текущая (по высоте) разность температур между газовыми теплоносителями и материалом насадки; α — коэффициент теплообмена между продуваемым воздухом (газом) и насадкой; Y_s , Y_g — удельный вес воздуха и газа; ϑ_0 и ϑ_m — минимальная и максимальная температуры насадки; ε — порозность кипящего слоя; η_0 — порозность неподвижного плотного слоя при его пределе устойчивости; η_n — к. п. д. теплообменника, имеющего n ступеней; η'_n — к. п. д. теплообменника с учетом затрат тепла на дутье; ΔP_0 — перепад давления в одной камере теплообменника.

Индексы: 0 — на входе в теплообменник; 1 — на выходе из первой ступени; 2 — на выходе из второй ступени; n — на выходе из n -ой ступени теплообменника; г — горячий теплоноситель (газы); в — холодный теплоноситель (воздух).

ЛИТЕРАТУРА

1. С. С. Забродский, Н. В. Антонинши, В. А. Бородуля. В. А. Немкович. Двухкамерный регенеративный теплообменник с циркулирующей насадкой. Данный сборник, стр. 35.
2. С. С. Забродский. Гидродинамика и теплообмен в псевдоожиженном слое. ГЭИ, 1963.

Н. А. ШАХОВА, А. Г. ГОРЕЛЫК

О ПРИЛОЖЕНИИ ОБОБЩЕННОЙ ТЕОРИИ РЕГУЛЯРНОГО РЕЖИМА К ТЕПЛООБМЕНУ В ПСЕВДООЖИЖЕННОМ СЛОЕ

Рассмотрим прогрев псевдоожиженного слоя потоком тепловой радиации через верхнюю его границу. Изменение температуры среды (ожижающего агента) зависит от изменения температуры частиц; предельной температурой частиц является некоторая температура, определяющаяся интенсивностью теплового потока излучения и отличающаяся от предельной температуры среды. В процессе нагревания излучением псевдоожиженный слой переходит из одного стационарного состояния в другое. При этом можно считать, что процесс через небольшой промежуток времени регуляризуется и температура частиц изменяется со временем по экспоненциальному закону

$$t - u = (t - u_0) \exp(-m\tau). \quad (1)$$

Известно, что ход изменения температуры газа со временем в псевдоожиженном слое аналогичен ходу изменения температуры частиц; следовательно, для газа также имеет место регулярный режим изменения температурь:

$$t_f - u_f = (t_f - u_{f0}) \exp(-m_1\tau). \quad (2)$$

Для определения зависимости темпа нагревания частиц m от характеристик слоя рассмотрим тепловой баланс слоя материала, в котором суммарный объем частиц равен V . Уравнение теплового баланса записывается так:

$$\delta Q = \delta Q_1 + \delta Q_2, \quad (3)$$

где δQ_1 — суммарное изменение запаса тепловой энергии частиц в объеме V за время $\delta\tau$:

$$\delta Q_1 = \int_V c \gamma \delta u dV = C \delta u_V; \quad (4)$$

δQ_2 — тепло, отданное газу через поверхность частиц в объеме V :

$$\delta Q_2 = \int_S \alpha (u - u_f) \delta \tau dS = \alpha S (u_s - u_{fs}) \delta \tau. \quad (5)$$

Предполагая, что слой равномерно охлажден, можно считать, что поверхность теплообмена распределена равномерно по объему.

Тогда тепло, подведенное путем излучения в слой частиц объемом V за время $\delta\tau$, будет

$$\delta Q = P \delta\tau. \quad (6)$$

И уравнение теплового баланса записывается следующим образом:

$$P = C \frac{\delta u}{\delta\tau} + \alpha S(u - u_f). \quad (7)$$

При установившемся режиме ($\tau \rightarrow \infty$)

$$P = \alpha S(t - t_f). \quad (8)$$

Отсюда предельная разность температур

$$t - t_f = \frac{P}{\alpha S}. \quad (8a)$$

Из уравнений (7) и (8)

$$C \frac{\delta u}{\delta\tau} + \alpha S(t_f - u_f) - \alpha S(t - u) = 0. \quad (9)$$

Тепло, передаваемое от частиц к газу, можно выразить через нагрев газа:

$$\delta Q_2 = C_f(u_f - u_{0f}) \delta\tau. \quad (10)$$

Подставив (10) в (7), имеем

$$P = C \frac{\delta u}{\delta\tau} + C_f(u_f - u_{0f}), \quad (11)$$

а при установившемся режиме

$$P = C_f(t_f - u_f). \quad (12)$$

Из (11) и (12)

$$C \frac{\delta u}{\delta\tau} - C_f(t_f - u_f) = 0. \quad (13)$$

Используя формулу (1), имеем

$$\frac{\delta u}{\delta\tau} = m(t - u). \quad (14)$$

Из (9), (13) и (14) получаем

$$m = \frac{\alpha S}{C_f + \alpha S} \frac{C_f}{C}. \quad (15)$$

Выражение (15) совпадает со значением, полученным другим способом в [2] (для случая равенства коэффициентов теплоотдачи при стационарном и нестационарном режимах, а также равенства средненитральной температуры газа и температуры газа на выходе из слоя).

Аналогично предыдущему можно определить темп нагревания газа. Из (2)

$$\frac{\delta u_f}{\delta\tau} = m_1(t_f - u_f). \quad (16)$$

Используя равенства (9), (13) и (16), получаем

$$m_1 = \frac{C_f}{C} \frac{\alpha S}{\alpha S + C_f}. \quad (17)$$

Следовательно, темпы нагревания частиц и газа в псевдоожженном слое в данном случае равны. Этот результат согласуется с результатом, полученным в работе [2] для условий, указанных выше.

Поверхность частиц в слое определяется по весу слоя G_{ca} и размеру частиц d :

$$S = \frac{6G_{ca}}{\gamma d}. \quad (18)$$

Темп нагрева определяется по практическим данным из выражения

$$m = \frac{\ln(t - u_1) - \ln(t - u_2)}{\tau_1 - \tau_2}. \quad (19)$$

Зная m , можно определить коэффициент теплоотдачи от частиц к газу

$$\alpha = \frac{CC_f m}{(C_f + mC) S}. \quad (20)$$

Согласно обобщенной теории регулярного режима, темп нагревания не зависит от мощности источника тепла, его расположения в теле (т. е. от глубины проникновения излучения) и координат точки. Величина m зависит только от геометрических размеров и тепловых параметров тела (в данном случае слоя).

Исходя из регулярного режима нагревания псевдоожженного слоя, можно определить характер изменения скорости прогрева слоя с температурой. В общем случае скорость прогрева тела излучением при изменении его температуры выражается уравнением [3]

$$q_u - \alpha(u - u_f) = c \gamma R_V \frac{\delta u}{\delta\tau}. \quad (21)$$

Так как $m = m_1$, то

$$\begin{aligned} q_u - \alpha \left[(t - t_f) - \frac{(t - u_n) - (t_f - u_{f_n})}{t - u_n} (t - u) \right] = \\ = c \gamma R_i \frac{\partial u}{\partial \tau}. \end{aligned} \quad (22)$$

Зависимость скорости нагревания псевдоожженного слоя от температуры имеет, таким образом, линейный характер (22). В связи с тем что регулярный режим устанавливается через некоторый промежуток времени после начала нагревания слоя, в начальный период имеет место нелинейный характер изменения скорости нагревания, что подтверждается опытом [4]. Это обусловлено влиянием начальных условий процесса нагревания псевдоожженного слоя.

Обозначения

- t, t_f — температуры частиц и газа при установившемся режиме; u_n, u_{f_n} — средние температуры частиц и газа в начальный момент; u, u_f — средние температуры частиц и газа при неустановившемся режиме; V — объем частиц в слое; V_i — объемный расход газа в единицу времени; \dot{Q} — тепло, подведенное излучением к объему частиц V ; S — суммарная поверхность частиц; ∂u — изменение температуры частиц элемента объема dV за элемент времени $\partial \tau$; dS — поверхность частиц в объеме dV ; $u_i = \frac{1}{V} \int u dV$ — средняя по объему температура частиц; $u_s = \frac{1}{S} \int u dS$ — средняя по поверхности теплообмена температура частиц; $u_{is} = \frac{1}{S} \int u_i dS$ — средняя по поверхности температура газа; u_1, u_2 — температуры частиц или газа в данной точке слоя в моменты времени τ_1 и τ_2 соответственно; c, c_i — удельная теплоемкость частиц и газа; γ, γ_i — плотность материала частиц и газа; $C = c \gamma V$ — теплоемкость частиц в слое; $C_i = c_i \gamma_i V_i$ — энтальпия газа, проходящего через слой в единицу времени; P — мощность излучения, подводимого к слою; α — коэффициент теплоотдачи от частиц к газу; G_{cs} — вес частиц в слое; d — средний размер частиц в слое; q_u — плотность лучистого потока; R_i — характерный размер слоя; $u_f = u_{i_f} = \frac{1}{V} \int u_i dV$ — сред-

няя температура газа в объеме слоя в данный момент времени; u_{f_0} — начальная температура газа на входе в слой; m, m_1 — темпы нагревания частиц и газа соответственно.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. Н. Дульинев, Г. М. Кондратьев. Изв. АН СССР. ОТН. № 7, 1956.
2. Ю. Н. Шиманский, Н. И. Сыромятников. ИФЖ. № 3, 1964.
3. А. В. Лыков. Тепло- и массообмен в процессах сушки. Госэнергоиздат, 1956.
4. Н. А. Шахова, А. Г. Городник. ИФЖ. № 5, 1964.

С. С. ЗАБРОДСКИЙ

О ТЕПЛООБМЕНЕ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫХ ПСЕВДООЖИЖЕННЫХ СЛОЕВ С ПОВЕРХНОСТИЯМИ

Несмотря на то что по теплообмену псевдоожиженного слоя с омываемыми им поверхностями имеется большое число исследований [1], до сих пор еще не достаточно освещен важный вопрос о переносе тепла высокотемпературным слоем. В этой области известны лишь отрывочные данные Джолли [2] и Гумца [3] и более обширное исследование Н. В. Харченко и К. Е. Махорина [4, 5]. Экспериментальная работа Н. В. Харченко и К. Е. Махорина представляет несомненный интерес, но трактовка авторами результатов экспериментов выглядит слишком упрощенной. Это в основном относится к выводу авторов об отсутствии существенного лучистого обмена между высокотемпературным псевдоожиженным слоем и погруженным телом.

Для доказательства своей точки зрения в [4] и [5] выдвинуты следующие соображения:

1. Между псевдоожиженным слоем и телом не должно быть лучистого обмена, как между нетеплопрозрачной жидкостью и стекнкой.

2. Максимальный коэффициент теплообмена a_{\max} с температурой слоя изменяется линейно.

3. Алюминиевые заготовки, обладающие низкой степенью черноты поверхности, примерно столь же быстро нагреваются в псевдоожиженном слое, как заготовки из других металлов.

Однако в аналогии [5] между псевдоожиженным слоем и «непрозрачной жидкостью» не учтено, что в отличие от ньютонауских жидкостей и даже от гравитационно движущегося слоя для развитого псевдоожиженного слоя с интенсивно перемешивающимися частицами существует значительный температурный напор между поверхностью омываемого тела (стенки) и ближайшим к ней рядом частиц. Даже в худшем случае, если около поверхности тела будет задерживаться некоторая прослойка прилипших к ней частиц, теплообмен излучением не будет исключен, а только перенесен на границу раздела между неподвижными и перемешивающимися частицами. При

этом, правда, в известной мере сглаживалась бы роль степени черноты поверхности самого нагреваемого тела.

Легко объяснить также «аномалии», упомяннутые в пунктах 2 и 3, если обратить внимание на несовпадение скоростей фильтрации, при которых должны достигаться максимумы конвективно-кондуктивной и лучистой составляющих коэффициента теплообмена. Нельзя ожидать, что в обычных высокотемпературных псевдоожиженных слоях α_{\max} будет суммой $\alpha_{kk, \max}$ и $\alpha_{l, \max}$, даже при полной справедливости равенства $\alpha = \alpha_{kk} + \alpha_l$ для любой скорости фильтрации потому, что из этих двух составляющих лишь α_{kk} весьма чувствителен к порозности слоя [1] и поэтому достигает своего максимума ($\alpha_{kk, \max}$) при умеренных значениях m . Что касается α_l , то его значение при обычно достаточной толщине слоя будет лишь возрастать с ростом порозности, когда поверхность заготовки будет «видеть» не только ближайшие к ней и несколько охлажденные, но и все новые и новые дальние ряды раскаленных частиц. Важно также, чтобы при этом с ростом скорости фильтрации ω_f не тормозилось движение частиц. Но, как известно, в режиме «нормального псевдоожижения с пузырями» скорость частиц лишь увеличивается с ω_f и максимум α_l будет лежать за пределами этого режима при более высоких ω_f . Так, обычно с ростом форсировкой подачи газа будем иметь монотонное, хотя и постепенно замедляющееся увеличение α_l . Это должно приводить к более широкой зоне $\alpha_{cr} \approx \alpha_{\max} = (\alpha_{kk} + \alpha_l)_{\max}$ для высокотемпературного слоя, чем для низкотемпературного.

Растянутая зона $\alpha_{cr} \approx \alpha_{\max}$ действительно наблюдалась в опытах Н. В. Харченко и К. Е. Махорина [4] и представляет собой практически существенный результат наличия лучистой составляющей теплообмена тела с высокотемпературным псевдоожиженным слоем, дающий возможность работать с высокими α при большой порозности и большом отношении расширения слоя, т. е. при меньшей начальной высоте его и меньшем гидравлическом сопротивлении. Это в ряде случаев выгодно. Очевидно, для разных точек кривой $\alpha_{cr} = f(\omega_f)$ в зоне пологого максимума доля α_l в α_{\max} будет различна: для точек с большей ω_f она выше.

Доказательство существенного лучистого обмена между высокотемпературным псевдоожиженным слоем и погруженным в него телом является сама возможность экспериментального определения α_{cr} по методу регулярного режима, подтверждаемая опытами [4]. Действительно, у Н. В. Харченко и К. Е. Махорина основные экспериментальные точки, нанесенные в координатах τ (время) и $\lg(\theta_{kc} - T_{cr})$, укладывались для единичного опыта на одну прямую, что

и свидетельствовало о постоянстве суммарного коэффициента теплообмена шара α_{cr} за соответствующее прямолинейному участку времени, несмотря на постепенное увеличение температуры шара, T_{cr} , но при этом кондуктивная составляющая α_{cr} заведомо возрастила, так как увеличивалась теплопроводность газа в непосредственной близости к шару-альфа-калориметру. Конвективная составляющая вряд ли сильно изменилась, хотя можно ожидать некоторого ее уменьшения из-за роста кинематической вязкости газа вблизи шара. Следовательно, α_{cr} мог оставаться постоянным в основном за счет наличия и постепенного уменьшения лучистой составляющей обмена α_{l} по мере нагрева шара.

$\alpha_{l} \sim (\theta^4 - T_{cr}^4)/(\theta_{kc} - T_{cr})$ действительно может уменьшаться с ростом T_{cr} , так как T_{cr} быстрее приближается к температуре "видимых" шаром частиц θ , чем к температуре ядра слоя θ_{kc} , т. е. числитель уменьшается быстрее, чем знаменатель. Интересно отметить, что "истинный" (подсчитанный по разности температур излучающих поверхностей) коэффициент лучистого обмена $\alpha'_{l} \sim \frac{\theta^4 - T_{cr}^4}{\theta - T_{cr}}$ не убывает, а монотонно возрастает с увеличением температуры нагреваемого слоем шара. Действительно, $\alpha'_{l} \sim \theta^6 + T_{cr} \theta^2 + T_{cr}^2 \theta - T_{cr}^3$. Но, конечно, с α'_{l} не приходится иметь дело, так как θ не поддается непосредственному измерению.

Для обычных высокотемпературных псевдоожиженных слоев при достижении $\alpha_{kk,max}$, когда на α_{kk} начинает сильнее действовать возрастание t , чем сопутствующее этому росту увеличение скорости частиц, эта скорость недостаточна для получения высоких α_{l} . Первые ряды частиц существенно переохлаждаются, и α_{l} весьма далеко от упомянутого в [1] максимального значения, равного $4.9 \alpha_1 \left[\left(\frac{\theta_{kc}}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_{cr}}{100} \right)^4 \right] / (\theta_{kc} - T_{cr})$, при некотором увеличении степени черноты слоя. Уточнить степень черноты слоя здесь, по-видимому, нет необходимости, так как это всего лишь предельный случай и для него можно принять $\alpha_{kk} = 1$.

Нельзя признать удачным, что в [1] уже в самом обозначении этой максимальной величины α_{l} отсутствует соответствующий индекс max .

В результате того, что $\alpha_{kk,max}$ в обычных псевдоожиженных слоях должно достигаться при низких α_{l} , величина α_{max} зависит от температуры слоя линейно, как и $\alpha_{kk,max}$, и численное значение α_{max} может быть близко к $\alpha_{kk,max}$. Отсюда

можно принимать для таких высокотемпературных слоев $\alpha_{max} \approx \alpha_{kk,max}$ и применять для расчета переноса ими тепла простую эмпирическую формулу, предложенную ранее [8] для низкотемпературных слоев, которая в единицах СИ записывается так:

$$\alpha_{max} = 22.6 \rho_{cr}^{0.2} k_r^{0.6} d^{-0.36}. \quad (1)$$

Если (1) сопоставить с опытными данными Н. В. Харченко [5] для окружных частиц, то видно, что она описывает их с отклонением, не превосходящим 7.5% от корреляции, предложенной Харченко, если рассчитывать α_{max} по k_r продуктов горения топлива при температуре слоя. Заниженные (в запас расчета) значения α_{max} высокотемпературного слоя, псевдоожиженного продуктами горения, получим, беря вместо k_r коэффициент теплопроводности воздуха.

В режимах, близких к $\alpha_{kk,max}$, но далеких от высоких значений α_{l} , очевидно, можно получить упомянутую в [5] практическую независимость времени нагрева тела в слое от степени черноты его поверхности.

Отмечаемое в [5] увеличение на 10% α_{cr} при горении в слое по сравнению с α_{cr} , полученным при подаче под газораспределительную решетку "готовых" продуктов горения (той же температуры), слабо подтверждено опытными данными из-за значительного разброса точек, но правдоподобно. Это можно объяснить некоторым увеличением однородности псевдоожижения при горении, установленным в [6] и [7].

Исходя из изложенного, следует отметить также, что в высокотемпературном псевдоожиженном слое можно получить более высокие α_{max} , чем достигнутые в [4] и [5]. Повышение α_{max} здесь возможно за счет быстрого искусственного перемешивания слоя вокруг погруженного неподвижного тела или за счет равноценного движения самого тела. Таким равноценным движением может быть не всякое, а лишь обеспечивающее отсутствие сколько-нибудь длительного контактирования поверхности тела с одними и теми же частицами.

При очень интенсивной смене частиц у поверхности тела и низкой порозности слоя можно достичнуть высокого $\alpha_{kk,max}$ и одновременно (при той же w_0) иметь α_{l} , близкое к $\alpha_{l,max}$. В этом "искусственно" достижимом случае будет справедливо равенство

$$\alpha_{max} = \alpha_{kk,max} + \alpha_{l,max}. \quad (2)$$

Конечно, практическая реализация этой интенсификации теплообмена в высокотемпературном слое может быть связана с известными конструктивными трудностями. Но уже и в простом случае падения небольших тел сквозь интенсивно кипящий высокотемпературный слой теплообмен приближается

к условию (2). С другой стороны, относительно медленное вертикальное движение высокой пластины сквозь псевдоожиженный слой, так же как теплообмен гравитационно движущегося слоя с высокой стенкой, не даст такого эффекта.

В высокотемпературном псевдоожиженном слое, как и в низкотемпературном, α_{ct} зависит от формы частиц, если эта форма сильно отличается от сферической, и формула (1) без поправочного множителя, меньшего единицы, справедлива только для сферических и округлых частиц, таких, как песок, спилка, гель, многие катализаторы. Если же взять слой остроугольных частиц шамота, то к α_{max} , подсчитанным по (1), придется ввести поправочный множитель 0.725 согласно опытным данным [5]. Это объясняется тем, что отсутствие заметного изменения температуры частиц за время экспозиции у поверхности тела в сочетании с высокой их концентрацией (или малой эффективной порозностью слоя) является одним из возможных, но не единственным случаем достижения максимума коэффициента теплообмена стенки. Очевидно, τ_{max} будет наступать, когда положительное влияние увеличения скорости перемешивания частиц с ростом скорости фильтрации будет компенсироваться отрицательным влиянием роста эффективной порозности слоя. Это положение, конечно, может возникнуть даже при значительном изменении температуры частиц у поверхности тела.

К сожалению, пока нет возможности удовлетворительно выразить скорость перемешивания частиц в непосредственной близости от тела в виде функции от ω_f , даже для монодисперсного слоя сферических частиц. Поэтому невозможно элементарно аналитически определять положение и величину τ_{max} . Однако достаточно очевидно, что округлые частицы могут двигаться интенсивно при значительно меньшей порозности слоя m , чем неправильные остроугольные, пластинчатые и вытянутые, и $\alpha_{kk, max}$ для неправильных «цепляющихся» друг за друга частиц будет устанавливаться на базе более высокой порозности и, следовательно, при прочих равных условиях (размере и плотности частиц, свойствах газа) будет иметь значительно меньшую численную величину, т. е. потребуется в формулу (1) ввести некоторый поправочный коэффициент или фактор формы.

Для высокотемпературных псевдоожиженных слоев из-за лучистой составляющей коэффициента теплообмена, не уменьшающейся с порозностью, можно ожидать все меньшей величины подобной поправки с ростом температуры слоя.

Обозначения

d — диаметр частиц; m — порозность слоя; T_{ct} — абсолютная температура поверхности тела; ω_f — скорость фильтра-

ции; α_{kk} и $\alpha_{kk, max}$ — кондуктивно-конвективная составляющая α_{ct} и ее максимальное значение; ε_d и ε_d, max — лучистая составляющая α_{ct} и ее максимальное значение; τ_{ct} и τ_{max} — коэффициент теплообмена тела (стенки) и его максимальное значение; ε_{kc} и ε_1 — степень черноты псевдоожиженного слоя и поверхности тела; θ_{kc} — абсолютная температура частиц в ядре слоя; λ — коэффициент теплопроводности газа; ρ_m — плотность частиц.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. С. Забродский. Гидродинамика и теплообмен в псевдоожиженном (кипящем) слое. ГЭИ, 1963.
2. L. J. Jolley. Fuel, 28, № 5, 1949.
3. W. Gutz. Mitteilungen V. G. B., № 54, 1958.
4. Н. В. Харченко, К. Е. Махорин. ИФЖ, 7, № 5, 1964.
5. Н. В. Харченко. Диссертация. Киев, 1964.
6. А. М. Гулюк. О некоторых особенностях гидродинамики псевдоожиженного слоя при склонении в нем жидкого топлива. [Настоящий сборник, стр. 68.]
7. Н. В. Антонишин, С. С. Забродский. ИФЖ, 5, № 2, 1962.
8. С. С. Забродский. Труды Ин-та энергетики АН БССР, вып. 8, 1958.

А. И. ТАМАРИН, В. Д. ДУНСКИЙ
**О РАДИАЦИОННОМ ТЕПЛООБМЕНЕ
 ПСЕВДООЖИЖЕННОГО СЛОЯ С ПОВЕРХНОСТЬЮ**

Перенос тепла на границе псевдоожженного слоя с поверхностью теплообмена протекает двумя различными механизмами: кондуктивно-конвективным и радиационным. Как показали многочисленные исследования низкотемпературного псевдоожженного слоя, кондуктивно-конвективный перенос тепла линейно зависит от разности потенциалов (температура) и удовлетворительно описывается законом Ньютона. Радиационный перенос тепла имеет иные закономерности и определяется разностью потенциалов переноса (температура) в четвертой степени.

В связи с разработкой аппаратов для осуществления высокотемпературных процессов в псевдоожженном слое, а также возможностью использования псевдоожженного слоя как промежуточного теплоносителя радиационный перенос тепла в такой системе привлекает внимание исследователей. Этот вопрос недостаточно освещен в литературе и по нему не сложилось определенного мнения. Так, авторы [2] уверяют, что отсутствует существенный лучистый обмен между кипящим слоем и погруженным телом. В то же время С. С. Забродский показал [1], что в области высоких температур слоя влияние лучистой составляющей теплообмена может быть значительным.

Нами делается попытка из сопоставления радиационного и кондуктивно-конвективного потоков тепла дать оценку условий, когда необходимо учитывать радиационный перенос тепла при расчете теплообмена в псевдоожженном слое.

Кондуктивно-конвективный перенос тепла между псевдоожженным слоем и погруженной в него поверхностью удовлетворительно описывается следующей экспериментальной зависимостью [1]:

$$q_{kk} = 40Y_{\lambda}^{0.2} d^{-0.36} \lambda_r^{0.6} \Delta T. \quad (1)$$

Это уравнение дает представление о максимальном коэффициенте теплообмена, обусловленном кондуктивно-конвективным переносом тепла через пограничную плёнку газа.

Радиационная составляющая теплового потока от слоя к теплообменной поверхности

$$q_p = \varepsilon_n C_0 \cdot 10^{-8} [T_1^4 - T_2^4]. \quad (2)$$

Так как степень черноты псевдоожженного слоя близка к единице [1], приближенно можно принять ε_n равной ε_{cr} . В (2) входит температура стенки T_1 и температура ядра слоя T_2 . В действительности температура ближайших к стенке рядов твердых частиц, которые «видят» стенку, может отличаться от температуры ядра псевдоожженного слоя, приближаясь к температуре стенки. Температура этих частиц будет зависеть от интенсивности их перемешивания и порозности слоя. В области максимального значения коэффициента конвективно-CONDУKТИВНОГО теплообмена интенсивность перемешивания материала достаточно велика, а расширение слоя относительно невелико. В этих условиях температура частиц у поверхности теплообмена будет значительно отличаться от температуры ядра слоя. Поэтому для расчета радиационного переноса тепла можно воспользоваться уравнением (2), в которое входит температура стенки и ядра слоя. Эта зависимость дает представление о максимально возможном радиационном тепловом потоке на границе псевдоожженного слоя и поверхности.

Сопоставляя (1) и (2), попытаемся оценить относительную долю радиационного потока тепла:

$$\frac{q_p}{q_{kk}} = \frac{(T_1^4 - T_2^4)}{10^8(T_1 - T_2)^4} \cdot \frac{\varepsilon_n C_0 d^{0.36}}{40 Y_{\lambda}^{0.55}}. \quad (3)$$

В правой части (3) стоит произведение двух комплексов. Первый охватывает все величины, зависящие от температуры и свойств газа, во втором комплексе сгруппированы параметры, отражающие физические свойства дисперсного материала и стенки.

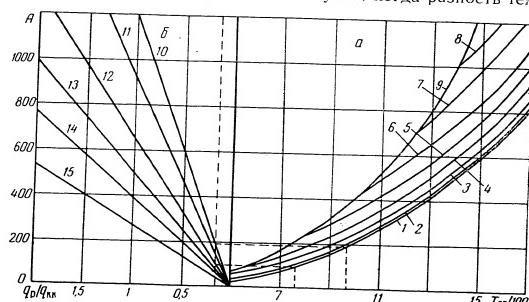
В первом приближении для данного диапазона температур можно принять, что теплопроводность газа является линейной функцией температуры: $\lambda = \lambda_0 (1 + b T_{ep})$ [3]. Тогда первый комплекс может быть записан в следующем виде:

$$A = \frac{(4T_{ep}^2 + \Delta T^2)}{10^4(237 T_{ep} + 0,403)}, \quad (4)$$

и формула (3) примет простую форму

$$\frac{q_p}{q_{kk}} = A \cdot \frac{\varepsilon_n C_0 d^{0.36}}{40 Y_{\lambda}^{0.55}}. \quad (3a)$$

На рисунке (а) представлена зависимость комплекса A от ΔT и средней температуры газа для нескольких значений ΔT . Кривая 9 соответствует гипотетическому условию, что температура стенки равна абсолютному нулю и разность температур максимальна ($\Delta T = 2T_{ep}$). Кривая 1 отражает более реальный предельный случай, когда разность тем-



Зависимость доли лучистой составляющей переноса тепла между псевдоожженным слоем и теплообменной поверхностью (q_p/q_{kk}) от средней температуры системы, перепада температур и диаметра частиц:
— 9 — при ΔT соответственно 100°К; 400; 800; 1200; 1600; 2000; 2400; 2800 и $2T_{ep}$; 10 —
— 15 — при d соответственно 0,1 мм; 0,2; 0,5; 1; 2 и 5 мм

ператур невелика ($\Delta T < 100^\circ\text{K}$). На рисунке (б) нанесена зависимость доли радиационного потока тепла (q_p/q_{kk}) от комплекса A для нескольких диаметров частиц.

Как видно из рисунка, доля радиационного переноса тепла между стенкой и псевдоожженным слоем непрерывно возрастает с повышением температуры (T_{ep} и ΔT), а также с увеличением диаметра частиц. В области высоких температур и крупных частиц доля радиационного теплообмена повышается более резко.

Поскольку точность эмпирических зависимостей для кондуктивно-конвективного теплообмена лежит в пределах 6—15%, то можно считать, что роль радиационного переноса тепла будет заметной, если она превышает 15%. На графике эта область отделена штриховой вертикальной прямой. Практически при разности температур не выше 400° для частиц менее 0,5 мм эта область соответствует средним температурам ниже 700°К. Для более мелких частиц предел температур

лежит несколько выше. Так, для частиц 0,1 мм предельная температура слоя, когда уже следует учитывать радиационный перенос тепла, будет порядка 900°К. Наоборот, для более крупных частиц предельная температура будет ниже; так, для частиц 5 мм она равна 500°К.

Следует отметить, что в области повышенных температур и относительно больших диаметров частицы доля радиационной составляющей может достигать заметных величин. Например, при температуре псевдоожженного слоя 1500°К и температуре поверхности 1100° ($T_{ep} = 1300^\circ\text{K}$ и $\Delta T = 400^\circ\text{K}$) для частиц 2 мм из графика видно, что тепловой радиационный поток примерно равен кондуктивно-конвективному.

Приведенные выше соображения дают возможность оценить тот нижний температурный уровень, когда можно пре-небречь радиационной составляющей теплообмена.

Обозначения

d — диаметр частиц; C_0 — коэффициентлучеиспускания абсолютно черного тела; q_p , q_{kk} — радиационный и кондуктивно-конвективный поток тепла; T_1 , T_2 — температура теплообменной поверхности и ядра псевдоожженного слоя; ΔT — разность этих температур; T_{ep} — среднеарифметическая температура системы; ε_n , ε_{ct} — степень черноты приведенная и стенки; λ — теплопроводность газа; u_n — плотность частиц.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. С. Забродский. Гидродинамика и теплообмен в псевдоожженном слое. ГЭИ, 1963.
2. Н. В. Харченко, К. Е. Махорин. ИФЖ, № 5, 1964.
3. Дж. Кей, Т. Лэви. Таблицы физических и химических постоянных. М., 1962.

Н. Т. ЭЛЬПЕРИН, А. Н. ТАМАРИН

К ВОПРОСУ ДИНАМИКИ КИПЯЩИХ СЛОЕВ В КАСКАДНЫХ УСТАНОВКАХ

Для термической обработки дисперсных материалов во взвешенном состоянии перспективны каскадные установки с конусными ретортами, в которых осуществляется противоточное движение материала и газа [4].

Проведенное исследование с помощью скоростной киносъемки показало, что перетекание материала из одной реторты установки в другую происходит отдельными порциями. Такое пульсирующее перемещение материала возникает как при периодическом изменении скорости потока газа, так и при стационарном газовом потоке и непрерывной, равномерной подаче материала в установку.

Для выяснения основных закономерностей процесса и метода управления им необходимо проанализировать характер пульсирующего движения дисперсной твердой фазы в каскадной установке. Анализ явления проведем для отдельной конусной реторты (рис. 1).

Сделаем следующие допущения:

1. Скорость движения газа одинакова по сечению реторты и изменяется только в направлении вертикальной оси.

2. Сила трения слоя дисперсного материала о стенки реторты пропорциональна скорости перемещения слоя.

3. В связи с небольшим раскрытием конуса реторты и относительно небольшими перемещениями слоя дисперсного материала преибернем влиянием порозности на величину «подъемной силы», взвешивающей слой, и принимаем ее равной

$$P = c \operatorname{Re}^n. \quad (1)$$

Уравнение движения центра тяжести слоя в реторте имеет вид

$$-m\ddot{x} + h\dot{x} - P + mg = 0. \quad (2)$$

Критерий Re в сечении реторты на уровне x (рис. 1), определяющий величину P , равен

62

$$\operatorname{Re} = \operatorname{Re}_0 \frac{r_0^2}{(r_0 - x \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2})^2}.$$

Отсюда

$$P = c \operatorname{Re}_0^n \left(1 - \frac{x}{r_0} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \right)^{-2n}. \quad (3)$$

Разложим функцию (3) в ряд Тейлора по степеням переменной $\frac{x}{r_0} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$. Так как $\frac{x}{r_0} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} < 1$, ряд сходится. Ограничившись первыми членами, получаем линейное приближение функции (3):

$$P = c \operatorname{Re}_0^n \left(1 + 2n \frac{x}{r_0} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \right). \quad (4)$$

Уравнение (4) отражает линейный характер статической характеристики рассматриваемой системы. Для проверки правильности принятой линейной аппроксимации экспериментально была снята зависимость перемещения центра тяжести кипящего слоя в конической реторте от скорости жидкости. Опыты проводились на воде со шлаковыми и стеклянными шариками диаметром 2,45; 1,41; 0,7; 0,285 мм. По экспериментальным данным построена зависимость «подъемной силы» от положения центра тяжести слоя. Из рис. 2 видно, что экспериментальная кривая и зависимость (3) качественно совпадают. Отдельные участки этой кривой могут быть описаны линеаризованным уравнением (4).

Переходя к новой переменной

$$y = 1 + 2n \frac{x}{r_0} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$$

и вводя обозначения

$$k = \frac{c}{r_0} 2n \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}, \quad G = \frac{g}{r_0} 2n \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2},$$

из (2) и (4) окончательно получаем

$$my - hy + k \operatorname{Re}_0^n y = Gm. \quad (5)$$

Рис. 1. Схема конической реторты каскадной установки

63

Полученное линейное дифференциальное уравнение описывает перемещение центра тяжести слоя в конической реторте. Как видно из (5), рассматриваемая система в механической аналогии представляет собой тело с массой m , подвешенное на пружине с жесткостью $k \text{Re}_0^n$, на которое действует внешняя сила Gm при наличии в системе трения.

Условия, когда масса материала в слое неизменна, а закрепленный конец пружины совершает гармонические колебания, соответствуют задаче, при которой вес материала и скорость потока в реторте постоянны во времени, а сама реторта совершает взаимно-поступательное движение вдоль потока. При этом относительное расстояние между центром тяжести слоя и верхней границей конуса реторты y (в переменных уравнения (5)) будет изменяться по соотношению

$$y = y_1 + y_0 \cos \omega t.$$

Тогда из (5) находим закономерности движения центра тяжести слоя относительно колеблющейся реторты:

$$\ddot{y}y_1 - hy_1 + k \text{Re}_0^n y_1 = Gm + y_0 \sin(\omega t + \varphi). \quad (6)$$

Сдвиг по фазе между перемещением реторты и силой

$$\varphi = \arcsin h \omega [(m\omega^2 - k \text{Re}_0^n)^2 + (h\omega)^2]^{-0.5}.$$

Вводя новую переменную $z = y_1 - \frac{Gm}{k \text{Re}_0^n}$, (6) можно представить в следующем виде:

$$\ddot{y}z - hz + k \text{Re}_0^n z = y_0 \sin(\omega t + \varphi). \quad (7)$$

Как видно из (7), задачу о гармонических колебаниях реторты можно свести к рассмотрению более простого случая

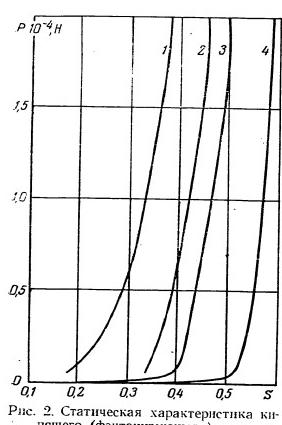


Рис. 2. Статическая характеристика кипящего (фронтирующего) слоя:

P — подъемная сила; $S = \frac{x}{r_0} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$ — относительные координаты центра тяжести слоя в реторте; $1, 2, 3, 4$ — $\text{Re}_0 = 221, 166, 110, 53$

движения груза массой m , подвешенного на пружине с постоянной жесткостью $k \text{Re}_0^n$, на которую действует периодическая внешняя сила с амплитудой y_0 , сдвинутая по фазе относительно движения реторты.

Передаточная функция такой системы

$$W = (m\omega^2 - i\omega h + k \text{Re}_0^n)^{-1}. \quad (8)$$

Амплитуда колебания слоя может быть найдена из выражения

$$Z_s = y_0 [(k \text{Re}_0^n - m\omega^2)^2 + (h\omega)^2]^{-0.5}. \quad (9)$$

При этом имеет место сдвиг по фазе между действием внешней силы и перемещением слоя

$$\varphi_1 = \arctan [h\omega / (k \text{Re}_0^n - m\omega^2)]. \quad (10)$$

Зависимость (8) отражает характер восприятия системой действия внешней периодической силы. В знаменателе (8) стоит сумма динамических жесткостей отдельных элементов системы: массы ($m\omega^2$), трения ($i\omega h$) и „пружины“ ($k \text{Re}_0^n$).

Полученные зависимости не всегда непосредственно могут быть использованы для расчета реальных установок, однако они позволяют сделать некоторые качественные суждения о поведении слоя в реторте. Так, например, если при повышенной частоте пульсации реторты необходимо сохранить заданную амплитуду колебания слоя, то следует уменьшить массу материала в реторте. Это объясняется тем, что с увеличением частоты динамическая жесткость массы резко возрастает (масса плохо передает повышенные частоты).

Часто желательно сохранить в системе частоту, задаваемую вынужденными колебаниями, и создать условия, чтобы собственные колебания системы затухали. В этом случае следует декремент затухания $\pi \left(\frac{k \text{Re}_0^n}{h^2} - 0.25 \right)^{-0.5}$ выбрать достаточно большим.

В каскадных установках пульсации слоя в ретортах происходят вследствие периодического изменения скорости потока. Последнее может достигаться в результате работы специального пульсатора, который периодически изменяет сопротивление сети. В этом случае движение центра тяжести слоя в конусной реторте приближенно описывается уравнением (5), в котором величина $k \text{Re}_0^n$ является периодической функцией времени. Другими словами, рассматриваемая система может быть сведена к модели, состоящей из груза массой m , подве-

шенного на пружине, жесткость которой гармонически изменяется во времени.

Заменой переменной $y = U \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{h}{m} \tau\right)$ уравнение (5) может быть представлено в следующем виде [2]:

$$\ddot{U} + \Phi(\tau)\dot{U} = G \exp\left(-\frac{i}{2} \frac{h}{m} \tau\right), \quad (11)$$

где

$$\Phi(\tau) = \frac{k \operatorname{Re}^n}{m} - \frac{1}{4} \left(\frac{h}{m}\right)^2.$$

Функция в правой части (11) при $\tau \rightarrow \infty$ стремится к нулю. Следовательно, в условиях стабилизированного режима движения слоя в конусной реторте можно описать однородным дифференциальным уравнением Хилла, решением которого будет следующая функция [2]:

$$U = c_1 \Phi_1(\tau) \exp(i_1 \tau) + c_2 \Phi_2(\tau) \exp(i_2 \tau). \quad (12)$$

Здесь c_1 и c_2 — произвольные постоянные; i_1 , i_2 — характеристические показатели; Φ_1 и Φ_2 — периодические функции.

В общем случае характеристические показатели — величины комплексные и, следовательно, $\exp i\tau = \exp \tau_0 \exp(i\gamma)$. Умножение периодических функций Φ_1 и Φ_2 на $\exp(i\gamma\tau)$ вызовет только сдвиг по фазе и не отразится на изменении их значения за период колебания. В то же время наличие сомножителя $\exp(i\gamma\tau)$ приводит к изменению функции за период. Поэтому при минимых характеристических показателях ($\eta = 0$) полученное решение представляет собой периодическую ограниченную функцию, по частоте и амплитуде отличающуюся от характера пульсаций скорости потока.

При $\eta \neq 0$ и $\tau \rightarrow \infty$ полученное решение оказывается неустойчивым и неограниченно возрастает. Случай, когда периодическое изменение параметров системы вызывает ее раскачивание, получил название параметрического резонанса [2, 3]. В реальной системе при наличии трения и нелинейной статической характеристики неограниченный рост амплитуды невозможен. Амплитуда будет расти до тех пор, пока расход энергии на изменение параметров системы не уравновесится потерями на трение и в ней установятся устойчивые колебания.

Проведенный анализ дает качественное объяснение наблюдаемого на моделях и опытных установках нарушения режима пульсации движения твердой фазы, при котором резко возрастает амплитуда пульсаций и слой полностью «уходит» из реторты.

Пульсирующее перемещение слоя в конической реторте может возникать и при отсутствии вынужденных колебаний расхода жидкости, когда материал в реторту поступает непрерывно и равномерно. При этом сам слой выполняет функцию клапана-пульсатора, изменяющего периодически скорость потока жидкости. Одновременно материал отдельными порциями проявляется через нижнюю горловину реторты. В результате этого масса материала в аппарате периодически изменяется. В первом приближении движение материала в реторте может быть описано дифференциальным уравнением, аналогичным (5), при условии, что масса слоя является функцией времени.

Следует отметить, что реальная система значительно сложнее, имеет нелинейную падающую характеристику и обладает трением.

Наряду с отмеченными закономерностями на движение слоя оказывает влияние также зависимость между массой материала в реторте и скоростью потока, которая в колебательной системе играет роль обратной связи. Вследствие инерционности столба жидкости действие обратной связи несколько запаздывает, что вызывает сдвиг фаз между силой и перемещением.

В связи с этим даже при равномерной подаче материала в реторту возникают устойчивые колебательные движения кипящего слоя в каскадной установке.

Проведенное исследование является попыткой использовать общие положения теории колебаний к качественному изучению динамики движения твердой фазы в каскадных установках.

Обозначения

P — подъемная сила; m — масса материала в слое; x, y, z — координаты; r_0 — радиус реторты в верхнем сечении; n — показатель степени, $1 < n < 2$; ω — круговая частота; τ — угол раскрытия конуса; t — время.

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. В. Мак-Лахлан. Теория и приложения функций Маттье. И.Л. 1953.
2. Л. И. Мандельштам. Пекин по колебаниям. М., 1955.
3. С. П. Стрелков. Введение в теорию колебаний. ГИТЛ, 1951.
4. И. Т. Эльперин. Труды Ульяновского с.-х. ин-та. IV. 1956.

А. М. ГУЛЮК

О НЕКОТОРЫХ ОСОБЕННОСТЯХ ГИДРОДИНАМИКИ ПСЕВДООЖИЖЕННОГО СЛОЯ ПРИ СЖИГАНИИ БЫМ ЖИДКОГО ТОПЛИВА

Известный интерес представляет изучение характера псевдоожижения при химических реакциях, когда в слое происходит изменение температуры и количества псевдоожижающей среды. В литературе [1] этот вопрос освещен недостаточно.

Рассмотрим изотермический высокотемпературный слой без горения при сохранении весового расхода псевдоожижающего газа. Изменение гидродинамики такого слоя по сравнению с холодными условиями можно оценить отношением чисел псевдоожижения N_2/N_1 . Если воспользоваться обычными интерполяционными формулами расширения слоя, то при переходе от псевдоожиженного слоя с температурой t_1 к слою с температурой t_2 получаем

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{G_{n,y1}}{G_{n,y2}} = \frac{\text{Re}_{n,y1} \mu_1}{\text{Re}_{n,y2} \mu_2}. \quad (1)$$

Подставив значения критерия Рейнольдса, подсчитываемые по известной интерполяционной формуле [2], имеем

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{\text{Ar}_1 (1400 + 5,22 \sqrt{\text{Ar}_2}) \mu_1}{\text{Ar}_2 (1400 + 5,22 \sqrt{\text{Ar}_1}) \mu_2}. \quad (2)$$

Случай очень мелких частиц был рассмотрен в [3], и тогда при сохранении весового расхода газа ($G_\phi = \text{const}$)

$$N_2/N_1 = \nu_2/\nu_1. \quad (3)$$

Для крупных частиц (большие числа Ar_i) с некоторыми допущениями уравнение (2) можно упростить и привести к виду

$$\frac{N_2}{N_1} = \sqrt{\frac{\rho_{e1}}{\rho_{e2}}}. \quad (4)$$

Таким образом, из (3) и (4) видно, что для слоев твердых частиц, псевдоожиженных газом, с повышением температуры слоя ($t_2 > t_1$) число псевдоожижения увеличивается.

Было показано [4], что пульсации давления в псевдоожиженном слое связаны с прохождением пузырей и изменением

высоты слоя. Если учесть, что число псевдоожижения отражает гидродинамическую обстановку в слое, можно предположить, что при высоких температурах неоднородность псевдоожижения должна возрастать. Действительно, если с увеличением числа N остается в области неоднородного псевдоожижения [3], то большая доля газа будет прорываться через слой в виде пузырей: они будут крупнее и амплитуда пульсаций давления должна увеличиться.

Для выяснения характера псевдоожижения при переходе от холодных условий к высокотемпературному слою без горения и при горении в нем жидкого топлива (солярного масла) были поставлены специальные опыты. Экспериментальная установка представляла собой цилиндрическую колонну из кварцевого стекла с внутренним диаметром 75 мм и высотой 1 м. В нижней части трубы над решеткой с живым сечением 25% (диаметр отверстий 1,2 мм) псевдоожижался слой крошки динамического кирпича плотностью 2200 кг/м³. Опыты проводились с фракцией материала 5–7 мм. На уровне решетки измерялось статическое давление в слое. Пульсации давления записывались на пленке осциллографа МПО-2. Изменения давления в слое преобразовывались с помощью индукционного мостика, аналогичного описанному в [4]. Собственная частота системы отбора давления по подсчетам составляла около 200 Гц, что позволяло достоверно фиксировать все колебания давления в слое частотой ниже 10–12 Гц. Обработка осцилограмм производилась методом графического интегрирования.

Сравнение осцилограмм показывает, что при $G_\phi = \text{const}$ для высокотемпературного слоя характерно увеличение амплитуды пульсаций давления при мало изменяющейся частоте. При температуре слоя 293° К (рис. 1, а) амплитуда пульсаций давления составляла 5,5% от его среднего значения при частоте пульсаций 2,25 Гц. При температуре слоя 1273° К (рис. 1, б) амплитуда и частота равны 13% и 2,12 Гц. Такое изменение характера псевдоожижения согласуется с (2) и (4).

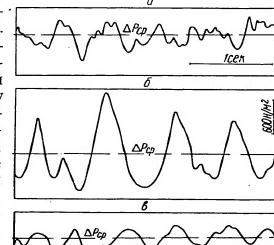


Рис. 1. Осцилограммы пульсаций давления в псевдоожиженном слое ($d_{cp} = 5 - 7$ мм, $H_0 = 100$ мм, $\Delta P_{cp} = 1280$ н/м²):
а — при горении в слое, $t = 1273$ °К; $\delta = t = 293$ °К;

$\delta = t = 1273$ °К; $\delta = t = 293$ °К;

При сжигании жидкого топлива в псевдоожженном слое общее весовое количество псевдоожажающего агента несколько увеличивается. В наших опытах это увеличение составляло около 5% от весовой подачи воздуха. За счет изменения химического состава газы изменяются ρ_0 и μ . С учетом этих поправок при температуре слоя (1273°К) без горения $N_2/N_1 = 2,82$.

Если считать, что гидродинамика системы в этом случае определяется числом N , можно было бы ожидать, что неоднородность псевдоожжения при горении будет несколько выше, чем при той же температуре слоя, но без горения.

В действительности при горении жидкого топлива наблюдалось успокоение слоя (рис. 1, а) и амплитуда пульсаций давления была 5,5% от его среднего значения, частота — 5 Гц. Это можно интерпретировать как уменьшение размера и увеличение числа газовых пузырей, т. е. увеличение однородности слоя. Аналогичное изменение характера псевдоожжения при сжигании в слое газового топлива отмечалось в работе [1]. По сравнению с «холодным» слоем амплитуда пульсаций давления в слое становилась меньше при одинаковом относительном расширении.

Повышение однородности псевдоожженного слоя при сжигании в нем жидкого топлива можно объяснить нарушением стабильности крупных газовых пузырей из-за появления внутри слоя дополнительных сил, связанных с быстрым испарением жидкого топлива, воспламенением и горением этих паров, сил, сопоставимых с гидродинамическими силами, действующими в обычных псевдоожженных слоях (в отсутствие горения). Детали развития этих сил давления и механизма предотвращения образования крупных пузырей пока не ясны. По-видимому, наибольшее значение могут иметь местные весьма кратковременные повышения давления внутри плотной («эмulsionной») фазы слоя при очень быстром испарении попавших туда капелек топлива и при вспышке (воспламенении) их паров.

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. В. Антонинин, С. С. Забродский. ИФЖ, № 2, 1962.
2. В. Д. Горошко, Р. Б. Розенбаум, О. М. Тодес. Изв. вузов. Нефть и газ. № 1, 1958.
3. С. С. Забродский. Гидродинамика и теплообмен в псевдоожженном (кипящем) слое. ГЭИ, 1963.
4. А. И. Тамарин. ИФЖ, № 7, 1963.

Г. И. ЭЛЬКИН, З. Р. ГОРБИС

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ МЕХАНИКИ, АЭРОДИНАМИКИ И ТЕПЛООБМЕНА В «ТОРМОЖЕННОЙ ГАЗОВЗВЕСИ»

Рекуперативные воздухоподогреватели наряду с низкой эффективностью теплообмена и большими затратами металла на их изготовление на ряде котельных агрегатов через 2–3 года работы выходят из строя вследствие кислотной коррозии [1]. В связи с этим необходимо повышать температуру уходящих газов до 200–230°С, что в свою очередь снижает экономичность котла. Замена рекуперативных воздухоподогревателей регенеративными типа «Юнгстрем» не всегда дает экономический эффект из-за увеличения расхода электроэнергии на тягу и дутье вследствие больших перетечек воздуха, достигающих 15–25%.

Теплообменники типа «газовзвесь» могут быть широко использованы в качестве воздухоподогревателей в котельной технике, а также в ряде других областей техники в качестве регенераторов различного назначения. Наряду с высокой интенсивностью теплообмена они характеризуются отсутствием затрат металла на изготовление поверхностей нагрева, глубоким охлаждением уходящих газов котла без опасности кислотной коррозии поверхностей нагрева при соответствующем подогреве воздуха. Глубокое охлаждение уходящих газов приводит к значительному повышению экономичности котла.

На одном из котлов Одесской ТЭЦ был построен и испытан всходухоподогреватель типа «противоточная газовзвесь» с механическим и аэродинамическим торможением насадки. На нем (дополнительно к ранее полученным данным [7]) были исследованы вопросы механики движения, аэродинамики межкомпонентного теплообмена насадки с газами (воздухом) и ряд других чисто эксплуатационных факторов (унос насадки из теплообменника, занос насадки золой, истирание насадки в процессе работы и т. п.).

Расчеты, проведенные на основе известных литературных данных [2–6], показали, что из-за малого времени контакта насадки с воздухом (газами) высоты теплообменных участков насадки для увеличения времени контакта насадки с воздухом (газами) были применены тормозящие вставки, известные

в химической технологии [8–9]. В подобных случаях по существу имеет место дополнительное механическое торможение падения частиц, и поэтому уместен термин «торможенная газовзвесь» [10]. Любое торможение частиц приводит к увеличению их истинной концентрации и, следовательно, к увеличению поверхности нагрева в теплообменных камерах. Этот положительный результат необходимо сопоставить с отрицательным, который связан с ухудшением условий межкомпонентного теплообмена при увеличении концентрации. Ранее в [5] было показано, что при концентрации $\mu < 1 - 1,5$ и $\beta < 3,5 \cdot 10^{-4}$ межкомпонентный теплообмен в газовзвеси, свободный от механического торможения, практически не зависит от концентрации. Однако при $\beta > 3,5 \cdot 10^{-4}$ было обнаружено, что интенсивность теплообмена падает пропорционально $\beta^{-0,43}$ [10]:

$$\frac{N_{u_t}}{N_u} = 0,033 \beta^{-0,43}.$$

Нами указанное положение проверялось в условиях торможения газовзвеси и сделана попытка обобщения экспериментальных данных по механике движения насадки, теплообмену и аэродинамике.

Воздухонагреватель типа «торможенная газовзвесь» представляет собой две последовательно включенные по насадке теплообменные камеры, расположенные друг над другом. Теплообменные камеры (верхняя и нижняя) прямоугольной формы, сечением $f = 0,49 \text{ м}^2$, $l = 1,65 \text{ м}$ и $f = 0,64 \text{ м}^2$, $l = 1,68 \text{ м}$ соответственно. Внутри теплообменных камер вставлены боковые и центральные тормозящие элементы — сетки. Они неподвижны и наклонены к горизонтальной плоскости под углом 10° [7]. Боковые тормозящие элементы могут поворачиваться относительно горизонтальной плоскости на угол от 0 до 90° . Часть насадки, падающей сверху, просыпается сквозь сетки, часть скатывается по ним, часть после удара о сетки отскакивает. Количество сеток могло изменяться в процессе опыта. В верхней камере при противотоке происходит нагрев насадки газами, а в нижней, также при противотоке, — нагрев насадкой воздуха. В опытах измерялись расходы воздуха, газа, насадки, их температуры на границах теплообменных участков, вес насадки, одновременно находящейся в камере, аэродинамическое сопротивление теплообменных камер, разрежение по газовому и воздушному трактам, а также производился анализ дымовых газов с целью определения присоса в газовую теплообменную камеру. Измерения наблюдаемых величин проводились при установленном тепловом и аэродинамическом режимах. В расчеты вводились со значения наблюдаемых величин, дающих 3-кратное (не менее) сопадение.

72

На одном из этапов эксперимента была изучена механика движения насадки в «холодной» воздушной теплообменной камере. В качестве насадки применялся гранулированный кварцевый песок с $d_1 = 0,49 \text{ мм}$ и алюмосиликатный катализатор с $d_2 = 3,2 \text{ мм}$. На границах теплообменной камеры были установлены шиберы с пневмоприводом, с помощью которых одновременно отсекалась насадка, находящаяся в камере, с последующим ее выпусктом и взвешиванием, что давало возможность определить величину весовой концентрации

$$\mu_a = \frac{G_r}{G_a} = \frac{Y_r}{Y}.$$

Величины μ_a и часового расхода насадки позволили определить время пребывания (теплообмена) насадки в камере

$$\tau = 3600 \mu \frac{G_a}{G_r}.$$

Изучалось также влияние на время пребывания (теплообмена) насадки в камере числа рядов тормозящих элементов — сеток, чисел Рейнольдса, расходной весовой концентрации и угла поворота боковых тормозящих элементов — сеток. Как показали опыты, зависимость времени пребывания насадки в камере от числа рядов тормозящих элементов является линейной и выражается уравнением

$$\tau_n^{\text{top}} = \tau_{n-1}^{\text{top}} + \frac{\tau_{n-1}^{\text{top}}}{n-1}.$$

Во всех расчетах время пребывания насадки в камере было отнесено к шести рядам тормозящих элементов — сеток. В дальнейшем последовательно определялись частные зависимости симплекса времени $\tau_n^{\text{top}} / \tau_{\text{av}}$ от перечисленных выше факторов,

где

$$\tau_{\text{av}} = \frac{l}{(1 - k_s)v_{\text{avt}}}.$$

Экспериментальные данные обрабатывались в критериальном виде [10]. Так, например, частная зависимость симплекса времени от числа Рейнольдса по воздуху (рис. 1) при прочих равных условиях позволила выявить две области: в первой симплекс времени не зависит от числа Рейнольдса; во второй с увеличением числа Рейнольдса симплекс времени уменьшается, что обуславливается большим ростом аэродинамического

73

торможения насадки между сетками (чистая газовзвесь), чем на сетках (механическое торможение). Эта зависимость может быть представлена в виде $\frac{\tau_{\text{top}}}{\tau_{\text{rb}}} = A \text{Re}^n$, где $n = 0$ при $1,05 \cdot 10^4 < \text{Re} < 3,58 \cdot 10^4$; $n = -0,685$ при $3,58 \cdot 10^4 < \text{Re} < 9,0 \cdot 10^4$.

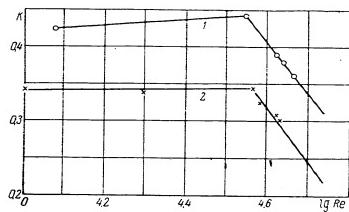


Рис. 1. Пример частной зависимости симплекса времени $K = \tau_{\text{top}}/\tau_{\text{rb}}$ от числа Рейнольдса:
 $I = \alpha_0/\alpha_u = 20^5/10^5; 2 = 90^5/10^5$

В результате окончательной обработки результатов опытов получена критериальная зависимость для симплекса времени

$$\frac{\tau_{\text{top}}}{\tau_{\text{rb}}} = f \left(\text{Re}, f_{\text{ж}}, \frac{D_{\text{жк}}}{d_r}, \text{Re}_t, \mu, \frac{\alpha_0}{\alpha_u}, n \right), \quad (2)$$

применявшаяся для камер прямоугольного сечения с тормозящими элементами — сетками и следующих значений критерия (аргументов): $1,05 \cdot 10^4 < \text{Re} < 9 \cdot 10^4$, $0,257 < f_{\text{ж}} < 0,73$, $1,8 < \frac{D_{\text{жк}}}{d_r} < 12,25$, $102 < \text{Re}_t < 2000$, $0,5 < \mu < 2,11$, $\frac{10}{10} < \frac{\alpha_0}{\alpha_u} < \frac{90}{10}$. Так, для кварцевого песка с $d_r = 0,49 \text{ мк}$, $3,58 \cdot 10^4 < \text{Re} < 9,0 \cdot 10^4$, $0,37 < f_{\text{ж}} < 0,73$, $9,1 < \frac{D_{\text{жк}}}{d_r} < 12,25$; $\text{Re}_t = 98 \div 103$; $0,5 < \mu < 2$; $\frac{30}{10} < \frac{\alpha_0}{\alpha_u} < \frac{90}{10}$ и $n = 3 \div 10$ уравнение (2) с погрешностью $\pm 17,5\%$ принимает вид (рис. 2)

$$\frac{\tau_{\text{top}}}{\tau_{\text{rb}}} = 14,05 \text{Re}^{-0,69} f_{\text{ж}}^{0,74} \left(\frac{D_{\text{жк}}}{d_r} \right)^{7,1} \mu^{-0,85} \left(\frac{\alpha_0}{\alpha_u} \right)^{-0,32} \cdot 10^{-5}. \quad (3)$$

Уравнения (2) и (3) дают возможность оценить в широких пределах увеличение времени пребывания насадки в камере торможенной газовзвеси по сравнению с «чистой газовзвесью». Оно порядка 1,5—4,0 раза. Полученные зависимости для симплекса времени позволили рассчитать поверхность нагрева насадки, участвующей в теплообмене:

$$F = \frac{\tau_{\text{top}} G_{\mu}^*}{600 \gamma_t d_r}, \quad (4)$$

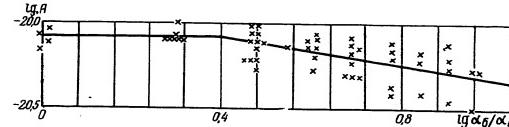


Рис. 2. Обобщение опытных данных по симплексу времени пребывания твердой компоненты в теплообменной камере торможения газовзвеси:

$$A = \frac{\tau_{\text{top}}}{\tau_{\text{rb}}} \text{Re}^{0,69} f_{\text{ж}}^{0,74} \left(\frac{D_{\text{жк}}}{d_r} \right)^{-7,1} \mu^{0,85}$$

критерий Нуссельта $Nu = z d_r / k$, а также объемную концентрацию

$$\beta = \mu \frac{\gamma}{\gamma_t} \frac{k_{\text{в}}}{1 - k_{\text{в}}} \frac{\tau_{\text{top}}}{\tau_{\text{rb}}}.$$

В опытах с кварцевым песком ($d_r = 0,49 \text{ мк}$) с погрешностью $\pm 12,6\%$ была получена зависимость (рис. 3, а):

$$Nu^{\text{top}} = 3,84 \left(\frac{D_{\text{жк}}}{d_r} \right)^{-1,73} \beta^{-0,49}. \quad (5)$$

Формула (5) показывает, что качественное и количественное влияние концентрации на теплообмен, обнаруживаемое зависимостью (1), хорошо подтверждается и в условиях торможенной газовзвеси. Это указывает на независимость влияния β от метода повышения истинной концентрации. Формула (5) верна для следующих значений критерии и симплексов подобия: $3,58 \cdot 10^4 < \text{Re} < 9 \cdot 10^4$; $\text{Re}_t = 98 \div 100$; $Bi < 0,1$; $1,26 \cdot 10^4 < \beta < 2 \cdot 10^{-3}$; $9,1 < \frac{D_{\text{жк}}}{d_r} < 12,25$.

Несмотря на снижение интенсивности теплообмена торможенной газовзвеси, количество переданного тепла насадкой в теплообменных камерах, согласно опытным данным, воз-

растает, так как опережающими темпами увеличивается время пребывания последней в камерах и, следовательно, поверхность теплообмена. Для оценки этого эффекта используем понятие о коэффициенте теплоотдачи, отнесенном к единице объема теплообменной камеры:

$$\lambda_t = \frac{Q}{\Delta t V_k}$$

В критериальной форме эта зависимость примет вид

$$Nu = \frac{\alpha_t d_t^2}{\lambda} = 6\beta \Phi^{0.5} Nu \quad (5')$$

для частиц песка, характеризуемых $\Phi = 1,15$.

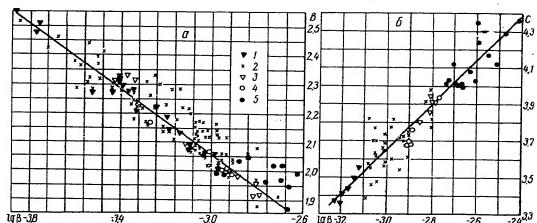


Рис. 3. Обобщение опытных данных по теплообмену в торможенной газовзвеси
(а) $B - \lg \left[Nu_t \left(\frac{D_{9K}}{d_t} \right)^{1.73} \right]$ и коэффициенту аэродинамического сопротивления твердой компоненты в торможенной газовзвеси (б) $C - \lg \left[\xi_t \left(\frac{D_{9K}}{d_t} \right)^{2.5} \right]$:
1—3 группы тормозящих элементов с живым сечением сеток 40%; 2—4 группы с 40%;
3—5 группы с 73%; 5—6 группы с 37%.

Используя (5) и (5') для торможенной газовзвеси и уравнение для свободной газовзвеси (при $Re_t = 30 - 480$; $\mu < 1 - 1,5$; $Bi < 0,1$) [10]

$$Nu_t = 0,186 Re_t^{0.8},$$

получаем

$$\frac{Nu_V^{\text{top}}}{Nu} = \frac{Nu^{\text{top}}}{Nu} \frac{6\beta^{\text{top}} \Phi^{0.5}}{6\beta \Phi^{0.5}}. \quad (6)$$

Из (6) и опытных данных видно, что Nu_V^{top} для торможенной газовзвеси может быть в 1,2—1,8 раза больше, чем для

свободной, при одинаковой расходной концентрации и прочих равных условиях.

Аэродинамическое сопротивление теплообменных камер с механическим торможением газовзвеси больше, чем в свободной газовзвеси, в силу наличия поворотных тормозящих элементов — сеток и явно неравномерного движения дисперсной насадки.

В экспериментах непосредственно определялась потеря давления на участке теплообмена $\Delta P = \frac{\xi_{\text{общ}} \gamma v^2}{2g}$.

В свою очередь, согласно [10], коэффициент сопротивления $\xi_{\text{общ}}$ можно представить в виде

$$\xi_{\text{общ}} = \xi_{\text{сеток}} + \xi_t + \xi_r, \quad (7)$$

где $\xi_{\text{сеток}} = \xi_{\text{сеток}}^{\text{н}} + \xi_{\text{сеток}}^{\text{б}}$ — коэффициент сопротивления сеток при движении в камере только воздуха.

Установлено, что при $3,3 < \frac{l}{H} < 6$; $0,37 < f_{\text{ж}} < 0,73$; $\xi_{\text{сеток}} = 0,0383 \left(\frac{l}{H} \right)^{0.5} f_{\text{ж}}^{0.32}$
 $\xi_{\text{сеток}}^{\text{б}} = 0,089 \left(\frac{l}{H} \right)^{0.5} f_{\text{ж}}^{-0.44} [1 - 0,956 \cos \alpha (1 - f_{\text{ж}})]^{-6.56 f_{\text{ж}}^{0.6}}$. (8)

В пределах изменения углов α от 0 до 25° получено уравнение

$$\xi_{\text{сеток}}^{\text{б}} = 0,822 \left(\frac{l}{H} \right)^{0.5} f_{\text{ж}}^{0.845}. \quad (9)$$

Согласно рис. 3, б, коэффициент сопротивления движущейся насадки при $5,5 \cdot 10^4 < Re < 9 \cdot 10^4$ и $9,1 < \frac{D_{9K}}{d_t} < 12,25$ равен

$$\xi_t = 2,262 \left(\frac{D_{9K}}{d_t} \right)^{-2.5} \beta^{1.18}. \quad (10)$$

Обозначения

μ , $\nu_{\text{в}}$, β — весовая расходная, весовая и объемная концентрации; τ — время теплообмена насадки в газовзвеси; Nu , Re — критерии Нуссельта и Рейнольдса; α — коэффициент теплоотдачи; α_t , $\alpha_{\text{н}}$ — угол наклона боковых и центральных тормозящих элементов к горизонту; λ — коэффициент теплопроводности; Δt — среднегармонический температурный напор; k_V — коэффициент аэродинамического торможения

насадки; γ — удельный вес насадки и газа; G^* — часовой расход насадки; G_a , G_g — вес насадки и воздуха, одновременно находящегося в камере; $f_{\text{ж}}$ — живое сечение сеток; $D_{\text{эк}}$, d_i — эквивалентный диаметр отверстия сетки и твердого компонента; H — шаг между тормозящими элементами; l — высота теплообменного участка; v — скорость газов (воздуха) в теплообменной камере; ΔP — потеря давления в теплообменной камере; $\xi_{\text{общ}}$ — общий коэффициент аэродинамического сопротивления всего сквозного дисперсного потока; $\xi_{\text{сеток}}$, $\xi_{\text{бок}}$ — коэффициенты сопротивления центральных и боковых тормозящих элементов; ξ_t — коэффициент сопротивления движущейся насадки; ξ_l — коэффициент сопротивления по длине теплообменной камеры; n — число групп тормозящих элементов; V — объем теплообменной камеры; Φ , F — коэффициенты формы и поверхности насадки.

Индексы: g — у величин, относящихся к свободной газовзвеси; тор — к торможенной газовзвеси; t — к твердому компоненту; V — к объему камеры; пр — приведенные величины.

ЛИТЕРАТУРА

- Н. В. Кузнецов. Рабочие процессы и вопросы усовершенствования конвективных поверхностей нагрева котельных агрегатов. ГЭИ. 1958.
- З. Ф. Чуханов. Изв. АН СССР, ОТИ. № 10, 1947.
- Г. И. Нудяков. Изв. АН СССР, ОТИ. № 2, 1953.
- Л. Куй. Процесс установки мелкозернистого теплообмена. Технический исследовательский институт. Венгрия. 1959.
- З. Р. Горбис. Изв. АН СССР, ОТИ. № 9, 1958.
- З. Р. Горбис. Изв. вузов (энергетика). № 10, 1958.
- Г. И. Элькин. З. Р. Горбис. Сборник докладов «тепло- и массоперенос». ГЭИ. 1963.
- С. А. Круглов. А. И. Скобло. Химия и технология топлив и масел. № 3. Гостоптехиздат. 1958.
- Д. Ф. Толкачев. Изв. Казанского филиала АН СССР. вып. 2, 1961.
- З. Р. Горбис. Исследование конвективного теплообмена сквозных дисперсных потоков (докторская диссертация). ОТИ АН БССР. Минск. 1963.

А. Л. ПАРНАС, С. С. ЗАБРОДСКИЙ

ДВИЖЕНИЕ И ТЕПЛООБМЕН ЧАСТИЦ В ВОСХОДЯЩЕМ ПУЛЬСИРУЮЩЕМ ПОТОКЕ ГАЗА

В настоящее время в промышленности широко применяются аппараты для сушки, нагрева, обжига (или других технологических операций) дисперсных материалов, движущихся в восходящем газовом потоке. Для уменьшения габаритов таких установок и повышения экономичности их работы представляют значительный интерес различного рода мероприятия по интенсификации процессов тепло- и массообмена, одним из которых может явиться создание пульсирующего движения газа [1, 2]. Можно полагать, что, несмотря на ряд принятых упрощающих допущений, излагаемые ниже результаты приближенных расчетов движения и теплообмена частиц в пульсирующем потоке окажутся полезными при дальнейших исследованиях. В частности, это было принято:

1. Частица постоянной массы движется вертикально вверх, увлекаемая газовым потоком, скорость которого на участке периода пульсации t_1 равна $v = v_{cp}(1+m)$ и нулю на участке t_2 (рис. 1).

2. Не учитываются соударения частицы со стенками трубы и с другими частицами.

3. Аэродинамическое сопротивление к теплообмену частицы квазистационарны, т. е. в каждый данный момент времени подчиняются закономерностям, полученным в стационарных условиях.

4. Коэффициент лобового сопротивления частицы не зависит от ориентации частицы и скорости воздуха. Последнее справедливо во многих представляющих практический интерес случаях: (пневмогазовые зерносушки и т. д.).

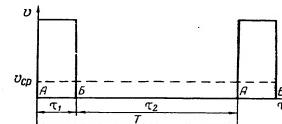


Рис. 1. График зависимости скорости потока от времени

5. Удельный вес среды (газа) пренебрежимо мал по сравнению с удельным весом частицы.

При $v > u$ и постоянном значении скорости v решение задачи о движении частицы с учетом принятых допущений имеет вид [3]

$$u = \frac{[v(v - u_n) - v_n^2] \operatorname{th} \bar{\tau} + u_n v_b}{(v - u_n) \operatorname{th} \bar{\tau} + v_b}, \quad (1)$$

где $\bar{\tau} = g/v_b$ и $v_b = \sqrt{\frac{2g\omega Y_m}{\gamma f Y_k}}$ — величина постоянная. Соответственно при $v < u$

$$u = \frac{v_n u_n - [v(v - u_n) + v_n^2] \operatorname{tg} \bar{\tau}}{v_b - (v_b - u_n) \operatorname{tg} \bar{\tau}}. \quad (2)$$

Интегрируя (1) и (2), можно получить соответствующие значения пути, пройденного частицей.

Рассматривая движение частицы в пульсирующем потоке последовательно (по участкам), с помощью уравнений (1) и (2) можно рассчитать движение (скорость и путь) частицы в аппарате для каждого момента времени. Но эти решения громоздки и зависят от ряда факторов, в том числе и начальной скорости ввода частицы в аппарат. Поэтому, чтобы получить результаты в достаточно обозримой форме, рассмотрим случай, когда движение частицы в каждый последующий период не отличается от движения в предыдущий период (так называемый стационарный участок). Непосредственными расчетами можно показать, что при этом условии и при наличии достаточного запаса по скорости газа из точки зрения надежности пневмотранспорта движение частицы на участке τ_2 происходит только вертикально вверх (без торможения до нулевой скорости и падения вниз). Тогда из (1) и (2) получается система уравнений, с помощью которой можно определить значение скорости u в характеристические точки периода колебаний А и Б (рис. 1):

$$u_B = \frac{[v(v - u_A) - v_A^2] \operatorname{th} \bar{\tau}_1 + u_A v_b}{(v - u_A) \operatorname{th} \bar{\tau}_1 + v_b}; \quad (3)$$

$$u_A = \frac{u_B v_b - v_A^2 \operatorname{tg} \bar{\tau}_2}{v_b + u_B \operatorname{tg} \bar{\tau}_2}.$$

В дальнейшем будем полагать, что период колебаний невелик и выполняется условие $\bar{T} = gT/v_b < 0.2$. Тогда $\operatorname{th} \bar{\tau}_1 = \bar{\tau}_1$, $\operatorname{tg} \bar{\tau}_2 = \bar{\tau}_2$ и решения уравнений (3) имеют вид:

$$\begin{aligned} \bar{u}_A &= [\bar{v}^2 m \bar{T} - 2m \bar{T} + 2\bar{v}(1+m) - \\ &- V m^2 \bar{T}^2 (\bar{v}^2 + 4) + 4(\bar{v}^2 m - m^2 + 1)(1+m)^2] / 2(\bar{v} m \bar{T} - m^2 + \\ &+ 1))^{-1}; \\ \bar{u}_B &= \frac{\bar{u}_A + \bar{T} \frac{m}{1+m}}{1 - \bar{u}_A \bar{T} \frac{m}{1+m}}, \end{aligned} \quad (4)$$

где $\bar{u} = u/v_b$; $\bar{v} = v/v_b$.

Прежде чем производить дальнейшие вычисления, определим минимальную среднюю скорость потока, необходимую для транспортирования частицы в вертикальном направлении (аналог скорости v_b при движении без пульсаций). Для этого необходимо решить систему уравнений несколько более сложную, чем уравнение (3), так как движение частицы на участке τ_2 будет сначала восходящим, а затем падающим. Скорость $(v_{cp})_{min}$ должна быть найдена из условия равенства нулю пути, пройденного частицей за весь период. Однако возможен и значительно более простой, приближенный способ определения этой скорости. Оценим величину минимальной скорости на участке τ_1 сверху. Для этого необходимо в равенствах (3) положить $u_A = 0$, что соответствует очень медленному перемещению частицы вверх и приводит к выражению

$$\bar{v}_{min} = \frac{1}{2} \left[\operatorname{tg} \bar{\tau}_2 + \sqrt{\operatorname{tg}^2 \bar{\tau}_2 + 4 \left(1 + \frac{\operatorname{tg} \bar{\tau}_2}{\operatorname{th} \bar{\tau}_1} \right)} \right]. \quad (5)$$

Соответственно оценка снизу заключается в условии $u_B = 0$ (очень медленное перемещение частицы вниз). Тогда, используя уравнение (1), получаем

$$\bar{v}_{min} = \frac{1}{2} \left[-\operatorname{th} \bar{\tau}_2 + \sqrt{\operatorname{th}^2 \bar{\tau}_2 + 4 \left(1 + \frac{\operatorname{th} \bar{\tau}_2}{\operatorname{th} \bar{\tau}_1} \right)} \right]. \quad (6)$$

Если период колебаний мал ($\bar{T} \rightarrow 0$), уравнения (5) и (6) совпадают между собой и минимальная средняя скорость газа

$$(\bar{v}_{cp})_{min} = \frac{\bar{v}_{min}}{1+m} = \frac{1}{\sqrt{1+m}}. \quad (7)$$

При сравнении с вычислениями по точным формулам установлено, что уравнение (7) применимо уже при значении $\bar{T} = 0.5$. Из (7) видно, что минимальная средняя скорость, 6. Тепло- и массообмен 81

необходимая для пневмотранспорта частиц в вертикальном направлении, в случае пульсирующего движения зависит от отношения $m = \bar{v}/v_0$ и может быть значительно меньше скорости v_0 .

Анализ уравнений (4) показывает, что, как и при определении скорости $(v_{cp})_{min}$, с достаточной точностью (при условии $\bar{T} < 0,2$) в них можно положить $\bar{T} = 0$. Тогда уравнения (4) упрощаются:

$$\begin{aligned} \bar{u} &= u_A = u_B = \frac{\bar{v} - \sqrt{\bar{v}^2 m - m^2 + 1}}{1-m}, \quad m \neq 1; \\ \bar{u} &= \frac{\bar{v}^2 - 2}{2\bar{v}}, \quad m = 1. \end{aligned} \quad (8)$$

Воспользовавшись равенствами (7) и (8), определим теперь значение коэффициента теплообмена частицы при пульсациях. Пусть в каждый момент времени выполняется зависимость $Nu \sim |\bar{v} - \bar{u}|^n$. Тогда среднее за период значение коэффициента теплообмена определяется из соотношения

$$Nu_{cp} \sim \frac{1}{m+1} [(\bar{v} - \bar{u})^n + m\bar{u}^n]. \quad (9)$$

Так как в потоке без пульсаций $Nu_0 \sim v_0^n$, то

$$\frac{Nu_{cp}}{Nu_0} = \frac{1}{m+1} \left[(\bar{v} - \bar{u})^n + m\bar{u}^n \right]. \quad (10)$$

В ряде случаев для оценки эффективности аппарата решающее значение играет не столько величина Nu , сколько количество переданного в частице (или отданного ею) тепла, пропорциональное значению $Nu \tau_n$. Величина τ_n обратно пропорциональна скорости частицы, а последняя в случае пульсирующего потока определяется из (8). Так как в потоке без пульсаций скорость частицы на стационарном участке равна $v_0 - v_0$, нетрудно показать справедливость равенства

$$\frac{\tau_n}{\tau_{n0}} = \frac{\bar{v}_0 - 1}{\bar{u}}. \quad (11)$$

При сравнении теплообмена в пульсирующем и непульсирующем потоках необходимо задать дополнительное условие, связывающее между собой значения v_{cp} и v_0 . Нами такое сравнение выполнено для двух случаев: $v_{cp} = v_0$ (рис. 2, а) и $v_{cp} = v_0(1+m)^{-1/2}$ (рис. 2, б). Второе равенство выражает условие одинакового запаса по скорости потока с точки зрения

обеспечения надежного пневмотранспорта. В обоих случаях в формуле (10) было принято $n = 0,8$ и рассмотрены, по-видимому, практически наиболее интересные значения $v_0 = 2$ и $\bar{v}_0 = 3$.

Из рассмотрения кривых на рис. 2, а, б видно, что значение коэффициента теплообмена в пульсирующем потоке возрастает по сравнению с соответствующим случаем в потоке без пульсаций. Однако время пребывания частицы в аппарате уменьшается (кроме случая $v_0 = 3$, $\bar{v}_0 = 3(1+m)^{-1/2}$ на рис. 2, б). Поэтому возрастание величины $Nu \tau_n$ в пульсирующем потоке невелико (кроме отмеченного случая), и применение пульсаций при $v_0 = 2$ не дает практически ощущимого

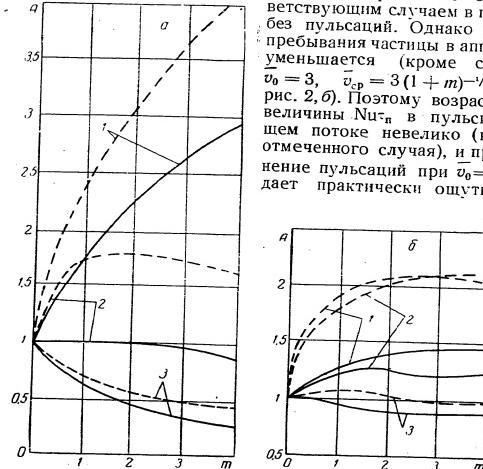


Рис. 2. Теплообмен и время пребывания частицы в аппарате с пульсирующим потоком воздуха на стационарном участке при $v_{cp} = v_0$ (а) и $v_{cp} = v_0(1+m)^{-1/2}$ (б) ($A = \frac{Nu_{cp} \tau_n}{Nu_0 \tau_{n0}} \cdot \frac{Nu_{cp}}{Nu_0} \cdot \frac{\tau_n}{\tau_{n0}}$):
1, 2, 3 — кривые Nu_{cp}/Nu_0 , $Nu_{cp}^{-1/2} / Nu_0 \tau_{n0}$ и τ_n / τ_{n0} ; штриховые линии — $v_0/v_0 = 3$; сплошные — $v_0/v_0 = 2$

эффекта. В то же время при условии $v_0 = 3$ применение пульсаций существенно увеличивает как значение Nu , так и величину $Nu \tau_n$ (особенно при $v_{cp} = v_0(1+m)^{-1/2}$).

Для того чтобы составить полное заключение об эффективности применения пульсаций, необходимо рассмотреть также теплообмен частицы в начале ее движения (на разгонном участке). Рассмотрим предельный случай $u_n = 0$, соответствующий началу движения частицы, вводимой в аппарат без начальной скорости. В этом случае нетрудно показать справедливость равенства

$$\frac{Nu}{Nu_0} = \frac{1}{m+1} \left(\frac{v}{v_0} \right)^n. \quad (12)$$

В случае $v_{cp} = v_0$ это приводит к уравнению

$$\frac{Nu}{Nu_0} = \frac{1}{(1+m)^{-n}}. \quad (13)$$

а в случае $v_{cp} = v_0 (1+m)^{-1/2}$

$$\frac{Nu}{Nu_0} = \frac{1}{(1+m)^{1-n/2}}. \quad (14)$$

Рис. 3. Теплообмен частины, имеющей нулевую скорость (в начале разгона):
1 — $v_{cp} = v_0$; 2 — $v_{cp} = v_0 (1+m)^{-1/2}$

Значения Nu/Nu_0 , построенные по уравнениям (13) и (14) для $n = 0.8$, приведены на рис. 3, из которого видно, что в случае нулевой начальной скорости частицы теплообмен ее в начале разгонного участка уменьшается по сравнению с теплообменом в потоке без пульсаций. Поэтому применение пульсирующего потока может оказаться целесообразным, если длина разгона частицы невелика по сравнению со стационарным участком.

Представляет интерес сравнить результаты расчета с опытными данными. Нам известна лишь одна экспериментальная работа в этой области с достаточно полными для сопоставления данными [1]. В этой работе изучался теплообмен зерен ржи ($v_b \approx 8.3$ м/сек) при пульсациях по закону $m = \tau_0/\tau_1 = 4$ и с частотой 3—20 гц, что соответствует значениям $\bar{T} = 0.06—0.4$ и достаточно большим значениям числа Re, чтобы можно было принять квадратичный закон сопротивления. Значение коэффициента теплообмена при пульсациях уменьшалось в 2—3 раза по сравнению с теплообменом без пульсаций. Вместе с тем время пребывания частиц в аппарате увеличивалось приблизительно в 10 раз.

Такое резкое отличие опытных данных от результатов приведенных выше расчетов объясняется различием режимов

мов, которые изучались в [1] и рассмотрены нами. Опыты были проведены при значении $v_b/v_0 \approx 1.2$, а величина v_{cp} , как показали проведенные совместно с автором работы [1] Г. Д. Рабиновичем дополнительные исследования, была в некоторых случаях меньше как скорости v_0 , так и v_b (заметим, что последнее, в частности, подтверждает полученный нами расчетным путем вывод о возможности пневмотранспорта восходящим пульсирующим потоком газа даже при значении $v_{cp} < v_b$). Кроме того, в опытах [1] разгонный участок занимал практически всю длину аппарата и время нахождения зерна в аппарате увеличивалось из-за направленной вниз начальной скорости ввода зерна в аппарат.

Эти особенности работы [1] были учтены в произведенном нами расчете движения частицы. Расчет производился в предположении $u_n = 1$ м/сек путем последовательного вычисления с помощью формул типа (4) скорости частицы и пройденного ею пути в характерных точках периода пульсаций А и Б (рис. 1). В расчетах было получено, что глубина опускания частиц в аппарате составляет 0.3—0.5 м, время пребывания их в аппарате равно 1—2 сек, а значение среднего коэффициента теплообмена при пульсациях уменьшается: $Nu/Nu_0 = 0.4—0.5$. Это хорошо согласуется с опытными данными [1].

В заключение следует отметить, что в реальных установках форма пульсаций скорости, несомненно, отклоняется от прямоугольной. Тем не менее можно полагать (это подтверждается сравнением с данными [1]), что результаты, полученные с помощью использованной в данной работе методики расчета, будут правильно отражать основные особенности движения и теплообмена частиц в пульсирующем потоке и могут быть использованы при анализе рациональности режимов и схем аппаратов с пульсирующим потоком газа. По-видимому, аналогичные расчеты окажутся полезными и для ориентировочной оценки величины уноса в установках с пульсирующим слоем дисперсного материала [4].

Обозначения

g — ускорение земного тяготения; f и w — площадь миделевого сечения и объем частицы; $\gamma_{ж}$ и γ_m — удельный вес жидкости и частицы; m — отношение времени закрытия пульсатора τ_2 ко времени его открытия τ_1 (рис. 1); T — период пульсаций; v — скорость газа (при пульсациях — скорость на участке τ_1); u — скорость частицы; v_b — скорость витания, τ — время; τ_n — время пребывания частицы в аппарате на стационарном участке; ψ — коэффициент сопротивления.

Индексы: 0 — в потоке без пульсаций;ср — среднее за период; А и Б — значения в точках А и Б (рис. 1); н — начальное значение; тир — значение на режиме, когда среднее за период перемещение частицы равно нулю; черта над буквой — безразмерная величина.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. Д. Рабинович, Г. Н. Слободич. ИФЖ, № 9, 1959.
2. И. Т. Эльперин. Авторское свидетельство № 169021 от 12.II.1951 г.
3. Г. Д. Рабинович. Труды Ин-та энергетики АН БССР, вып. IV. Минск, 1958.
4. L. Belik. Chemie-Ingenieur-Technik, № 4, 1960.

М. С. ЗАК, Н. Н. ГЕЛЬПЕРИН

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЖЕКТОРА, ПОДАЮЩЕГО ДВУХФАЗНУЮ СМЕСЬ «ГАЗ — ТВЕРДОЕ» В АППАРАТ С КИПЯЩИМ СЛОЕМ

Осуществление процессов с псевдоожижением слоем зернистого материала в многокамерных аппаратах возможно при наличии надежно работающих устройств и питателей для подачи зернистого материала под уровень слоя, а также для его перемещения из зон низкого давления в зоны более высокого давления. Во многих случаях, особенно при необходимости транспортировки легкоспекающихся материалов, таким устройством является эжектор, работающий на двухфазной смеси «газ — твердое».

Надежный метод расчета эжектора, работающего на двухфазной смеси «газ — твердое», до сих пор в литературе не опубликован. Формулы, предложенные в [1, 2], дают весьма приближенные результаты. Это объясняется, по-видимому, тем, что указанные формулы базируются на уравнении импульсов сил, требующем знания скоростей твердых частиц и газового потока в различных сечениях эжектора. Формулы для определения скорости твердых частиц применимы в узких пределах и дают ориентировочные значения. Расчет эжектора, подающего двухфазную смесь «газ — твердое» в аппарат с псевдоожижением слоем, осложняется также пульсацией противодавления и плотности слоя в месте ввода материала в аппарат и периодическим поступлением материала в приемную камеру. Такие нестационарные условия работы объясняются свойствами псевдоожиженного слоя. При таких условиях целесообразно базировать расчет эжектора на экспериментальных данных.

Предварительные исследования, проведенные в Гинцветмете на холодной модели двухкамерной печи [3] и на горячей укрупненно-лабораторной двухкамерной печи для прямого восстановления пиритного огарка в псевдоожиженном слое, показали работоспособность переточного устройства с эжектором.

Величина коэффициента эжекции, являющаяся основной характеристикой работы эжектора, зависит от целого ряда

параметров и может быть выражена в виде следующей неявной функциональной зависимости:

$$K = f(P_{\text{раб}}, P_n, P_{\text{сл}}, d_c, d_{\text{к.с}}, l_{\text{с.к.с}}, \gamma_r, \mu_r, t, \gamma_{\text{тв}}, d_{\text{тв}}).$$

На первом этапе исследований, результаты которых приводятся в данной статье, изучалось влияние параметров $P_{\text{раб}}$, P_n , d_c и $l_{\text{с.к.с}}$ на коэффициент эжекции при постоянных прочих параметрах. Опыты проводились на холодной модели двухкамерной печи (рис. 1).



Рис. 1. Схема экспериментальной установки:

1 — холодная модель двухкамерной печи кипящего слоя, 2 — эжектор, размешивающий бункер, 4 — расходомер воздуха и псевдоожиждающего агента, 5 — циклон, 6 — манометр для измерения давления эжектирующего воздуха, 7 — питатель с бункером для подачи псевдоожиждающего материала, 8 — осушительная колонна, 9 — воздух на эжекцию, 10 — выход воздуха на псевдоожижжение.

эжектора диаметром 2 мм могло перемещаться относительно смешенной камеры смешения.

Обработка экспериментальных данных сводилась к установлению зависимости коэффициента эжекции K от безразмерных параметров:

$$P = \frac{(P_{\text{раб}}/P_n)^{\frac{k-1}{k}} - 1}{(P_{\text{сл}}/P_n)^{\frac{k-1}{k}} - 1}; \quad F = \frac{F_{\text{к.с}}}{F_c}; \quad L = \frac{l_{\text{с.к.с}}}{d_c}.$$

Значение P определялось из предположения, что процесс истечения газа из сопла является адиабатическим, поэтому для воздуха было принято $k = 1,4$. Постоянными поддерживались противовоздавление $P_{\text{сл}} = 8 \div 8,7$ и $P_n = 10,17 \text{ н/см}^2$. Из-

менялось $P_{\text{раб}}$ от 9,8 до 21,6 н/см^2 ; $d_{\text{к.с}} = 6 \div 9$ и $l_{\text{с.к.с}} = 5 \div 20 \text{ мм}$.

В ходе эксперимента измерялись $P_{\text{раб}}$, $P_{\text{сл}}$, P_n и t , вес зернистого материала g и время прохождения его через эжектор τ . По этим величинам определялись часовая производительность эжектора $G_{\text{тв}}$, кг/час , расход эжектирующего газа G_b , кг/час и коэффициент эжекции $K = \frac{G_{\text{тв}}}{G_b}$.

Для выяснения влияния переменных параметров и оценки точности опытов была использована методика дисперсного анализа [4].

Результаты анализа представлены в табл. 1, 2, о² очень мала по величине, что дает основание пренебречь влиянием неучтенных факторов эксперимента. Уровень значимости для параметров P , F и L превышает 0,1%. Максимальное влияние на коэффициент эжекции оказывает параметр P , минимальное — L . Расчет средних значений K по уровням варьирования P и F показывает их значимость; для $L = 2,5$; 5,0 и 7,5

Таблица 1
Экспериментальные данные*

F	L	P			
		11,388	13,000	18,166	21,055
9	2,5	6,5	6,96	7,37	7,74
	5,0	6,34	6,82	7,23	7,6
	7,5	5,46	5,84	6,18	6,5
12,25	10	4,88	5,28	5,64	5,96
	2,5	6,39	7,04	7,61	8,13
	5,0	6,64	7,26	7,82	8,32
	7,5	6,78	7,4	7,93	8,43
16	10	5,7	6,31	6,83	7,32
	2,5	6,29	6,86	7,36	7,82
	5,0	6,22	6,94	7,57	8,15
	7,5	6,28	7,35	8,28	9,16
20,25	10	5,66	6,31	6,87	7,4
	2,5	5,03	5,84	6,55	7,2
	5,0	5,1	5,74	6,31	6,83
	7,5	5,26	6,01	6,66	7,27
	10	4,95	5,67	6,3	6,87

* Приведены данные, полученные при обработке результатов эксперимента в виде зависимости $K = AP + B$.

Таблица 2
Результаты дисперсного анализа экспериментальных данных

Источники дисперсии	Число степеней свободы	Сумма квадратов	Средние квадраты
Междуд P	$p - 1 = 3$	25,678	8,56
Междуд F	$f - 1 = 3$	15,32	5,1
Междуд L	$l - 1 = 3$	7,73	2,57
Взаимодействие PL	$(p - 1)(l - 1) = 9$	0,117	0,013
Взаимодействие PF	$(p - 1)(f - 1) = 9$	1,03	0,114
Взаимодействие FL	$(f - 1)(l - 1) = 9$	6,396	0,71
Остаточная	$(p - 1)(l - 1)(f - 1) = 9$	0,56	0,021
Всего	$pfl - 1 = 63$	56,83	

Источники дисперсии	Компоненты дисперсий	Дисперсии
Междуд P	$f \sigma_p^2 + f \sigma_{pl}^2 + l \sigma_{pf}^2 + \sigma_0^2$	$\sigma_p^2 = 0,527$
Междуд F	$pl \sigma_f^2 + p \sigma_{lf}^2 + l \sigma_{jf}^2 + \sigma_0^2$	$\sigma_f^2 = 0,267$
Междуд L	$f \sigma_l^2 + p \sigma_{fl}^2 + f \sigma_{jl}^2 + \sigma_0^2$	$\sigma_l^2 = 0,116$
Взаимодействие PL	$f \sigma_{pl}^2 + \sigma_0^2$	$\sigma_{pl}^2 = 0$
Взаимодействие PF	$l \sigma_{pf}^2 + \sigma_0^2$	$\sigma_{pf}^2 = 0,024$
Взаимодействие FL	$p \sigma_{lf}^2 + \sigma_0^2$	$\sigma_{lf}^2 = 0,173$
Остаточная	σ_0^2	$\sigma_0^2 = 0,019$

средние значения K близки и только при $L = 10$ обнаруживается существенное отклонение.

Незначительное различие значений K для $L = 2,5; 5,0$ и $7,5$ объясняется, очевидно, тем, что в этих случаях конец начального участка эжектирующей струи находится внутри камеры смещения.

Дальнейшая обработка экспериментальных данных была направлена на отыскание зависимостей коэффициента эжекции и геометрических параметров эжектора от безразмерного давления P . Обработка опытных данных проводилась по способу наименьших квадратов [5].

Расчеты показали, что с коэффициентом корреляции $0,8 \div 0,9$ зависимость коэффициента эжекции K от безразмерного давления P может быть описана уравнением $K = AP + B$.

90

Для каждого значения L были построены графики (рис. 2) функций $(K)_{P,L} = AP + B$ и $(K)_{F,L} = f(F)$. Анализ этих графиков показывает, что функция $(K)_{F,L} = f(F)$ имеет характерный максимум, смещающийся в сторону увеличения F с ростом P . Наличие такого максимума отмечалось также при эжекции воды воздухом [6] и одной жидкости другой, не смешивающейся с ней [7]. Можно предполагать, что наличие такого максимума характерно для эжектора, работающего на двухфазной смеси, хотя в работе [8] при изучении эжекции воздуха водой явление четко не наблюдалось.

Для определения оптимального значения F_{opt} при данном P были проведены расчеты, показавшие, что зависимость $(K)_{P,L} = f(F)$ может быть выражена либо уравнением квадратичной параболы вида $AF^2 + BF + C$, либо кубической вида $A_1F^3 + B_1F^2 + C_1F + D$. Расхождение коэффициентов эжекции, рассчитанных по этим уравнениям, и экспериментальных не превышало $3\text{--}4\%$. По этим равенствам были определены значения $(F_{opt})_{P,L}$ и $(K_{max})_{P,L}$, которые линейно зависели от P (табл. 3).

Таблица 3
Уравнения $(K_{max})_L = f(P)$ и $(F_{opt})_L = f_1(P)$

L	$(K_{max})_L = f(P)$	$(F_{opt})_L = f_1(P)$
2,5	$K_{max} = 0,153P + 4,79$	$F_{opt} = 0,183P + 8,86$
5,0	$K_{max} = 0,178P + 4,56$	$F_{opt} = 0,193P + 9,56$
7,5	$K_{max} = 0,24P + 3,9$	$F_{opt} = 0,112P + 12,88$
10	$K_{max} = 0,199P + 3,43$	$F_{opt} = 0,129P + 13,22$

Путем дифференцирования уравнений параболы определены значения L_{opt} для каждого P и K_{max} , соответствующие данному P и L_{opt} .

На рис. 3, а представлена зависимость $(F_{opt})_P = f(L)$. Имея значения $(L_{opt})_P$, можно определить величины F_{opt} , соответствующие данным P и L_{opt} .

91

Полученные значения K_{\max} , $F_{\text{опт}}$ и $L_{\text{опт}}$ оказались линейными функциями безразмерного давления P :

$$K_{\max} = 0,22P + 4,18; \quad (1)$$

$$F_{\text{опт}} = 7,96 \lg P + 4,39; \quad (2)$$

$$L_{\text{опт}} = 4,45 \lg P + 1,25. \quad (3)$$

Уравнения (1)–(3) позволяют рассчитать максимальное для данного P значение коэффициента эжекции и геометрические размеры эжектора, необходимые для получения K_{\max} .

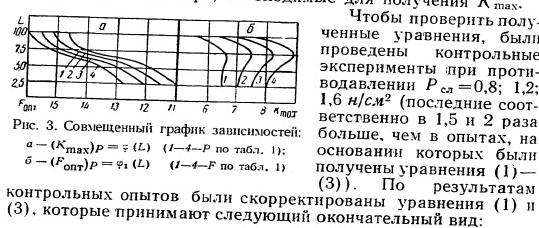


Рис. 3. Совмещенный график зависимости $L_{\text{опт}}$ от K_{\max} при различных давлениях P .

$a - (K_{\max})_P = \varphi_1(L)$ ($1-4-P$ по табл. 1);

$b - (F_{\text{опт}})_P = \varphi_2(L)$ ($1-4-F$ по табл. 1)

Чтобы проверить полученные уравнения, были проведены контрольные эксперименты при противодавлении $P_{\text{ср}} = 0,8$; 1,2; 1,6 Н/см^2 (последние соответственно в 1,5 и 2 раза больше, чем в опытах, на основании которых были получены уравнения (1)–(3)). По результатам контрольных опытов были скорректированы уравнения (1) и (3), которые принимают следующий окончательный вид:

$$K_{\max} = 0,23P + 3,7; \quad (4)$$

$$L_{\text{опт}} = 8,8 \lg P - 4,7. \quad (5)$$

K_{\max} в опытах отличалось от K_{\max} теоретического на 3–12% для всех значений P , а отклонение $L_{\text{опт}}$ в опытах (при K_{\max}) составляло 20–50% и нарастало с уменьшением P .

Это объясняется, очевидно, тем, что осесимметричная газовая струя, эжектирующая твердые частицы, не является автомодельной. Геометрия струи, угол ее раскрытия зависят от противодавления и концентрации в ней твердых частиц.

Полученные эмпирические уравнения (2), (4), (5) позволяют ориентировочно рассчитать максимальный в данных условиях коэффициент эжекции и оптимальные геометрические размеры эжектора.

Обозначения

$P_{\text{раб}}$ — давление эжектирующего газа; P_n — давление в приемной камере эжектора; $P_{\text{ср}}$ — противодавление в псевдоожженном слое; d_s — диаметр сопла; $d_{k,c}$ — диаметр камеры смешения; $l_{c,k,c}$ — расстояние от сопла до камеры смешения; γ_r — удельный вес эжектирующего газа; μ_r — вязкость эжектирующего газа; γ_{tb} — удельный вес твердых частиц; d_{tb} —

диаметр твердых частиц; t — температура эжектирующего газа; d_e — эквивалентный диаметр частиц; k — показатель полупоры; $F_{k,c}$ — площадь сечения камеры смешения; F_e — площадь сечения сопла; K — коэффициент эжекции.

ЛИТЕРАТУРА

1. Е. Я. Соколов, Н. М. Зингер. Струйные аппараты. Госэнергопиздат, 1960.
2. В. А. Успенский. Пневматический транспорт. Металлургиздат, 1959.
3. М. С. Зак, Г. Я. Лейзерович, Н. И. Гельперин. Химическое машиностроение, № 3, 1963.
4. К. А. Браунли. Статистические исследования в производстве. ИЛ, 1949.
5. А. М. Длин. Методы математической статистики в технике. Советская наука, 1958.
6. А. Г. Большаков, Н. Е. Мосыпан. Труды ОПИ, № 32, 1961.
7. Н. И. Гельперин и др. Хим. пром., № 4, 1960.
8. Л. Д. Верман и др. Теплоэнергетика, № 9, 1963.

Н. А. ФУКС, А. А. КИРШ

**ВЛИЯНИЕ КОНДЕНСАЦИИ ПАРА НА ГРАНУЛАХ
И ИСПАРЕНИЯ С ИХ ПОВЕРХНОСТИ
НА ОСАЖДЕНИЕ АЭРОЗОЛЕЙ
В ЗЕРНИСТЫХ ФИЛЬТРАХ**

В некоторых технологических процессах пропускают запыленный горячий газ, содержащий конденсирующиеся пары, через насадочную колонну. На ней происходит при этом одновременно конденсация пара и осаждение аэрозольных частиц. Иногда запыленный газ пропускают через орошающую водой насадку, при этом осаждение пыли происходит в обратных условиях — при испарении воды с насадки. В первом случае следует ожидать возрастания, а во втором — уменьшения осаждения пыли в колонне. Аналогичные явления происходят при сорбции и десорбции пара на гранулах. Насколько нам известно, эти явления до сего времени не исследованы количественно, что и привело к постановке настоящей работы.

Рассматривая осаждения аэрозоля на гранулах при сорбции (или конденсации) на них пара в отсутствие других механизмов осаждения, установлено следующее.

Скорость движения (диффузиофреза) аэрозольных частиц вблизи поверхности гранулы, на которой происходит сорбция, направлена к этой поверхности и равна

$$V = -KD \operatorname{grad} c_1. \quad (1)$$

Величина коэффициента K может быть точно вычислена теоретически лишь при $r \ll \lambda$ [1—3]. В этом случае при диффузии пара через неподвижный слой газа скорость частиц выражается формулой

$$V = -\frac{cm_1^{1/2} \delta_1 D \operatorname{grad} c_1}{c_2(c_1 \delta_1 m_1^{1/2} + c_2 \delta_2 m_2^{1/2})}. \quad (2)$$

Не делая заметной ошибки, можно принять $\delta_1 = \delta_2$; тогда для V получаем уравнение

$$V = -\frac{cm_1^{1/2} D \operatorname{grad} c_1}{c_2(c_1 m_1^{1/2} + c_2 m_2^{1/2})}. \quad (3)$$

Для частиц с $r \approx \lambda$, из опытов Шнинта [4] с капельками силиконового масла в диффундирующем через неподвижный

слой воздуха при пониженных давлениях водяном паре и значениях $r/\lambda = 1—6$ следует, что в этой области формула (3) удовлетворительно согласуется с экспериментальными данными, но коэффициент K очень медленно убывает с ростом r/λ . В опытах А. И. Сторожиловой [5] с частицами вазелинового масла и окиси магния получены тот же результат для $r/\lambda = 0,7—2,0$, но для больших значений r/λ скорость диффузиофреза приближительно в 2 раза больше, чем по формуле (3).

При движении аэрозоля через зернистый фильтр на поверхности dS гранул, содержащихся в элементарном слое фильтра, сорбируется за время dt , необходимое для вытеснения аэрозоля из этого слоя, следующее количество пара:

$$\Delta v = \frac{c}{c_2} D |\operatorname{grad} c_1| dS dt \text{ молей пара,} \quad (4)$$

где $|\operatorname{grad} c_1|$ — абсолютная величина градиента. Фактор c/c_2 обусловлен тем, что пар диффундирует через неподвижный слой газа [6]. За счет сорбции пара концентрация его изменится при прохождении через слой на величину

$$\Delta c_1 = -\frac{cD |\operatorname{grad} c_1| dS dt}{c_2 dv}, \quad (5)$$

где dv — объем заполненного газом пространства в слое.

При уменьшении концентрации пара на Δc_1 относительное уменьшение объема аэрозоля составит $\Delta c_1/c$. При этом мы пренебрегаем перепадом давления в фильтре, т. е. считаем полную молярную концентрацию в парогазовой смеси с постоянной. За счет этого уменьшения объема концентрация пара изменится на величину

$$\delta c_1 = -\frac{c_1 \Delta c_1}{c}. \quad (6)$$

Полное изменение концентрации пара составит

$$dc_1 = \Delta c_1 + \delta c_1 = \Delta c_1 \left(1 - \frac{c_1}{c}\right) = -D |\operatorname{grad} c_1| \frac{dS dt}{dv}. \quad (7)$$

Аналогично, согласно (3), в рассматриваемом слое осаждает за счет диффузиофрезы

$$\Delta N = \frac{n cm_1^{1/2} D |\operatorname{grad} c_1| dS dt}{c_2(c_1 m_1^{1/2} + c_2 m_2^{1/2})} \text{ частиц,} \quad (8)$$

благодаря чему счетная концентрация аэрозоля n изменится на

$$\Delta n = -\frac{n cm_1^{1/2} D |\operatorname{grad} c_1| dS dt}{c_2(c_1 m_1^{1/2} + c_2 m_2^{1/2}) dv}. \quad (9)$$

Указанное выше уменьшение объема аэрозоля вызовет изменение концентрации частиц на положительную величину

$$\delta n = -\frac{n \Delta c_1}{c} = \frac{n D |\text{grad } c_1| dS dt}{c g dv}. \quad (10)$$

Полное изменение концентрации аэрозоля

$$dn = \Delta n + \delta n = \frac{n D |\text{grad } c_1| (m_2^{1/2} - m_1^{1/2}) dS dt}{(c_1 m_1^{1/2} + c_2 m_2^{1/2})}. \quad (11)$$

Зависимость между изменением концентрации пара и аэрозоля выражается уравнением

$$\frac{dn}{n} = \frac{(m_1^{1/2} - m_2^{1/2}) dc_1}{c_1 m_1^{1/2} + c_2 m_2^{1/2}} = \frac{dc_1}{c_1 + \frac{c}{\beta}} \quad \left(\beta = \frac{m_1^{1/2} - m_2^{1/2}}{m_2^{1/2}} \right) \quad (12)$$

или после интегрирования

$$\ln n = \ln \left(c_1 + \frac{c}{\beta} \right) + \text{const.} \quad (13)$$

Отношение концентраций аэрозоля на выходе и на входе в фильтр в случае полного поглощения пара

$$\frac{n}{n_0} = \frac{c}{c_1 + \frac{c}{\beta}}. \quad (14)$$

Таким образом, при $m_1 > m_2$ концентрация аэрозоля при прохождении через фильтр уменьшается, а при $m_2 > m_1$ увеличивается. Для проска аэрозоля, т. е. отношения числа частиц, выходящих из фильтра и поступающих в него, имеем

$$\frac{N}{N_0} = \frac{n(c - c_0)}{n_0 c} = \frac{1 - \frac{c_0}{c}}{1 + \frac{c_0 \beta}{c}}. \quad (15)$$

Так как минимальное значение β равно -1 , то N/N_0 всегда меньше 1. При этом предполагается (как обычно в теории фильтрации аэрозолей), что концентрация аэрозольных частиц у поверхности гранул равна средней концентрации в данном слое фильтра, т. е. при переходе аэрозоля из слоя в слой он перемещивается. Провести опыт, в котором аэрозоль осаждался бы на гранулах только под действием диффузнофореза, невозможно, так как одновременно действуют и другие механизмы осаждения и расчет суммарного эффекта чрезвычайно сложен. Поэтому в качестве первого приближения примем,

что эффекты диффузнофореза и всех других механизмов аддитивны, иными словами, в формуле (15) N/N_0 означает отношение проска аэрозоля через фильтр при наличии и в отсутствии сорбции пара.

В случае испарения с поверхности гранул эффект будет обратным, т. е. просок аэрозоля увеличится, и в том же предположении об аддитивности можно использовать формулу (15). Тогда N/N_0 будет больше единицы, и если в фильтр поступает аэрозоль, не содержащий пара, то c_0 означает взятое со знаком минус концентрацию пара в выходящем из фильтра аэрозоле.

При выборе условий опыта пользовались следующими сопряжениями.

Конденсация пара на гранулах в виде жидкой пленки могла существенно исказить условия фильтрации. Этого можно было избежать, работая лишь с сорбирующими пар гранулами. Для уменьшения «собственного» (не связанного с диффузнофорезом) поглощения аэрозоля фильтром следовало применять крупные гранулы и достаточно мелкие (порядка $0.1 \mu\text{m}$) аэрозольные частицы. Для уменьшения разогревания шихты при сорбции, вызывающего термофотическое отталкивание частиц от гранул, необходимо было пользоваться крупнопористым сорбентом. Для достижения заметной величины изучаемого эффекта отношение c_0/c не должно быть очень малым. Поэтому при комнатной температуре следовало работать с паром весьма летучей жидкости. Частицы аэрозоля не должны поглощать пар, так как это вызвало бы «диффузионную поляризацию» [7] частиц. Кроме того, в этом случае стало бы невозможным гидролитическое измерение проска. По той же причине было неудобно работать с очень мелкими, слабо рассеивающими свет частицами.

С учетом изложенного опыта проводились с парами этилового эфира в шихте из крупнопористого силикагеля КСК с размером гранул $\sim 4 \mu\text{m}$ и аэрозолями из селена с $r=0.1$ и $0.2 \mu\text{m}$, получавшимися в генераторе типа Синклера-Ламера (рис. 1). Осущенный фильтрованный азот, содержащий ядра конденсации, образующиеся в дуговом разряде между платиновыми электродами, пропускался со скоростью 0.23 л/мин для $r=0.1 \mu\text{m}$ и 0.8 л/мин для $r=0.2 \mu\text{m}$ через U-образную трубку, содержащую расплавленный селен и находившуюся в воздушном термостате с температурой 220°C , для $r=0.1 \mu\text{m}$ и 260°C для $r=0.2 \mu\text{m}$, и поступал в воздушный холодильник, в котором происходило образование аэрозоля. Последний разбавлялся затем азотом, подававшимся со скоростью 1.2 л/мин . Размер частиц с $r=0.2 \mu\text{m}$ определялся осцилляционным фотографическим методом с перезарядкой частиц [8] с точностью 5% . В случае $r=0.1 \mu\text{m}$ аэрозоль осаждался на тончайших 7. Тонко- и макросорбции

волокнах фильтра ФП и размер частиц определялся по электронным микрофотографиям с точностью 20%. В обоих случаях аэрозоли были весьма монодисперсными.

Аэрозоль пропускался через две емкости объемом 20 и 50 л, которые служили для сглаживания толчков и выравнивания концентрации. Между емкостями помещался жидкостный манометр. Далее аэрозоль проходил над поверхностью

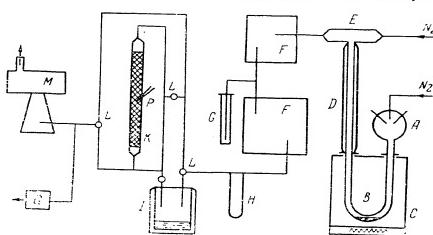


Рис. 1. Схема установки:

A — генератор ядер конденсации; B — трубки с каскадом; C — вакуумный термостат; D — воздушный ходильник; E — смеситель; F — юстировка; G — манометр; H — реометр; I — терmostатированный сосуд с эфирем; K — колонка с спирокапелем; L — краны; M — нефелометр; N — катарометр

эфира, находившегося в терmostатированном (с точностью 0,05°) сосуде при температурах от 22 до 35° С. Небольшой объем аэрозоля пропускался через катарометр (термоанализатор), предварительно прокалибранный по парам эфира для определения содержания последнего. За время опыта парциальное давление паров эфира, измерявшееся с точностью 267 н/м², оставалось постоянным. Заметим, что при применявшихся в этих опытах весьма малых весовых концентраций аэрозоля наличие дисперсной фазы не влияло на показания катарометра.

Основная масса аэрозоля поступала в фотоэлектрический нефелометр (ФЭН), либо непосредственно, либо пройдя колонку диаметром 3,4—3,8 см с высущенным спирокапелем, и таким образом определялся проскок при наличии сорбции пара в гранулах. Скорость течения аэрозоля над шинкой 2,0—2,8 см/сек. Часть выходившего из колонки аэрозоля пропускалась через катарометр для контроля поглощения паров эфира и для определения момента проскока их через колонку. До этого проскока концентрация выходившего из колонки аэрозоля была строго постоянной. В контрольном опыте ана-

логично определялся проскок аэрозоля в отсутствие паров эфира (0,92 при $r=0,1 \mu\text{m}$ и 0,88 при $r=0,2 \mu\text{m}$) и отсюда находилась величина отношения N/N_0 (см. формулу (15)). Для каждой величины N/N_0 делалось несколько измерений проскока с параметрами эфира и без них и брались средние значения. Точность определения N/N_0 составляла $\sim 2\%$. Следует заметить, что обычный способ работы с нефелометром ФЭИ-58 — пропускание узкой струи аэрозоля, обдуваемой фильтрованным воздухом, в данном случае оказался неудобным. Поэтому мы давали аэрозолю заполнить все сечение камеры нефелометра, на что требовалось несколько минут. В условиях этих опытов (счетной концентрации аэрозоля порядка $5 \cdot 10^4 \text{ см}^{-3}$ и $r=0,1—0,2 \mu\text{m}$) степень коагуляции аэрозоля была незначительной, а показания нефелометра были строго пропорциональны концентрации аэрозоля. Максимальный разогрев шинкты при сорбции эфира, измерявшийся термопарой, помещенной у оси колонки, составлял 22° С при $c_0/c=0,1$ и 17° С при $c_0/c=0,062$. Показания нефелометра, катарометра, термоэлемента и фотоэлемента, регистрировавшего интенсивность источника света в нефелометре, выводились на самопищущий потенциометр КВТ-6/ЕН.

Высота шинкты в колонке (20 см) выбиралась с таким расчетом, чтобы поглощение паров эфира было полным и их проскок через колонку происходил бы не ранее чем через 10—15 мин после начала опыта для того, чтобы можно было продуть аэрозолем все коммуникации и камеру нефелометра и чтобы показания последнего приняли постоянную величину. Скорость течения аэрозоля в колонке несколько ($<10\%$) убывала по мере поглощения паров эфира, однако было установлено, что такое изменение скорости не влияет на «собственное» осаждение аэрозоля в колонке. Переход давления в колонке не превышал 200 н/м².

Для исследования влияния испарения с поверхности гранул на осаждение аэрозоля колонка продувалась содержащими пары эфира аэрозолем до наступления равновесия, после чего проскок аэрозоля делался в точности равным про-

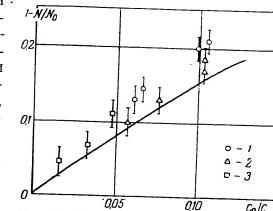


Рис. 2. Влияние сорбции паров эфира его испарением на осаждение селено-аэрозолей в колонке из спирокапеля:
1 — сорбция, $r = 0,1 \mu\text{m}$; 2 — сорбция, $r = 0,2 \mu\text{m}$; 3 — испарение, $r = 0,1 \mu\text{m}$; c_0/c — моль/доля эфира в аэрозоле. Стартовая линия проведена по формуле (15). $r = 0,1 \mu\text{m}$ — экспериментальные данные, занесены в виде отрезков с учетом точности определения N/N_0 .

соку в контрольных опытах (в отсутствие эфира), т. е. наличие эфира не сказывалось на «собственном» осаждении в колонке. При пропускании же не содержащего паров аэрозоля через насыщенную эфиром колонку просок, как и следовало ожидать, несколько возрастил.

Как видно из рис. 2, наблюдавшийся эффект на $\sim 20\%$ выше теоретически вычисленного при $r=0.1$ мк и на $\sim 10\%$ при $r=0.2$ мк, несмотря на то что разогревание шинты должно было действовать в обратном направлении. Влияние размера частиц на величину эффекта согласуется с данными Шиннта. О причинах расхождения в настоящем время судить трудно. Во всяком случае формула (15) может служить для оценки величины эффекта. В частности, он может иметь практическое значение лишь при больших значениях молярной доли пара. Отсюда следует, что влияние влажности аэрозоля или шинты при обычных температурах должно быть весьма малым.

Обозначения

r — радиус аэрозольных частиц; λ — средняя длина свободного пути газовых молекул; D — коэффициент диффузии пара; c_1, c_2 — молярные концентрации; m_1, m_2 — молекулярные веса пара и газа; $c = c_1 + c_2$; $\beta = (m_1^2 - m_2^2)/m_2^2$; $\delta = 1 + \frac{\pi}{8} z$; z — доля диффузно рассеянных поверхностями частицы газовых молекул; n_0 — начальная концентрация аэрозоля; N/N_0 — отношение просоков аэрозоля через колонну при наличии и отсутствии диффузионфореза.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. П. Баканов. Диссертация. Ин-т физ.-хим. АН СССР, 1957.
2. Б. В. Дерягин, С. П. Баканов. ДАН СССР, **117**, 959, 1957.
3. L. Waldmann. Z. Naturforsch., **14a**, 589, 1959.
4. K. Schmitt. Z. Naturforsch., **16a**, 144, 1961.
5. А. И. Сторожилова. ДАН СССР, **155**, 426, 1964.
6. Н. А. Фукс. Испарение и рост капель в газообразной среде. Изд. АН СССР, 1958.
7. Б. В. Дерягин, С. С. Духин. ДАН СССР, **106**, 851, 1956.
8. Е. Н. Гладкова, Г. Л. Натансон. ЖФХ, **32**, 1160, 1958.

Б. Е. ДАВИДСОН

ОБ УСКОРЕНИИ ТВЕРДЫХ ЧАСТИЦ ПОТОКОМ ГАЗА В ЦИЛINDРИЧЕСКОЙ ТРУБЕ

Движение газообразной и твердой фаз предполагается одномерным и установившимся.

Взаимодействие движущейся среды со стенками трубы и взаимодействие твердых частиц между собой не рассматриваются.

Начальным сечением трубы будем считать сечение, где вводятся в поток газа твердые частицы (рис. 1). Параметры среды в начальном сечении обозначим индексом 1. Твердые частицы будем считать одинаковыми кубами, крупность которых определяем стороной Δl .

Пусть F_t — площадь, занятая в данном сечении трубы твердой фазой в какой-либо момент времени. При выборе достаточно большого периода времени t среднее значение этой площади

$$F_s = \frac{1}{t} \int_{t_0}^{t_0+t} F_t(t) dt$$

будет постоянным для данного сечения трубы. Здесь F_s — эффективная площадь твердой фазы.

Введение понятия эффективной площади твердой фазы дает возможность записать массу твердого вещества, переносимого в секунду через данное сечение, в «гидравлической» форме

$$m_t = \rho_t F_s v_t$$

Осредненный по времени расход твердой фазы m_t один и тот же в любом сечении трубы, поскольку движение установившееся. Следовательно:

$$F_s = \frac{\text{const}}{v_t}$$

Уменьшение эффективной площади (в нашей «квазинепрерывной» модели твердой фазы) с ростом скорости отражает

падение плотности содержания твердого вещества в пространстве по мере ускорения твердых частиц.

Применяя преобразование, предложенное Б. М. Киселевым [1], представим полный импульс газа в форме

$$m_r v_r + F_p = \frac{k+1}{2k} m_r a_{kp} z(\lambda_r), \quad (1)$$

где

$$\lambda_r = \frac{v_r}{a_{kp}}; \quad z(\lambda_r) = \lambda_r + \frac{1}{\lambda_r}.$$

Поскольку течение газа происходит с энергообменом, критическая скорость звука в (1) должна определяться местной температурой торможения газа.

Учитывая (1) и вводя обозначения

$$\frac{v_r}{a_{kp1}} = \lambda_r; \quad \frac{m_r}{m_r} = n;$$

$$\frac{a_{kp}}{a_{kp1}} = \sqrt{\frac{T_0}{T_{01}}} = V^{\theta};$$

Рис. 1. Схема начального сечения трубы

$$\frac{2k}{k+1} n = A_1; \quad z(\lambda_{r1}) + A_1 \lambda_{r1} = A_2,$$

запишем уравнение импульсов для газа, заключенного между начальным и произвольным сечениями трубы, так:

$$V^{\theta} z(\lambda_r) + A_1 \lambda_r = A_2. \quad (3)$$

Если передача энергии от газа к твердым частицам происходит только в механической форме, баланс переноса энергии получим, приравнивая уменьшение секундного переноса полной энергии газом притоку переноса кинетической энергией твердыми частицами:

$$b + A_3 \lambda_r^2 = A_1, \quad (4)$$

где

$$A_3 = \frac{k-1}{k+1} n; \quad A_1 = 1 + A_3 \lambda_{r1}^2. \quad (5)$$

Отношение местной температуры торможения к начальной температуре торможения газа (рис. 2)¹ показывает, какая часть полной энергии газа затрачена на сообщение твердой фазе данной скорости λ_r .

¹ Рис. 2, 3, 4 рассчитаны в предположении $\lambda_{r1}=0$; рис. 4— $n=1$.

Из системы уравнений (3) и (4) при известных параметрах λ_{r1} , λ_{r1} и n определяется связь между безразмерными скоростями газообразной и твердой фаз:

$$z(\lambda_r) = \frac{A_2 - A_1 \lambda_r}{1 - A_3 - A_3 \lambda_r^2}. \quad (6)$$

Дифференциальное уравнение движения одной из твердых частиц

$$d m_r v_r \frac{dv_r}{dx} = c_x S_m \frac{(v_r - v_{r1})^2}{2} \quad (7)$$

позволяет связать скорости λ_r и λ_{r1} с координатой x сечения трубы. В уравнении коэффициент сопротивления частицы считается постоянным. Однако это предположение не является принципиальным для разрабатываемого метода.

Чтобы уравнению (7) придать безразмерную форму, запишем его в виде

$$dx = d \frac{x}{\Delta l} = \frac{2}{c_x} \frac{\rho_r}{(\rho_r)_{01}} \times \frac{\lambda_r d \lambda_r}{\frac{\rho_r}{(\rho_r)_0} \frac{(\rho_r)_0}{(\rho_r)_{01}} \left(\frac{v_r}{a_{kp1}} - \lambda_r \right)^2}, \quad (8)$$

где

$$\frac{\rho_r}{a_{kp1}} = \lambda_r V^{\theta}; \quad (9)$$

$\frac{\rho_r}{(\rho_r)_0} = z(\lambda_r)$ — известная табличная газодинамическая функция [2]; $\frac{(\rho_r)_0}{(\rho_r)_{01}}$ определяем, используя уравнение состояния газа в произвольном и начальном сечениях

$$\frac{(\rho_r)_0}{(\rho_r)_{01}} = \frac{P_0}{P_{01}} \frac{1}{\theta} \quad (10)$$

и уравнение постоянства массового расхода в форме

$$\frac{P_0}{V T_0} (F_1 - F_s) q(\lambda_r) = \frac{P_{01}}{V T_{01}} (F_1 - F_{s1}) q(\lambda_{r1}). \quad (11)$$

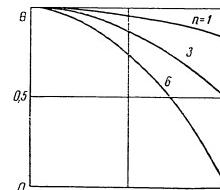


Рис. 2. Отношение местной температуры торможения к начальной температуре газа

Здесь $q(\tau_r) = \frac{\rho_r v_r}{(\rho_r)_0 a_{0r}}$ — приведенный секундный расход газа, также является табличной функцией [2]. Из (11) находим коэффициент восстановления давления торможения

$$\frac{p_0}{p_{01}} = 1 - \frac{1 - \frac{F_{s1}}{F_1}}{1 - \frac{F_s}{F_1}} \frac{q(\tau_{r1})}{q(\tau_r)}, \quad (12)$$

после чего из (10)

$$\frac{(\rho_r)_0}{(\rho_r)_{01}} = \frac{1}{1 - \frac{F_{s1}}{F_1}} \frac{1 - \frac{F_s}{F_1}}{1 - \frac{F_s}{F_1}} \frac{q(\tau_{r1})}{q(\tau_r)}. \quad (13)$$

По определению $F_s = \frac{m_s}{\rho_r v_r}$. Следовательно:

$$\frac{F_s}{F_1} = \frac{\rho_r F_{s1} v_{r1}}{\rho_r F_1 v_r} = z \frac{\tau_{r1}}{\tau_r}, \quad (14)$$

где

$$z = \frac{F_{s1}}{F_1}$$

(заметим, что параметры n и z не являются независимыми).

Между ними имеется связь: $n = \frac{\rho_r}{\rho_{r1}} \frac{z}{1-z} \frac{v_{r1}}{v_r}$.

Учитывая равенства (9), (13), (14), а также, что $\frac{z(\tau_r)}{q(\tau_r)} = \frac{1}{\tau_r} \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{1}{k-1}}$, получаем

$$\frac{\bar{x}}{A_3} = \int_{\tau_{r1}}^{\tau_r} \frac{\tau_r}{(\tau_r - z\tau_{r1})} \frac{1}{\sqrt{1 - z^2}} d\tau_r. \quad (15)$$

Здесь постоянная

$$A_3 = \left(\frac{k-1}{2} \right)^{\frac{1}{k-1}} \frac{2}{c_s q(\tau_{r1})(1-z)}.$$

Отличие форм гранул от кубической может быть учтено с помощью постоянного множителя в коэффициенте A_3 .

Таким образом, задача об определении движения как твердой, так и газообразной фазы полностью решается с помощью уравнений (4), (6), (12) и (15). Они выявляют систему определяющих параметров зависимости $v_r(x)$: 1) начальные скорости газа и твердых частиц; 2) коэффициент расхода n ; 3) соотношение плотностей $\frac{\rho_r}{(\rho_r)_0}$; 4) коэффициент сопротивления частиц.

Из (15) следует, что при данных определяющих параметрах длина трубы, необходимая для разгона твердых частиц от скорости τ_{r1} до некоторой скорости τ_r , пропорциональна характерному размеру (крупности) ускоряемых частиц.

Изложенные результаты формально применимы и к исследованию транспорта твердых частиц сверхзвуковым потоком. Однако, по нашему мнению, для решения вопроса о возможности их применения в этом случае необходимо экспериментально выяснить такие детали физического характера процесса, как вид ударных волн, условия запирания трубы и др. Так как (как показано выше) эффективная площадь твердой фазы обратно пропорциональна скорости твердых частиц, то площадь, остающаяся на долю газа, изменяется от сечения к сечению трубы. На газ в этих условиях как бы одновременно оказывают воздействия: механическое и геометрическое специального вида.

Рассмотрим зависимость знака приращения скорости газа от знака приращения скорости твердых частиц. Основой для заключения послужит уравнение (6), из которого

$$z(\tau_r) - z(\tau_{r1}) = \frac{z(\tau_{r1}) \left(1 - \sqrt{1 - A_3 (\tau_r^2 - \tau_{r1}^2)} \right) - A_1 (\tau_r - \tau_{r1})}{\sqrt{1 - A_3 (\tau_r^2 - \tau_{r1}^2)}}. \quad (16)$$

$$\text{Пусть } \tau_{r1} < 1 \text{ — поток звуковой и } \tau_r > \tau_{r1}. \quad (17)$$

Неравенство (17) означает, что твердые частицы ускоряются. Допустим, что, ускоряя твердые частицы, газ испытывает замедление

$$\tau_r < \tau_{r1}. \quad (18)$$

Тогда из характера зависимости $z(\tau_r)$ можно заключить, что $z(\tau_r) \cdot z(\tau_{r1}) > 0$, и из (16) следует

$$z(\tau_{r1}) \cdot \frac{A_1 (\tau_r - \tau_{r1})}{1 - \sqrt{1 - A_3 (\tau_r^2 - \tau_{r1}^2)}} > 0. \quad (19)$$

Вблизи начального состояния, когда $\lambda_{\text{т}} \rightarrow \lambda_{\text{т1}}$, в правой части (19) получаем неопределенность, раскрывая которую и используя (2) и (5), имеем

$$\lambda_{\text{т1}} < \lambda_{\text{т1}} \left(\frac{k-1}{2k} \right) (\lambda_{\text{т1}}^2 + 1). \quad (20)$$

При любой начальной скорости газа $0 < \lambda_{\text{т1}} < 1$ множитель $\left(\frac{k-1}{2k} \right) (\lambda_{\text{т1}}^2 + 1)$ в неравенстве (20) меньше единицы, значит, $\lambda_{\text{т1}} < \lambda_{\text{т1}}$. Последнее противоречит (17). Следовательно, (18) несправедливо и дозвуковой поток газа ускоряется, ускоряя твердые частицы в цилиндрической трубе. Тем же приемом можно показать, что, замедляя движение твердых частиц (когда $\lambda_{\text{т1}} > \lambda_{\text{т1}}$), дозвуковой поток замедляется и воздействие твердой фазы на сверхзвуковой поток противоположно. Из этого следует также невозможность перехода газа через звуковую скорость под воздействием твердых частиц в цилиндрической трубе.

Таким образом, на рассматриваемую здесь задачу распространяется известная теорема Л. А. Вулпса [3] об обращении воздействий.

При исследовании возможных режимов ускорения твердых частиц дозвуковым потоком газа в цилиндрической трубе установлено следующее: скорость твердых частиц, сравнившуюся по величине со скоростью газа, назовем предельной и параметры, соответствующие этой скорости, обозначим индексом n . Найдем в плоскости $(\lambda_{\text{т}}, \lambda_{\text{т}})$ кривую, на которой выполняется условие $v_t = v_r$. Имея в виду (9), получим на этой кривой условие $\lambda_{\text{тн}} = \lambda_{\text{т1}} \sqrt{\frac{n}{k}}$ или с учетом (4)

$$\lambda_{\text{тн}} = \lambda_{\text{т1}} \sqrt{A_4 - A_3 \lambda_{\text{тн}}^2}. \quad (21)$$

—уравнение предельной кривой. Форма предельной кривой через коэффициент A_4 зависит от начальной скорости твердых частиц и через коэффициенты A_3 и A_4 — от параметра n . В практических задачах влияние $\lambda_{\text{т1}}$ несущественно, так как

$$\frac{k-1}{k+1} n \lambda_{\text{т1}}^2 \ll 1.$$

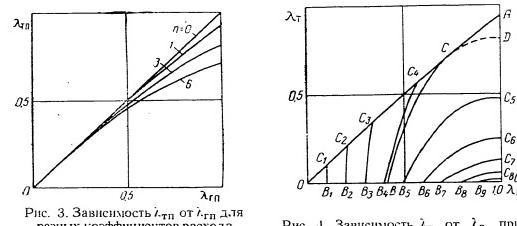
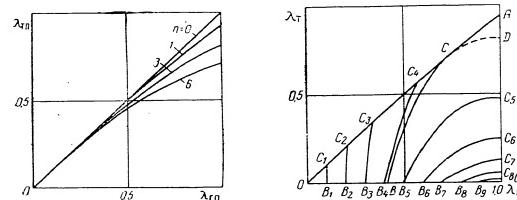
Влияние коэффициента расхода на связь между $\lambda_{\text{тн}}$ и $\lambda_{\text{тн}}$ представлено на рис. 3.

На рис. 4 OA — предельная кривая. Кривые $B_i C_i$ изображают зависимость (6) при различных начальных скоростях газа, входящих в (6) через \bar{A}_2 .

Совместное решение уравнений (6) и (21) приводит к выражению предельной скорости через параметры в начальном сечении трубы и коэффициент расхода:

$$\lambda_{\text{тн}} = \frac{A_2 - \sqrt{A_2^2 - 4(n+1)A_4}}{2(n+1)}. \quad (22)$$

На (22) видно, что $\lambda_{\text{тн}}$ имеет действительные значения при $A_2 > 2\sqrt{(n+1)A_4}$. (23)

Рис. 3. Зависимость $\lambda_{\text{тн}}$ от $\lambda_{\text{т1}}$ для разных коэффициентов расходаРис. 4. Зависимость $\lambda_{\text{т}}$ от $\lambda_{\text{т1}}$ при разных начальных скоростях газа

Неравенство (23) не выполняется для достаточно больших начальных скоростей газа, а именно

$$\lambda_{\text{т1}} > \bar{\lambda}_{\text{т1}} = \left[\sqrt{(n+1)A_4} - \frac{A_1}{2} \lambda_{\text{т1}} \right] - \sqrt{\left(\sqrt{(n+1)A_4} - \frac{A_1}{2} \lambda_{\text{т1}} \right)^2 - 1}. \quad (24)$$

Кривая BC , соответствующая начальной скорости $\bar{\lambda}_{\text{т1}}$, в отличие от кривых, соответствующих меньшим начальным скоростям, не пересекается, а лишь касается предельной кривой OA .

При начальных скоростях $\lambda_{\text{т1}} < \bar{\lambda}_{\text{т1}}$ скорость газа не может стать равной величине скорости звука, а при $\lambda_{\text{т1}} > \bar{\lambda}_{\text{т1}}$ темп роста скорости газа столь велик, что скорость твердых частиц не успевает достигнуть предельной величины, в то время как скорость газа может при достаточной длине трубы достигать величины скорости звука.

Таким образом, кривая BC разграничивает две существенно различные группы режимов ускорения двухфазной среды; назовем ее граничной.

Пренебрегая величиной λ_{r1} , из (24) получаем приближенное равенство

$$\bar{\lambda}_{r1} = 1 \frac{1}{n+1} - 1 \frac{1}{n}. \quad (25)$$

Согласно (25), $\bar{\lambda}_{r1} \rightarrow 1$ и $\bar{\lambda}_{r1} \rightarrow 0$, т. е. переход от первой группы режимов ($\lambda_{r1} < \bar{\lambda}_{r1}$) ко второй ($\lambda_{r1} > \bar{\lambda}_{r1}$) наступает тем раньше, чем больше загрузка газового потока твердой фазой.

Оценка интеграла (15) для первой группы режимов показывает, что предельная скорость достигается твердыми частицами и газом лишь асимптотически в трубе бесконечной длины. Скорость твердой фазы на срезе трубы конечной длины определяется как верхний предел интеграла (15) по заданной величине $\frac{x}{A_3}$, начальными скоростям и параметру λ .

Кривые B_1C_1 , характеризующие вторую группу режимов, лежат ниже предельной кривой OA и, следовательно, могут осуществляться в трубах конечной длины.

Подставив в (6) значение $\varepsilon(\lambda_r) = 2$, соответствующее $\lambda_r = 1$ и $\lambda_{r1} > \bar{\lambda}_{r1}$ найдем скорость, которую твердые частицы получают моментом достижения газом звуковой скорости:

$$\lambda_{r1 \max} = \frac{A_1 A_2 - 2l}{A_1^2 + 4A_3} \frac{(A_1^2 + 4A_3) A_1 - A_2 A_3^2}{A_1^2 + 4A_3}. \quad (26)$$

Назовем ее максимальной скоростью второго режима, а значение интеграла (15) при $\lambda_r = \lambda_{r1 \max}$ — максимальной длиной трубы.

Для второй группы режимов необходимо различать:
а) действительная длина трубы меньше максимальной. В этом случае скорость газа на срезе трубы дозвуковая. Скорость же твердых частиц на срезе трубы определяется как верхний предел интеграла (15) по заданной величине его;

б) действительная длина трубы равна максимальной. Скорость газа на срезе трубы звуковая, а скорость твердых частиц определяется из (26);

в) действительная длина трубы превышает максимальную. Установившийся процесс ускорения твердых частиц при данной начальной скорости газа невозможен. Течение в трубе должно перестроиться так, чтобы для новых параметров газа в начальном сечении действительная длина трубы стала мак-

имальной. Необходимая в этом случае начальная скорость газа может быть найдена путем совместного решения уравнений (16) и (26) относительно A_2 .

Обозначения

F_1 — площадь поперечного сечения трубы; v, p, ρ, m — скорость, давление, плотность и массовый секундный расход; t — время; k — показатель изэнтропии газа; a_{kp} — критическая скорость звука в газе; T_0 — местная температура торможения газа; c_x — коэффициент сопротивления частицы; S_n — площадь мицелия частицы; T_1 — начальная температура газа; $\theta = T_0 T_1$.
Индексы: g — газ, t — твердая фаза.

ЛИТЕРАТУРА

1. Б. М. Киселев. Расчет одномерных газовых течений. ПММ, X, вып. 1, 1947.
2. Г. Н. Абрамович. Прикладная газовая динамика. Гостехиздат, 1953.
3. Л. А. Вулес. ДАН СССР, 54, № 8, 1946.

С. И. ШАБАНОВ
**ВЛИЯНИЕ СОУДАРЕНИЯ
 НА СКОРОСТЬ УСТАНОВИВШЕГОСЯ ДВИЖЕНИЯ
 ПОЛИФРАКЦИОННЫХ ЧАСТИЦ
 В ВЕРТИКАЛЬНОМ ПОТОКЕ**

Движение зернистых материалов в вертикальном потоке обычно рассчитывается как простая совокупность движения отдельно взятых частиц, скорость каждой из которых определяется только действием сил тяжести, инерции и сопротивления среды [1—3]. Влиянием взаимных соударений на скорость частиц как в монофракционных, так и в полифракционных системах всегда преобирается и в лучшем случае учитывается лишь тормозящее воздействие ударов о стены.

Между тем если для монофракций пренебрежение соударениями можно оправдать некоторыми теоретическими соображениями и экспериментами [1, 2], то для широких полифракций, как свидетельствуют авторы [4—6], это является грубым допущением, особенно при высокой концентрации твердой фазы.

Чтобы учсть влияние столкновений частиц, некоторые авторы предлагают вводить опытные поправочные коэффициенты [4]. Известны работы и по прямому определению воздействия заполненного потока на единичную частицу [7]. Однако почти все авторы, например [4, 5], подчеркивают, что влияние соударений практически еще не изучено вследствие трудности исследования этого явления.

В настоящее время ими не известны работы, в которых решены уравнения движения полифракционных частиц проводились бы с учетом перераспределения скоростей при соударениях, а также влияния концентрации и зерновой характеристики полифракции. Настоящая работа является попыткой теоретического решения такой задачи с помощью электронно-вычислительной машины для установившегося движения полифракционных сферических частиц с произвольной зерновой характеристикой по фракциям $y = j(\delta)$.

В дальнейшем пренебрегается тормозящим воздействием ударов о стены и вращением частиц, а их соударения считаются абсолютно упругими. Аэродинамическое сопротивление рассчитывается по обычным формулам для неподвижного

110

шара, т. е. не учитывается изменение аэродинамики потока в условиях падающего слоя.

При таких допущениях скорость установившегося движения любой частички относительно среды без соударений определяется на основе обычного уравнения витания

$$\frac{\pi \delta^3 (Y_t - Y_c)}{6} - \frac{C \pi \delta^2 W^2 Y_c}{8g} = 0. \quad (1)$$

Соударения частиц в широкой полифракции должны привести к возрастанию относительной скорости самых мелких и к снижению скорости наиболее крупных частиц по сравнению с их скоростью витания, определяемой из (1).

Следовательно, уравнение действующих сил для одной из мелких частиц можно представить в виде

$$\frac{\pi \delta_1^3 (Y_t - Y_c)}{6} - \frac{C \pi \delta_1^2 W_1^2 Y_c}{8g} + P_1 = 0, \quad (2)$$

а для одной из наиболее крупных

$$\frac{\pi \delta_2^3 (Y_t - Y_c)}{6} - \frac{C \pi \delta_2^2 W_2^2 Y_c}{8g} - P_2 = 0. \quad (3)$$

Здесь под W_1 и W_2 подразумеваются не мгновенные, а усредненные во времени вертикальные скорости частиц¹. Соответственно под P_1 и P_2 понимаются абсолютные значения некоторых усредненных во времени сил, как бы постоянно действующих на частичку и заменяющих алгебраическую сумму сил ударов всех остальных частиц о рассматриваемую.

В соответствии с теорией о среднем в промежутке между δ_1 и δ_2 должна существовать частица такого диаметра δ_s , при котором сила $P=0$, а, следовательно, относительная скорость W_s этой частицы, именуемой в дальнейшем эквивалентной, будет равна скорости ее витания по уравнению (1). Вместе с тем скорость W_s устанавливается в результате ударов в единичной частичке, только в данном случае силы ударов互相 взаимно уравновешиваются. Иначе говоря, именно W_s является скоростью центра тяжести всех соударяющихся частиц, а произведение W_s на общую массу частиц, заключенных в единице объема, по теории удара должно равняться их суммарному количеству движения в вертикальном направлении.

¹ Предполагается, что колебания скорости частиц около среднего значения не изменяют силы аэродинамического сопротивления.

Поэтому представляется допустимым воздействие всего многообразия полифракционных частиц на какую-либо рассматриваемую заменить воздействием на нее только эквивалентных частиц соответствующей массы, подобно тому как систему сил можно заменить их равнодействующей. Таким приемом сложная задача о соударениях в полифракции сводится к рассмотрению движения каждой данной частички в среде монофракционных частиц δ_2 , движущихся с постоянной скоростью W_s .

Из условия сохранения массы видно, что весовой расход эквивалентных частиц через единицу сечения потока всегда равен расходу полифракции:

$$Q_s = Q. \quad (4)$$

Вес твердой фазы в любом элементе объема также должен быть одинаков как для полифракции, так и для заменяющей ее эквивалентной монофракции, что можно выразить уравнением

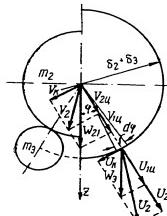


Рис. 1. Схема соударения сферических частиц

$$\int_{\delta_1}^{\delta_2} \frac{Q}{[W_1 + W_e]} f(\delta_1) d\delta_1 + \int_{\delta_2}^{\delta_1} \frac{Q}{[W_2 + W_e]} f(\delta_2) d\delta_2 = -\frac{Q_s}{[W_s + W_e]}. \quad (5)$$

Квадратными скобками обозначены абсолютные значения абсолютных скоростей соответствующих частиц.

Из (4) и (5) следует также, что средняя концентрация твердой фазы в объеме потока равна

$$q = \frac{Q}{[W_s + W_e]}. \quad (6)$$

Чтобы определить силы P_1 и P_2 , рассмотрим столкновение какой-либо одной частицы, например δ_2 , с эквивалентными. Реальную картину столкновения (левая часть рис. 1) заменим схемой на правой части рис. 1, считая, что массы m_2 распределены в частице с диаметром $(\delta_2 + \delta_1)$, а массы эквивалентных частиц m_s сосредоточены в их геометрических центрах.

При полной сферической симметричности соударяющихся тел и предполагаемом равномерном распределении частиц

δ_2 в объеме горизонтальные составляющие сил всех ударов взаимно уравновешиваются и не оказывают влияния на вертикальную скорость частицы δ_2 , а соответствующая часть энергии рассеивается на трение с окружающей средой.

Поэтому можно ограничиться рассмотрением лишь вертикальных проекций скоростей и сил, действующих на частицу δ_2 . К столкновению с ней каждый раз приходят все новые эквивалентные частицы, имеющие скорость W_s . Сама же частица δ_2 в промежутке между ударами под действием силы, противодействующей P_2 , движется равнускоренно и имеет вертикальные скорости перед ударом $W_{21} > W_2$, а после удара $W_{22} < W_2$, причем

$$W_2 = \frac{W_{21} + W_{22}}{2}. \quad (7)$$

Разлагая векторы W_{21} и W_s на центральные составляющие $V_{1u} = W_{21} \cos \varphi$ и $U_{1u} = W_s \cos \varphi$ и на неизменяющиеся касательные скорости V_{ku} и U_{ku} , получим обычные уравнения сохранения количества движения и энергии при косом ударе:

$$m_2 V_{1u} + m_s U_{1u} = m_2 V_{2u} + m_s U_{2u}; \quad (8)$$

$$m_2 V_{1u}^2 + m_s U_{1u}^2 = m_2 V_{2u}^2 + m_s U_{2u}^2. \quad (9)$$

Из решения этой системы следует, что изменение количества движения в направлении между центрами частиц при одиночном ударе равно

$$m_2 (V_{1u} - V_{2u}) = \frac{2m_s m_2}{m_2 + m_s} \cos \varphi (W_{21} - W_2). \quad (10)$$

Число ударов, приходящихся за время Δt на шаровой пояс, описываемый дугой $d\varphi$ при вращении ее вокруг оси Z , составляет с учетом (6)

$$dN = \frac{Q}{gm_s [W_s + W_e]} \frac{(W_2 - W_s) \Delta \varphi (\delta_2 + \delta_1)^2}{2} \sin \varphi \cos \varphi d\varphi, \quad (11)$$

а полное число ударов в частицу δ_2 за то же время Δt равно

$$N = \frac{Q}{4gm_s [W_s + W_e]} (W_2 - W_s) \Delta \varphi (\delta_2 + \delta_1)^2. \quad (12)$$

Суммируя проекции изменения количества движения (10) на вертикальную ось от всех dN и разделив эту сумму на общее число ударов N , найдем, что для некоторого усредненного тепло- и массообмена

ногого удара изменение количества движения в вертикальном направлении равно

$$m_2(W_{21} - W_{22}) = \frac{4m_2 m_3}{m_2 + m_3} (W_{21} - W_3) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^3 \varphi \sin \varphi d\varphi = \frac{m_2 m_3}{m_2 + m_3} (W_{21} - W_3). \quad (13)$$

Используя (7), можно выразить (13) через среднюю скорость W_2 :

$$m_2(W_{21} - W_{22}) = \frac{2m_2 m_3}{2m_2 + m_3} (W_2 - W_3). \quad (14)$$

Умножив (14) на полное число ударов (12) и приравняв полученный изменение количества движения к импульсу силы P_2 , получим для последней следующее выражение:

$$P_2 = \frac{\pi Q}{2g(W_3 + W_c)} \frac{m_2}{2m_2 + m_3} (W_2 - W_3)^2 (\delta_2 + \delta_3)^2. \quad (15)$$

Тем же методом можно найти аналогичное выражение для силы P_1 .

Таким образом, рассматриваемая задача сводится к отысканию такого значения δ_3 , при котором удовлетворяется равенство (5), причем W_3 определяется по δ_3 из (1), а текущие значения W_1 и W_2 являются корнями уравнений:

$$\frac{\pi \delta_1^3 (Y_r - Y_c)}{6} - \frac{C \pi \delta_1^3 W_1^2 Y_c}{8g} + \frac{\pi Q}{2g(W_3 + W_c)} \times \\ \times \frac{m_1}{2m_1 + m_3} (W_3 - W_1)^2 (\delta_1 + \delta_3)^2 = 0; \quad (16)$$

$$\frac{\pi \delta_2^3 (Y_r - Y_c)}{6} - \frac{C \pi \delta_2^3 W_2^2 Y_c}{8g} + \frac{\pi Q}{2g(W_3 + W_c)} \times \\ \times \frac{m_2}{2m_2 + m_3} (W_2 - W_3)^2 (\delta_2 + \delta_3)^2 = 0. \quad (17)$$

Решение задачи проводилось на электронной вычислительной машине методом проб с помощью последовательного деления пополам интервалов возможных значений скоростей и δ_3 . Допустимая погрешность при решении уравнений (16) и (17) принята равной $1 \cdot 10^{-8}$ мк, а при решении уравнения (5) — 0,2%.

Значения коэффициента сопротивления шара для $Re < 0,044$ вычислялись по обычному выражению $C = \frac{24}{Re}$, а в интервале Re от 0,044 до 20000 — по формуле

$$C = \exp[6,217 - 7,133 \sin(0,4214 + 0,1387 \ln Re)], \quad (18)$$

при помощи которой нам удалось аппроксимировать известную опытную зависимость [8] с точностью до 4—5% от C [9].

Вычисления проведены применительно к движению топливных частиц в дымовых газах при $t = 1200^\circ C$, в соответствии с чем приняты следующие значения констант: $Y_r = 1200 \text{ кг}/\text{м}^3$, $Y_c = 0,232 \text{ кг}/\text{м}^3$, $v = 218 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{сек}$.

Чтобы упростить анализ результатов, рассматривалось движение лишь «равномерных» полифракций, имеющих зерновую характеристику по фракциям

$$y = f(\delta) = \text{const} = \frac{1}{\delta_{kp} - \delta_0}$$

Результаты расчетов Рис. 2. Абсолютные скорости движения для двух полифракций частиц в вертикальном потоке с учетом различной ширины представляемы на рис. 2. Часть

содержаний для двух полифракций: $I-VI - W_c$, $I-V - Q \cdot 10^{-8}$ (см. таблицу)

данных сведена в таб-

лицу. Относительные скорости витания (рис. 2, кривые I) сколько крупных частиц в результате соударений сокращается больше, чем возрастает скорость мелких, так как концентрация последних и сопротивление их движению всегда выше, чем у крупных частиц.

Особенно высока концентрация твердой фазы q и прежде всего самых мелких частиц при $W_c = 0$. Поэтому влияние соударений здесь наибольшее, а δ_3 и W_3 имеют минимальные значения.

Увеличение восходящей или нисходящей скорости среды приводит к резкому снижению q и уменьшению влияния соударений на скорость частиц, а также к значительному возрастанию δ_3 и W_3 .

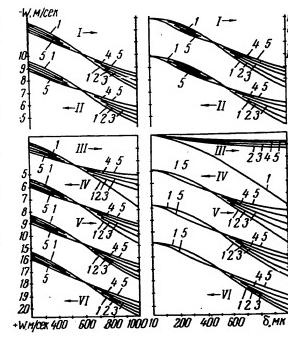


Таблица
Результаты расчетов

Обозначения к рис. 2	W_c , м/сек	$Q \cdot 10^{-5}$ м ³ /м ² ·сек	Полифракция 200 — 1000 мк			Полифракция 10 — 1000 мк		
			$\tau_{y'}$ мк	$W_{y'}$ м/сек	q м ³ /м ²	$\tau_{y'}$ мк	$W_{y'}$ м/сек	q м ³ /м ²
I	—15	0	634	3.14	—	559	2.64	—
		2	629	3.11	0.0467	547	2.55	0.0446
		4	624	3.08	0.0932	541	2.51	0.0890
		8	614	3.01	0.185	529	2.43	0.177
		16	614	3.01	0.371	511	2.31	0.350
II	—10	0	659	3.31	—	590	2.84	—
		2	644	3.21	0.0818	571	2.72	0.0763
		4	639	3.18	0.163	556	2.62	0.151
		8	629	3.11	0.323	535	2.47	0.295
		16	614	3.01	0.636	417	2.35	0.581
III	0	0	456	1.95	—	91.3	0.108	—
		2	473	2.07	0.269	94.7	0.116	4.79
		4	484	2.14	0.520	99.6	0.128	8.67
		8	487	2.22	1.002	109	0.152	14.61
		16	509	2.30	1.933	124	0.196	22.62
IV	+ 5	0	560	2.64	—	462	1.99	—
		2	560	2.64	0.0727	450	1.91	0.0804
		4	560	2.64	0.1454	444	1.87	0.162
		8	555	2.61	0.292	432	1.80	0.327
		16	555	2.61	0.584	426	1.76	0.658
V	+ 10	0	580	2.78	—	486	2.15	—
		2	575	2.74	0.0436	480	2.11	0.0458
		4	575	2.74	0.0872	474	2.07	0.0921
		8	575	2.74	0.174	462	1.99	0.185
		16	565	2.68	0.351	450	1.91	0.373
VI	+ 15	0	585	2.81	—	498	2.23	—
		2	585	2.81	0.0312	486	2.15	0.0324
		4	585	2.81	0.0624	486	2.15	0.0648
		8	585	2.81	0.125	474	2.07	0.130
		16	575	2.74	0.251	462	1.99	0.262

Примечание. $\gamma_T = 1200$ кг/м³, $\gamma_c = 0.232$ кг/м³, $\nu = 218 \cdot 10^{-6}$ м²/сек.

$$y = \frac{1}{\delta_{kp} - \delta_0}$$

Концентрация q в восходящем потоке всегда выше, а влияние столкновений относительно сильнее, чем в нисходящем потоке.

При $Q \rightarrow 0$ концентрация q также стремится к нулю, столкновения отсутствуют, относительные скорости частиц равны скорости витания. С ростом Q во всех случаях возрастает и q .

116

влияние соударений увеличивается, скорости частиц разных размеров изменяются в сторону выравнивания. Однако зависимость q от Q отклоняется от линейной, так как одновременно с Q изменяется δ_0 и средняя скорость полифракции W_s , входящая в формулу (6).

Интересно отметить, что в большинстве случаев, как видно из таблицы, возрастание Q сопровождается уменьшением δ_0 и W_s , но при $W_s = 0$ имеет место обратная зависимость.

Уменьшение средней скорости полифракции W_s с увеличением Q легко объясняет тем, что при возрастании числа столкновений скорость крупных частиц снижается больше, чем увеличивается скорость мелких.

Однако при $W_s = 0$ когда абсолютная скорость самых мелких частиц ничтожна, а потому концентрация их чрезвычайно высока, даже небольшое повышение скорости мелких частиц в результате соударений, по-видимому, снижает общую концентрацию твердой фазы больше, чем она возрастает за счет сокращения скорости крупных частиц. Поэтому увеличение Q сопровождается здесь возрастанием W_s и δ_0 . Иначе говоря, в этом случае преобладающее влияние оказывает взаимное отталкивание частиц при участившихся столкновениях, вследствие чего появляется тенденция к росту порозности и, следовательно, W_s .

Как и следовало ожидать, влияние столкновений тем сильнее, чем шире полифракция. При этом расширение в сторону мелких частиц способствует более быстрому росту q , а потому увеличивает влияние столкновений больше, чем расширение полифракции в сторону крупных частиц.

По-видимому, так же должно сказываться и изменение зерновой характеристики, т. е. изменение доли мелких и крупных частиц в полифракции.

Таким образом, предложенный расчетный метод хотя и не является строгим, однако позволяет оценить влияние упругих соударений на перераспределение скоростей установившегося движения сферических частиц и на концентрацию твердой фазы при любых скоростях потока, расходах и зерновых характеристиках полифракции.

Введенное коэффициента восстановления скорости, вероятно, окажется возможным модифицировать метод и для случая не вполне упругого соударения частиц.

Полученные закономерности в первом приближении можно распространить и на движение частиц неправильной формы, особенно если с помощью фактора формы или специальной опытной зависимости скорректировать закон аэродинамического сопротивления.

По-видимому, неупругость ударов, неправильность формы, вращение и пульсации частиц должны уменьшать взаимодействие.

117

ствии частиц при столкновениях, а потому результаты настоящей работы следует рассматривать как предельный случай влияния соударений.

Обозначения

γ_r и γ_c —удельный вес соответственно твердой фазы и среды; C —коэффициент аэродинамического сопротивления шара; d —диаметр частиц; d_0 и d_{cr} —предельные размеры частиц в полифракции; W_c —вертикальная скорость среды; t —время; N —число ударов в частичку; η —вязкость среды.

ЛITERATURA

1. З. Ф. Чуханов, Н. Г. Худяков. ДАН СССР, LXXVIII. № 4, 1951.
2. Н. Г. Худяков. Изв. АН СССР, ОТН, № 7, 1953.
3. С. А. Каганович. Изв. ВТИ, № 11, 1951.
4. А. В. Лыков. Тепло- и массообмен в процессах сушки. Госэнергопиздат, 1956.
5. А. В. Чечеткин. Высокотемпературные теплоносители. Госэнергопиздат, 1957.
6. В. А. Успенский. Пневмотранспорт материалов во взведенном состоянии. Металлургиздат, 1952.
7. T. Gillespie. A. W. Gunter. Paper. Amer. Soc. Mech. Eng., NAPM-14, 1959.
8. Э. Р. Эйкерт, Р. М. Дрейк. Теория тепло- и массообмена. Госэнергопиздат, 1961.

Д. М. ГАЛЕРШТЕИН, И. А. ЛЕПЕШИНСКИЙ

О ВЫБОРЕ ПАРАМЕТРОВ СТРУИНОГО ОСАДИТЕЛЯ

Большинство установок, в которых используется двухфазный поток типа газ—твердые частицы, оборудовано различного рода осадителями. Для ряда случаев перспективным является струйный осадитель как по своему к. п. д., так и по простоте конструкции и сравнительно низкому гидравлическому сопротивлению [1].

Схема осадителя показана на рис. 1. Твердые частицы, движущиеся в газовом потоке, разгоняются в трубопроводе A до определенной скорости. На выходе из трубы газовзвесь разделяется: твердые частицы по инерции пролетают в камеру B через окно, диаметр которого d_{out} несколько больше диаметра трубы d . Чистый газ вытекает через зазор H и затем удаляется через отверстие G . Некоторая часть частиц осаждается в бункере B . Из обоих бункеров частицы выводятся через шлюзовые затворы.

При анализе рабочего процесса будем полагать, что газ неожидаем и скорость газа по сечению трубы на выходе постоянная, т. е. $d\omega_0/dy=0$; если частица данного диаметра d_q , движущаяся вблизи стенки, т. е. самая «крайняя» в потоке, попадает в камеру B , то все остальные частицы, большего диаметра или лежащие ближе к оси трубы, также будут осаждаться.

Очевидно, нас будет интересовать минимальный размер частиц, которые еще будут удаляться. Поэтому достаточно рассмотреть частицы, лежащие в стоковой области, для которых $c_f = aRe^{-1}$. При этом в конце разгонного участка трубы (на срезе), очевидно, выполняется условие $\omega_{w0} = b\omega_0$, $b < 1$.

Для мелких частиц можно полагать $b \approx 1$. Эти допущения позволяют выбрать для теоретического исследования следующую модель. Будем рассматривать частицу, движущуюся вдоль стенки трубы. В зазоре H на частицу, лежащую в направлении оси x (рис. 1), действует сносящий поток, вектор скорости которого направлен вдоль оси y , причем $\frac{d\omega}{dx} = 0$, а величина скорости может быть определена из урав-

нения неразрывности в предположении равномерного поля скоростей в сечении $o-x$. В действительности направление векторов скоростей может отличаться от принятого, но это отличие при решении задачи пойдет в запас.

Уравнение движения частицы, если пренебречь силами тяжести, центробежными и корiolисовыми, примет вид

$$m \frac{d\omega_u}{dz} = c_j \frac{(\omega - \omega_u)^2 \rho}{2} F_{\alpha}, \quad (1)$$

С учетом того, что $F_{\alpha} = \frac{1}{4} \pi d_u^2$, $m = \frac{1}{6} \rho_u \pi d_u^3$, $c_j = a Re^{-t}$,

$R^2 = (\omega - \omega_u) d_u \gamma^{-1}$, из (1) получаем

$$\frac{d\omega_u}{dz} = k (\omega - \omega_u), \quad (2)$$

где

$$k = \frac{3a \gamma}{4d_u^2}.$$

В проекциях на координатные оси уравнение (2) записывается в виде:

$$\frac{d\omega_{ux}}{dz} = -k\omega_{ux}; \quad (3)$$

$$\frac{d\omega_{uy}}{dz} = k(\omega - \omega_{uy}). \quad (4)$$

так как $\omega_x = 0$, $\omega_y = \omega$.

Интегрирование уравнений (3) и (4) с начальными условиями $z = 0$, $x = 0$, $y = 0$, $\omega_{ux} = \omega_{uy} = \omega_{u0}$, $\omega_{uy} = 0$ дает:

$$z = -\frac{1}{k} \ln \left(1 - \frac{kx}{\omega_{u0}} \right); \quad (5)$$

$$y = \frac{\omega}{k} [kz + \exp(-kz) - 1]. \quad (6)$$

Введение безразмерных параметров

$$L_x = \frac{kx}{\omega_{u0}}; \quad (7)$$

$$L_y = \frac{ky}{\omega} \quad (8)$$

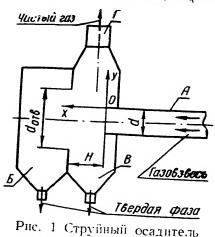


Рис. 1 Струйный осадитель

позволяет преобразовать уравнения (5) и (6) к безразмерному виду

$$L_y = \ln(1 - L_x)^{-1} - L_x. \quad (9)$$

Если в (7) и (8) положить $x = H$, $y = y_{crv} = 0,5(d_{otv} - d)$, то уравнение (9) будет условием осаждения частицы в безразмерной форме.

Используя уравнение неразрывности, записанное для колцевой поверхности в зазоре H и трубы A , можно получить дополнительное соотношение для расчета характеристик и выбора параметров осадителя:

$$L_y = 2 \left(\frac{d_{otv}}{d} - 1 \right) L_x. \quad (10)$$

Нетрудно видеть, что если задан диаметр минимальной улавливаемой частицы, ее плотность, расход газа и его параметры, то по (9) и (10) можно выбрать геометрические и режимные параметры осадителя.

Следует заметить, что струйный осадитель будет улавливать частицы с диаметром, меньшим расчетного, но с меньшим значением коэффициента полезного действия. (Под коэффициентом полезного действия будем понимать отношение веса осажденных к весу поступающих в аппарат частиц в единицу времени). Это относится к тем частицам, которые лежат ближе к оси разгонной трубы. Размер самых мелких из этих частиц можно вычислить, если полагать $L_y = y/k\omega$, где $y = \frac{1}{2} d_{otv}$.

Может оказаться, что при выбранных параметрах более крупные частицы, начиная с некоторого размера, не будут улавливаться, так как скорость, достигаемая такими частицами на срезе разгонного трубопровода, окажется недостаточной для улавливания. Поэтому к. п. д. при улавливании таких частиц также будет уменьшаться с ростом размера частиц.

Из сказанного следует, что осадитель должен обладать избирательностью, причем диапазон этой избирательности может изменяться в зависимости от параметров осадителя.

Экспериментальные исследования подтвердили наше пред-

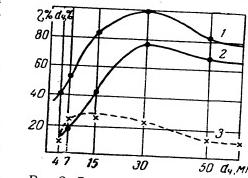


Рис. 2. Зависимость к. п. д. осадителя от диаметра частиц в потоке при $\omega_0 = 12 \text{ м/сек}$; $\frac{d_{otv}}{d} = 1,21$;

$\frac{H}{d} = 0,516$; $\psi = 0,6$; $d = 60 \text{ м.м}$ при габаритах камеры $400 \times 400 \times 300 \text{ м.м}$

1—к. п. д. Бункера Б по фракциям: 2—к. п. д. осадителя; 3—фракционный состав исходного материала

положение об избирательности струйного осадителя. На рис. 2 показаны результаты одного из типичных опытов на холодном воздухе с частицами песка. Всего было проведено 34 опыта в следующем диапазоне конструктивных и режимных параметров: $\omega_0 = 12 \pm 35$ м/сек; $H/d = 0.258 \pm 0.758$; $d_{\text{отв}}/d = 1.05 \pm 1.45$.

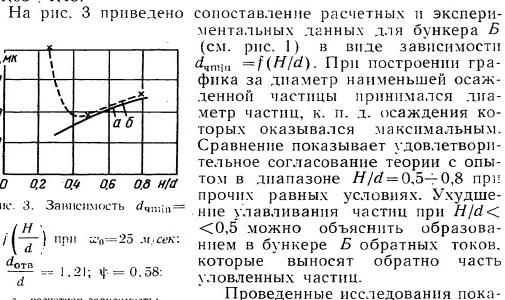


Рис. 3. Зависимость $d_{\text{min}} = f(H/d)$ при $\omega_0 = 25$ м/сек:
 $\frac{d_{\text{отв}}}{d} = 1.21$, $\psi = 0.58$:
 a — расчетная зависимость;
 b — экспериментальная.

Проведенные исследования показали, что для материалов с $\rho_q > 2000$ кг/м³ и при размере частиц $d_q > 30$ мк струйный осадитель обеспечивает практически такой же к. п. д. улавливания, как и циклон при коэффициенте сопротивления $\zeta = 1.3$ против $\zeta = 3 \pm 7$ у циклона [2].

Обозначения

F — площадь; ω — скорость; d — диаметр; τ — время; ρ — плотность; m — масса; γ — вязкость газа; c_f — коэффициент сопротивления частицы; k — коэффициенты; L — параметр; η — коэффициент полезного действия; $\dot{\psi}$ — расходная концентрация твердых частиц в газовом потоке; a, b — константы.

Индексы: ч — относится к частице; 0 — начальное сечение (на срезе трубы); параметры без индекса относятся к газу.

ЛИТЕРАТУРА

1. Д. М. Галерштейн. Промышленность Белоруссии. № 5, 1961.
2. М. П. Калинушкин. Вентиляторные установки. М., 1962.

Н. Н. ФИКЛУСТОВ, Г. А. АКСЕЛЬРУД

КИНЕТИКА МАССООБМЕНА ТВЕРДЫХ ЧАСТИЦ, ВЗВЕШЕННЫХ В ВЕРТИКАЛЬНОМ ПОТОКЕ ЖИДКОСТИ, ПРИ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЯХ КОЛОННЫ

В [1, 2] исследовалась кинетика массообмена в системе жидкость — твердое тело, когда последнее закреплялось на стержне и совершило гармонические колебания в неподвижной или движущейся жидкости.

В данном сообщении рассматривается кинетика взаимодействия твердого тела с жидкостью в условиях, когда: 1) твердые частицы взвешены в вертикальном потоке жидкости; 2) жидкость совершает колебательные движения с заданной амплитудой и частотой в направлении, перпендикулярном направлению потока.

Кинетика массообмена твердых частиц, взвешенных потоком жидкости, была изложена в [3, 4], где предложено следующее критериальное уравнение, позволяющее определить коэффициент массообмена:

$$Nu = A \sqrt[3]{Pr} \sqrt[3]{Ar}. \quad (1)$$

Здесь Nu , Pr и Ar соответственно диффузионные критерии Нуссельта, Прандтля и критерий Архимеда; A — константа, зависящая от формы частицы.

Кинетика массообмена в значительной степени определяется скоростью обтекания твердого тела жидкостью. С увеличением этой скорости увеличивается скорость массообмена.

С возникновением колебательного движения твердые взвешенные частицы будут подвергаться динамическому воздействию жидкости. Возникает скорость обтекания, направленная перпендикулярно к потоку жидкости, зависящая как от параметром колебательного процесса, так и от инерционных свойств твердой частицы. Это должно привести к интенсификации массообмена в сравнении с условиями простого взвешивания.

Теоретические представления, которые будут изложены в настоящей статье, являются приближенными.

Итак, в общем случае уравнение кинетики массообмена описывается критериальным уравнением

$$Nu = A Pr^m Re^n. \quad (2)$$

В первом приближении это уравнение можно считать справедливым независимо от того, каким способом образуется скорость обтекания. Для двух процессов массообмена, отличающихся друг от друга способом образования скорости обтекания, можно написать соответственно

$$\begin{cases} \text{Nu} = A \Pr^n \text{Re}^a, \\ \text{Nu}_0 = A \Pr^{n_0} \text{Re}^{a_0}; \end{cases} \quad (3)$$

откуда непосредственно следует

$$\frac{\text{Nu}}{\text{Nu}_0} = \left(\frac{\text{Re}}{\text{Re}_0} \right)^n. \quad (4)$$

Пусть два сопоставляемых процесса отличаются друг от друга тем, что первый из них является процессом массообмена, когда имеют место колебания взвешенных частиц в жидкости, а второй — когда отсутствуют колебания и частицы лишь взвешены в жидкости.

В первом случае скорость обтекания определяется как геометрическая сумма двух векторов, взаимно перпендикулярных друг другу, где W_g' — скорость взвешивания в условиях колебания жидкости; W_i — скорость обтекания в горизонтальном направлении. Результирующая скорость определяется как

$$\sqrt{(W_g')^2 + (W_i)^2}.$$

Во втором случае скорость обтекания равна скорости взвешивания твердых частиц в потоке жидкости W_g .

Если считать, что

$$W_g' = \varepsilon_1 W_g,$$

то

$$\varepsilon_1 = \frac{W_g'}{W_g} < 1.$$

Очевидно, величина ε_1 должна учитывать уменьшение скорости взвешивания частиц при колебаниях потока жидкости, когда турбулентная вязкость последнего возрастает.

Таким образом, уравнение (4) преобразуется так:

$$\frac{\text{Nu}}{\text{Nu}_0} = \left(\frac{\sqrt{(\varepsilon_1 W_g)^2 + (W_i)^2}}{W_g} \right)^n = \left(\varepsilon_1^2 + \frac{W_i^2}{W_g^2} \right)^{\frac{n}{2}}. \quad (5)$$

Переходя к оценке W_i , укажем на простое соотношение

$$W_i = \varepsilon_2 \omega A, \quad (6)$$

вытекающее из соображений размерности. Величина ε_2 может рассматриваться как некоторая константа, тесно связанная с инерционными свойствами частиц. С увеличением этих свойств ε_2 увеличивается, а при отсутствии их $\varepsilon_2=0$.

Окончательное выражение для уравнения кинетики в условиях колебательного движения взвешенных частиц имеет вид

$$\frac{\text{Nu}}{\text{Nu}_0} = \left[\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 \left(\frac{\omega A}{W_g} \right)^2 \right]^{\frac{n}{2}}. \quad (7)$$

Уравнение (7) качественно хорошо согласуется с результатами экспериментов.

Опыты проводились на экспериментальной установке (рис. 1), которая состоит из трех основных узлов: проточной трубы с подвижным участком, колебательного механизма и системы подачи и нагрева дистиллированной воды.

Проточная стеклянная трубка диаметром 26—36 мм расположена строго вертикально и состоит из двух неподвижных участков *I* и *2*, жестко закрепленных зажимами *3* и *4* на неподвижной плите *5*, установленной на раме *6*. Нижний участок проточной трубы имеет патрубок *7* для подачи в трубку дистиллированной воды, верхний участок имеет увеличенный диаметр и заканчивается приемником *8* для свободного слива воды. Третий подвижный участок трубы *9* упругими резиновыми колышами *10* соединен с верхним и нижним участками трубы и с помощью зажима *11* — с колебательным механизмом. Таким образом, трубка *9* может совершать возвратно-поступательные движения, нормальные к продольной оси проточной трубы.

Для замера амплитуды колебания трубы установлен микрометрический измеритель *12*. Колебательный механизм состоит из электродвигателя *13*, на котором установлен ступенчатый шкив *14* клиновременной передачи *15* и регулируемого эксцентрикового устройства *16*, которое преобразовывает вращательное движение в возвратно-поступательное, сообщаемое шатуну *17*. Последний шарнирно соединен со штоком *18*, который благодаря направляющим *19* получает строго направленные колебательные движения в горизонтальной плоскости и передает их подвижной трубе *9*.

Регулируемое эксцентриковое устройство дает возможность менять амплитуду от 0,5 до 4 мм. Число оборотов, а следовательно, и частота колебаний изменялись с помощью ступенчатого и сменных шкивов и измерялись тахометром *20*. Величина амплитуды также контролировалась по ходу штока с помощью микрометра.

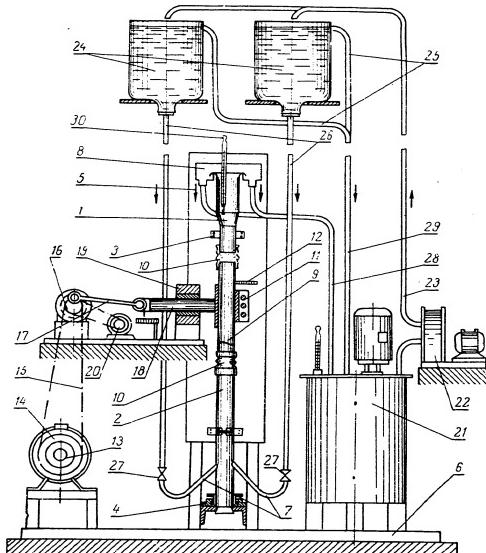


Рис. 1. Схема экспериментальной установки

Дистиллированная вода подогревалась в термостате 21 и с помощью насоса 22 по стеклянному трубопроводу 23 подавалась в расходные сосуды 24, где с помощью сливных трубок 25 поддерживался постоянный уровень. Из расходных сосудов по трубам 26 вода поступает в проточную трубу. Ради воды регулируется кранами 27. Отработанная вода и избыток из сосудов по трубопроводам 28 и 29 поступают обратно в термостат. Для контроля температуры в проточной трубе установлен термометр.

126

Методика проведения опытов заключалась в следующем. Образцы в виде шарообразных частиц из гипсового камня определенного диаметра или частицы дисперской фазы произвольной формы вводились в третий участок подвижной проточной трубы 9 и взвешивались потоком воды при открытых кранах 27. Одновременно включалась привод колебательного механизма, и трубка 9 приводилась в колебательное движение с нужной частотой и амплитудой. Время опыта фиксировалось секундомером. Растворение частиц гипса производилось в дистиллированной воде при температуре 298° К, постоянно которой поддерживалось с помощью термостатов. Количество вещества, перешедшего в раствор, определялось весовым методом. Перед взвешиванием образцы смачивались в воде, обезвоживались в спирте, а затем высушивались в сушильном шкафу при температуре 328° К. Значение коэффициента диффузии CaSO_4 в воде принято равным $D = 1.5 \cdot 10^{-9} \text{ м}^2/\text{сек}$ [5]. Концентрация насыщения гипса $c_s = 2.05 \text{ кг}/\text{м}^3$.

Одна серия опытов проводилась с индивидуальными шарообразными частицами из гипса диаметром 5.6—1.6 мм. Для проведения второй серии опытов образовывались суспензии; частицы произвольной формы, близкие по размерам, выделенные из смеси путем рассева, подавались в начальный момент опыта в проточную трубу 9. Размеры частиц менялись в пределах 1.7—0.85 мм.

Коэффициент массоотдачи для частиц, у которых потеря веса по отношению к начальному весу была невелика, определялся по формуле

$$k = \frac{\Delta G}{tF\Delta c}$$

Для частиц, убыль веса которых составляла значительную долю их первоначального веса, k определяли по [3]:

$$k = \frac{d_0 - d_1}{2t} \frac{\gamma}{c_s}$$

Результаты эксперимента (рис. 2) по кинетике растворения гипса в условиях взвешивания, но при отсутствии колебаний обобщены в виде зависимости

$$N_{\mu_0} = f(Ar)$$

Полученная зависимость полностью согласуется с уравнением (1). Однако коэффициент A здесь может принимать несколько иное значение, что объясняется влиянием чистоты растворимого материала и растворителя [6]. Уравнение (7) указывает, каким путем можно обобщить полученные результаты опытов.

127

В соответствии с этим уравнением должна существовать одна и та же зависимость между $\frac{Nu}{Nu_0}$ и $\frac{\omega A}{W_g}$ (рис. 3).

Из рассмотрения зависимости, показанной на рис. 3, видно, что при малых значениях $\frac{\omega A}{W_g}$ колебательный процесс не оказывает почти никакого влияния на кинетику. Это влияние тем больше, чем меньше размеры частиц (W_g).

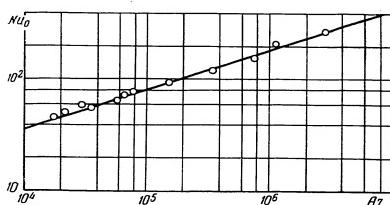


Рис. 2. Кинетика растворения частиц гипса, измешанных в потоке жидкости

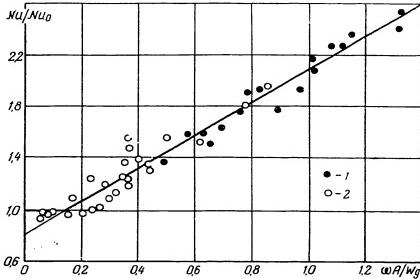


Рис. 3. Кинетика массообмена твердых частиц, измешанных в потоке жидкости, при колебании колонны (общенная зависимость):

1—сuspended $\frac{d}{A} = 0.25-0.42$; 2—отдельные шарообразные частицы $\frac{d}{A} = 0.42-1.5$ ($\omega=0-35$ 1/сек; $A=0-0.1$ см; $d=0.1-0.6$ см)

При анализе причин разброса точек на рис. 3 не обнаружено каких-либо закономерных отклонений, связанных с различным отношением $\frac{d}{A} = 0.25-1.5$. Таким образом, не сделано никаких выводов в отношении величин ν_2 в (7). Методом наименьших квадратов установлено уравнение прямой линии, наилучшим образом совпадающей с экспериментальными данными при $\frac{\omega A}{W_g} > 0.15$. Оно имеет вид

$$\frac{Nu}{Nu_0} = 0.81 + 1.3 \frac{\omega A}{W_g}$$

Следует также сделать вывод о возможности дальнейшей интенсификации массообмена, на что указывает характер зависимости, представленной на рис. 3.

Обозначения

d — диаметр твердой частицы; D — коэффициент диффузии CaSO_4 в воде; g — ускорение силы тяжести; ω — частота колебаний; A — амплитуда колебаний; k — коэффициент массотдачи в условиях колебательного движения твердого тела; ΔG — потеря веса растворяющегося твердого тела; t — время растворения; F — поверхность растворения твердого тела; Δc — разность между концентрацией насыщения и концентрацией в основной массе раствора; d_0 — эквивалентный диаметр частицы до опыта; d_s — эквивалентный диаметр частицы после опыта; c_s — концентрация насыщения гипса; γ — удельный вес гипса.

ЛИТЕРАТУРА

- И. Н. Фиклистов, Г. А. Аксельруд. Доклады ЛПИ, серия химии и химическая технология, т. V, вып. I—II. Изд. Госуниверситета. Львов, 1963.
- И. Н. Фиклистов, Г. А. Аксельруд. ИФЖ. VII, № 1, 1964.
- Г. А. Аксельруд. ЖФХ. 28, 1726, 1954.
- А. Б. Здановский. Кинетика растворения природных солей в условиях вынужденной конвекции. Госхимиздат, 1956.
- Д. А. Фрай и Каменецкий. Диффузия и теплоподача в химической кинетике. Изд. АН СССР, 1947.
- D. N. Chosh, D. D. Perlmutter, A. J. Sh. E. J., 9, 474, 1963.

A. A. МОССЭ

**О ХАРАКТЕРИСТИКАХ ПРОЦЕССА
ГОРЕНИЯ КОКСОВЫХ ЧАСТИЦ В ПОТОКЕ
ПРИ ВЫСОКИХ ТЕМПЕРАТУРАХ**

Опубликованные до сих пор результаты определения кинетических констант процесса горения и газификации твердых топлив были получены главным образом в стационарных условиях процесса на частицах топлива крупного размера и в области температур до 1300–1700° К [3]. Исследование по определению этих констант в области более высоких температур и конкретных характеристик массообмена в потоке реагирующего твердого топлива еще не достаточно.

В работе [1] был рассмотрен один из процессов такого рода, а именно процесс горения и газификации кокса фрезерного торфа в области температур 900–2100° К при коэффициентах избытка кислорода $\alpha < 1$.

На основании усредненного уравнения выгорания и экспериментально установленных характеристик газообразования и температуры по длине одномерного потока горящих частиц были получены расчетные соотношения для определения основных параметров процесса, главными из которых являются конкретные характеристики массопереноса в потоке и кинетические константы взаимодействия газовой среды с пылевзвесью.

Нами излагаются результаты определения расчетных параметров процесса горения пылевзвеси кокса фрезерного торфа в области температур от 900 до 2100° К при коэффициентах избытка кислорода в интервале 0,3–0,5.

Рассматривая нестационарный процесс при больших скоростях потока, когда подвод кислорода к реагирующему поверхности частиц топлива и отвод газообразных продуктов реакции осуществляются главным образом посредством конвективной диффузии, следует учитывать также влияние ряда аэродинамических факторов, таких, как величина и форма частиц топлива, скорость потока газовой среды, условия смесяобразования в потоке и т. д. Такое положение, усложняя все явления гетерогенного горения в целом, сильно затрудняет определение посредством опыта реакционных характеристик исследуемого твердого топлива, так как для находде-

13C

ния последних необходимо уметь достаточно точно рассчитать интенсивность подвода кислорода к поверхности горящих топливных частиц в потоке.

Основной экспериментальной характеристикой процесса является величина суммарной константы скорости процесса K^* , выражением для которой, как следует из [1], является

$$K^* = \frac{-dO_2/dz}{O_2 S_i^n} = \frac{\Phi}{O_2 S_i^n} \text{ см.сек.} \quad (1)$$

Расчет значений K^* на основании полученных в работе [1] экспериментальных данных (рис. 1, а и б) был выполнен с учетом величины действительной поверхности реагирующих коксовых частиц в потоке S_i^n , которая, как видно из [2], для условий неустановившегося движения частиц в период их разгона значительно превышает расчетную, обычно определяемую для случая $Nu_{\text{диф}} = 2$.

Из рассмотрения представленных на рис. 1, а, б зависимостей для кривых A следует, что в опытном интервале температур от 900 до 2100° К охватываются все три известные области реагирования — кинетическая, переходная и диффузионная, которые, согласно [4], можно характеризовать известным критерием Sm (Семёнова) или критерием режима

$$R = \frac{1}{1 + Sm} = \frac{1}{1 + \frac{\beta}{\alpha}}. \quad \text{Принято, что при } R < 0,1 \text{ практически}$$

можно говорить о кинетическом режиме, при $R > 0,9$ — о диффузионном. Соответственно указанным значениям критерия R для обоих зависимостей оказывается, что до температуры 1210–1230° К имеет место кинетическая область реагирования, а начиная примерно со значения 1600° К и выше находится диффузионная область.

Следующим этапом обработки экспериментальных данных являлось нахождение величин, определяющих суммарную константу скорости процесса K^* . Выражением для константы K^* , как известно, является

$$K^* = \frac{1}{\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}}, \quad (2)$$

где α — коэффициент реакционного газообмена, а β — коэффициент массообмена.

В пределе, в области высоких температур, суммарная константа скорости процесса и коэффициент массообмена практически равны. Соответственно этому величина характеристи-

ки переноса высокотемпературной области процесса может определяться уравнением

$$\beta = \frac{D}{d} \text{Nu}_{\text{диф}}^{O_2} \quad (3)$$

при условии, что $\beta = K^*$.

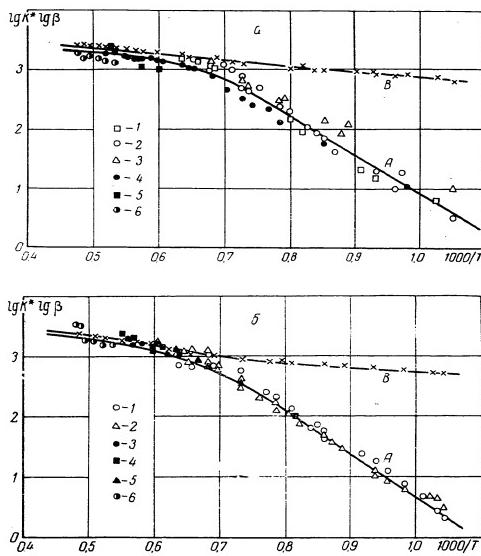


Рис. 1. Зависимость K^* для кривой А и β для В:
 а — при $d_{\text{гкв}} = 125 \text{ мк}$ ($1 - \alpha = 0.3$; $2 - 0.4$; $3 - 0.5$ при $O_2^0 = 21\%$; $\delta = 0.4$; $5 - 0.5$ при $O_2^0 = 27\%$; $6 - 0.4$ при $O_2^0 = 35\%$);
 б — при $d_{\text{гкв}} = 200 \text{ мк}$ ($1 - \alpha = 0.4$; $2 - 0.5$ при $O_2^0 = 21\%$; $\delta = 0.4$ при $O_2^0 = 27\%$; $\delta = 0.45$ при $O_2^0 = 27\%$; $5 - 0.5$ при $O_2^0 = 30\%$; $6 - 0.4$ при $O_2^0 = 35\%$)

В расчетах принимали, что коэффициент диффузии D зависит от температуры по закону

$$D = 0,198 \left(\frac{T}{273} \right)^2.$$

Для расчета кинетической константы, т. е. в данном случае коэффициента реакционного газообмена α во всем интервале исследованных температур, необходимо знать конк-

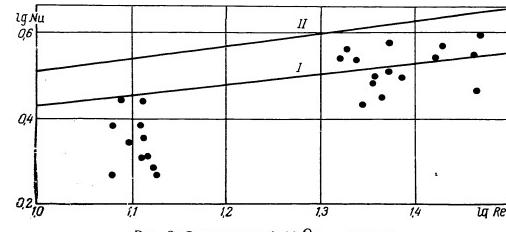


Рис. 2. Зависимость $\text{lg } \text{Nu}_{\text{диф}}^{O_2} = f(\text{lg } \text{Re})$:
 I — по формуле (4); II — $\text{Nu}_{\text{диф}}^{O_2} = \frac{0.70 \sqrt{\text{Re}}}{1 - e^{-0.35 \sqrt{\text{Re}}}}$, точки — по данным опытов

ретные величины $\text{Nu}_{\text{диф}}^{O_2}$ или конкретный вид связи между характеристикой $\text{Nu}_{\text{диф}}^{O_2}$ и числом Re . Последний устанавливался на основании различных экспериментальных данных (самых же опытов по горению) или с помощью моделирующих процессов (теплообмена и диффузии).

На основании полученного в работе [1] экспериментального материала в высокотемпературной области оказалось, что конкретный вид зависимости $\text{Nu}_{\text{диф}}^{O_2} = f(\text{Re})$, представленный на рис. 2 в логарифмической системе координат для области чисел Re от 10 до 30, довольно удовлетворительно аппроксимируется кривой I. Соответствующее аппроксимирующее выражение может быть принято в виде

$$\text{Nu}_{\text{диф}}^{O_2} = 2 + 0,16 \text{Re}^{2/3}, \quad (4)$$

которое было получено Сокольским из опытов по испарению для области чисел Re от 0 до 100. Приведенные данные получены для частиц торфяного кокса с эквивалентным размером 125 и 200 мк. Следует отметить, что для частиц

размером 125 мк принятое аппроксимационное выражение дает несколько завышенные значения $Nu_{\text{диф}}^{O_2}$. Строго говоря, соответственно полученным экспериментальным точкам для частиц 125 мк кривая I должна идти несколько круче. Однако полученный для этого размера частиц разброс экспериментальных точек, а также малый набор варьируемых

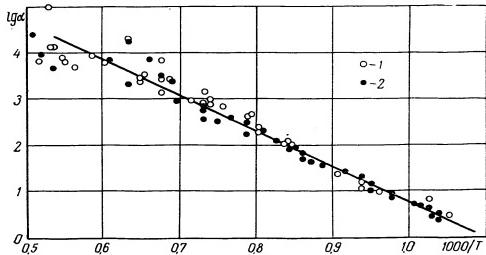


Рис. 3. Зависимость коэффициента реакционного газообмена $\lg \alpha$ от температуры:

1 — $d_{\text{экв}}=125 \text{ мк}; 2 — 200 \text{ мк}$

в опытах фракций частиц не позволили уточнить (4) для условий проведенных опытов.

Используя зависимость (4) и данные по числам Re с учетом значений относительной скорости частиц в потоке, конкретное выражение для расчета характеристики переноса $Nu_{\text{диф}}^{O_2}$ было получено в таком виде:

$$Nu_{\text{диф}}^{O_2} = 2 + 0,16 \frac{\omega_0 d}{\gamma} [1 - 0,2 (\gamma)^{-0.5}], \quad (4)$$

где

$$\gamma = 20,2 \frac{\nu}{d^2} \frac{\Psi}{\Psi_r} \frac{x}{\omega_0}.$$

Результат расчета коэффициента массообмена β для описанных в [1] опыта по горению показан на рис. 1. а, б — кривые B .

Эти кривые являются предельными по диффузионной способности для рассматриваемого процесса горения пылевидных коксовых частиц в потоке газа.

134

Имея эти данные, по (1) для K^* можно получить величину коэффициента реакционного газообмена α в системе координат $\lg \alpha = \frac{E}{RT}$ (рис. 3), удобной для суждения о применимости в данном случае закона Аррениуса. Представленные данные показывают линейный ход зависимости и могут быть описаны выражением вида

$$\alpha = z_0 e^{-\frac{E}{RT}}. \quad (5)$$

Определение энергии активации E и предэкспоненциального множителя z_0 дает соответственно значения $E=1,49 \cdot 10^5 \text{ кДж/моль}$ и $z_0=3,55 \cdot 10^5$, которые наиболее четко характеризуют область температур 900—1600°К.

В результате для температурной зависимости коэффициента реакционного газообмена процесса горения торфяного кокса имеем следующее кинетическое уравнение:

$$\alpha = 3,55 \cdot 10^8 \exp \left[-\frac{1,49 \cdot 10^5}{RT} \right]. \quad (6)$$

Обозначения

K^* — суммарная константа скорости процесса; O_2 — концентрация кислорода; φ — скорость процесса; S_i^u — поверхность частиц в потоке; $Nu_{\text{диф}}^{O_2}$ — характеристика переноса; β — коэффициент массообмена; D — коэффициент диффузии; $d_{\text{экв}}$ — эквивалентный диаметр частиц; α — коэффициент реакционного газообмена; ω_0 — скорость потока; ν — кинематическая вязкость среды; γ — безразмерный критерий; E — энергия активации; z_0 — предэкспоненциальный множитель; T — температура.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Л. Мессье, Л. Н. Хитрин. ИФЖ, № 8, 1963.
2. А. Л. Мессье. Диссертация. ИТМО АН БССР. Минск, 1964.
3. А. С. Предводитель, Л. Н. Хитрин, О. А. Чуханова, Н. И. Колодиев, М. К. Гродзовский. Горение углерода. Изд. АН СССР, 1949.
4. Л. Н. Хитрин. Физика горения и взрыва. Изд. МГУ, 1957.

М. Ф. КАЗАНИСКИЙ, Р. В. ЖУЦЫК, В. М. КАЗАНИСКИЙ
**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФОРМ СВЯЗИ ВЛАГИ
 С ДИСПЕРСНЫМИ ТЕЛАМИ
 ПО МЕТОДУ ТЕРМОГРАММ СУШКИ
 В ШИРОКОМ ДИАПАЗОНЕ ТЕМПЕРАТУР**

В работах [1, 2] показана возможность анализа влаги, поглощенной дисперсными телами, с помощью термограмм сушки [1].

Учитывая важность изучения дифференциальных водопоглощающих свойств термолабильных дисперсных тел, возникает необходимость в расширении возможностей применения термографического метода анализа форм связи влаги в сторону меньших температур. В связи с этим представляет интерес изучить влияние давления воздуха на форму получающейся термограммы сушки и положение на ней критических точек.

Опыт по сушке проводится в вакуумном термостате I (рис. 1), разрежение в котором создается форвакуумным насосом VII. Конструкция термостата обеспечивала возможность изменения давления в пределах от атмосферного до 666 Н/м^2 .

Для определения влажности образец помещался в кювету. Кювета подшивалась к чашке автоматических фотографических весов II [2]. Чувствительность записи веса можно было изменять в пределах от $3.9 \cdot 10^{-6}$ до $147 \cdot 10^{-6} \text{ Н}$ на 1 мм шкалы самопищущего потенциометра.

Запись изменения температуры образца (термограммы) производилась с помощью медного термометра сопротивления величиной около 70 ом при 20°C , подклешенного к днищу кюветы. Термометр сопротивления является плечом обычной мостовой схемы III, с диагонали которой напряжение подается на вход самопищущего потенциометра. Изменяя ток питания моста, можно менять масштаб записи термограммы. При чувствительности самопищущего потенциометра порядка 10 мв на всю шкалу и равенстве всех плеч моста нелинейность записи температуры оказывается меньше 1 %, что не выходит за пределы погрешности опыта [4]. Таким образом, показания самопищущего потенциометра оказываются практически пропорциональными температуре образца.

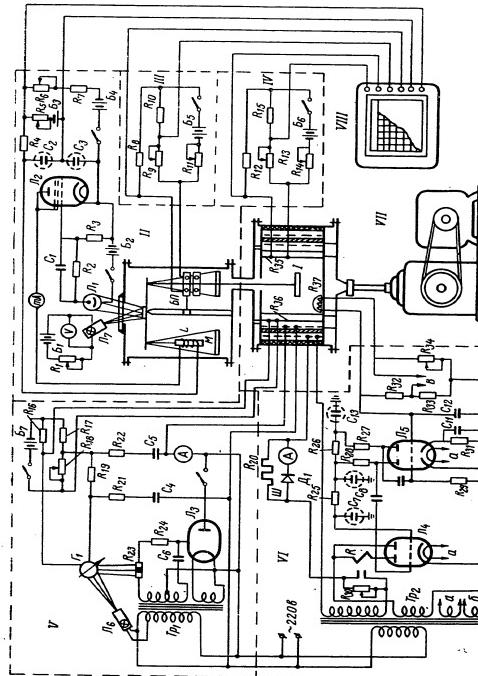


Рис. 1. Схема установки

Постоянство температуры воздуха в термостате поддерживается с помощью двух независимых регуляторов. Регулирование температуры воздуха в термостате осуществлялось с помощью релейного регулятора V_1 с термистором R_{37} . Более строгое терmostатирование вблизи кюветы с исследуемым образцом, находящейся в охранном сосуде термостата, осуществляется с точностью до сотых долей градуса с помощью фотопристронного пропорционального регулятора V_1 , подключенного к нагревателю, расположенному в охранном сосуде. Датчиком температуры для этого регулятора служит термометр сопротивления R_{36} .

Температура воздуха в охранном сосуде термостата непрерывно измеряется дополнительным медным термометром сопротивления R_{35} , включенным в несбалансированную мостовую схему IV , и записывается в виде контрольной кривой на ленте того же самопищущего потенциометра. Для поглощения влаги, удаляемой при сушке, на дне охранного сосуда устанавливается водопоглотитель.

Типичным капиллярнопористым телом с развитой тонкой пористой структурой в наших опытах служил силикагель КСМ. Капиллярнопористые коллоидные тела с нежесткой пористой структурой были представлены пыжевским бентонитом. В качестве типичного коллоидного тела была выбрана желатина, а примером термолабильного дисперсного тела служил картофельный наивинный крахмал, структура и физические свойства которого изменяются при нагревании (в водной среде) выше 40°C . Дифференциальные водоудерживающие свойства всех взятых образцов достаточно подробно изучены с помощью различных физико-химических методов [5, 6], что дает возможность проверить достоверность результатов термографического анализа.

Опыты по записи термограмм сушки и соответствующих им кривых веса проводились при температуре воздуха термостата 30°C и давлении воздуха около 0.53 н/см^2 . Для сравнения были записаны также термограммы и кривые веса при температуре воздуха 110°C атмосферном давлении, т. е. в условиях, при которых обычно проводится исследование образцов по методу термограмм сушки (рис. 2).

Из сравнения термограмм сушки силикагеля КСМ (см. рис. 2, a и b) видно, что форма термограммы, характерная для данного типа дисперсного тела, и количество точек перегиба на ней не изменяются при изменении температуры и давления воздуха в сравнительно широких пределах. Точно так же сохраняется при изменении давления и температуры и форма термограммы пыжевского бентонита (рис. 2, c и e), хотя термограмма пыжевского бентонита по виду существенно отличается от термограммы силикагеля. При этом понижение

давления воздуха (при одновременном понижении температуры) несколько больше увеличивает высоту термограммы (и соответственно скорость сушки) в области испарения слабо связанный влаги и меньше — в области испарения интенсивно связанный (адсорбированной) влаги.

Таким образом, из рис. 2 видно, что форма термограммы характеризует пористую структуру и гидрофильтрующие свойства

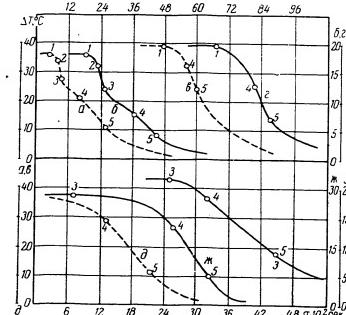


Рис. 2. Термограммы сушки:
а, б — силикагель КСМ; в, г — пыжевский бентонит; д, ж — желатина; з — крахмал при 110 и -30°C ; 1—5 — точки перехода кривой

дисперсных тел и сравнительно мало зависит от температуры и давления воздуха при сушке образца. В то же время понижение давления воздуха в термостате позволяет ускорить испарение влаги из тела настолько, что становится возможным проводить термографический анализ при комнатных температурах с высокой точностью.

Термограммы сушки желатины, записанные при температуре воздуха 110 и 30°C (рис. 2, d и $ж$), в своей начальной части существенно отличаются друг от друга. Это связано с тем, что при 20 — 30°C желатина представляет собой ограниченную форму термограммы с горизонтальным начальным участком. При более высокой температуре желатина переходит в неограниченную набухающий гель (коллоидный раствор) [3], скорость испарения влаги из которого непрерывно уменьшается

шается по мере увеличения его концентрации. В соответствии с этим на термограмме, записанной при температуре воздуха 110° С. (температура желатины при этом изменялась от 70 до 110° С.), начальный горизонтальный участок отсутствует.

Термограмма сушки крахмала (рис. 2, з), имеющая характерный *s*-образный вид, была записана только при 30° С., так как при более высокой температуре в водном растворе крахмала происходят необратимые изменения (клейстеризация).

Путем проектирования критических точек термограмм на кривые веса были определены дифференциальные водоудерживающие свойства образцов. Эти данные собраны в таблице, где для сравнения приведены также данные, заимствованные из литературных источников [1, 5, 6]. Из таблицы видно,

Таблица

Дифференциальное влагосодержание, %

Материал и температурные условия, °С	Полная влагоемкость	Граница стационарной влаги песка	Количество гидроскопической влаги	Количество адсорбированной влаги	
				поднос	монослой
Силикагель КСМ (песок)	39,0	32,0	28,7	14,2	6,4
	41,6	28,7	25,0	13,0	7,9
Пыжевский бентонит	—	—	29,1*	14,5*	—
	77,0	—	—	21,6	12,9
Картофельный крахмал при <i>t</i> = 30	86,5	—	—	21,0	11,0
	83,7*	—	—	19,8*	—
Желатина при <i>t</i> = 30	80,2	—	—	31,8	19,9
	—	—	68,7*	32,9*	—
	627,0	—	—	42,6	26,0
	—	—	92,4*	37,9*	—

* Средние по литературным данным [1, 5, 6].

что количества влаги разных форм связи, определенные при 30° С. в условиях пониженного давления воздуха, достаточно близки к данным, полученным при 110° С., и данным литературных источников. Небольшие расхождения связаны, по-видимому, с погрешностью некоторых измерений, а также с зависимостью гидрофильтрности исследованных образцов от температуры.

Таким образом, кривые рис. 2, а также данные таблицы наглядно демонстрируют возможности предлагаемой установки.

ки по термографическому исследованию дисперсных тел в широком диапазоне температур, что особенно важно для термолабильных дисперсных тел, а также тел, свойства которых меняются с температурой.

ЛИТЕРАТУРА

1. М. Ф. Казанский. ДАН СССР. **130**, № 5. 1960.
2. М. Ф. Казанский. Сб. «Бентонитовые глины Украины», вып. II, 1959.
3. С. М. Липатов. Физико-химия коллоидов. Госхимиздат, 1948.
4. А. М. Турчин. Электрические измерения незелектрических величин. ГЭИ, 1959.
5. Ф. Д. Овчаренко. Гидрофильтрность глин и глинистых минералов. Изд. АН УССР, 1958.
6. В. М. Казанский. ДАН УССР, № 2, 1964.

M. B. ВЕНЕДИКТОВ, N. M. РУДНЫЙ

**МЕТОД И УСТРОЙСТВО
ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ МАЛЫХ ВЛАГОСОДЕРЖАНИЙ
В ПОРОШКООБРАЗНЫХ МАТЕРИАЛАХ**

Производство многих продуктов современной химии и металлургии связано с использованием или получением порошкообразных материалов с влажностью порядка десятых и сотых долей процента.

Большое значение имеет контроль малой влажности в технологическом потоке, причем время контроля должно быть настолько малым, чтобы результат контроля мог быть использован для корректировки технологических процессов. Широко применяемые в настоящее время электрические методы измерения, химический метод К. Фишера и весовой метод оказываются практически неприменимы для измерения очень малых влажностей: первый — из-за нестабильности электрических свойств воды при изменении формы ее связи с материалом, оставальные — из-за длительности и сложности эксперимента.

Предлагаемый метод основан на микрокалориметрическом определении удельной энталпии влажного материала в процессе десорбции и позволяет определять малые влагосодержания как в воднорасторвимых, так и в воднодисперсионных веществах за время, соизмеримое с временем протекания технологического процесса.

При физической адсорбции паров воды на воднодисперсионных и воднорасторвимых материалах образование мономолекулярного слоя сопровождается выделением теплоты, величина которой сравнима с теплотой конденсации:

$$dQ = (H_m + H') dM'. \quad (1)$$

Образование полислоев для воднодисперсионных адсорбентов сопровождается выделением меньшего количества теплоты, так как энергия связи молекул с удалением от поверхности адсорбента падает. Полимолекулярная адсорбция на воднорасторвимых адсорбентах приводит к возникновению насыщенного раствора. При этом выделяется (поглощается) теплота q_p , называемая теплотой растворения, знак которой

зависит от характера изменения растворимости c_0 вещества с температурой [1]:

$$q_p = kT^2 \frac{1}{c_0} \frac{\partial c_0}{\partial T}. \quad (2)$$

Выделяющаяся при адсорбции и растворении теплота равна изменению энталпии влажного вещества:

$$dQ = d(E + pV) - (H_m \pm H_p + H') dM' - H_b dM_b. \quad (3)$$

Изменение температуры всего материала вследствие десорбции воздуха при вакуумировании может быть компенсировано специальным выбором схемы измерения. Рассчитанная таким образом энталпия влажного материала

$$dQ = - \left(H_m \pm H_p + H' + H_b \frac{dM_b}{dH'} \right) dM' + d(E + pV) = - H_1 dM' + dH_2. \quad (4)$$

При десорбции теплота тоже будет характеризоваться изменением энталпии, но знак теплоты будет противоположным.

Если тонкий слой влажного материала с температурой t_0 поместить в вакуум и подвергнуть десорбции, то вследствие испарения влаги внутри материала возникает некоторое распределение температур. Это аналогично случаю, когда внутри слоя имеет место переменный источник тепла мощностью $q_0 \frac{dW}{dt}$ [2].

Например, дана трехсоставная неограниченная пластина с начальной температурой $t_0 = 0$. Техлофизические коэффициенты центральной пластины λ_1, c_1, γ_1 , боковых λ_2, c_2, γ_2 . Внутри центральной пластины действует источник тепла мощностью $q_0 \frac{dW}{dt}$. Высота пластины значительно меньше

ширины, и ею можно пренебречь. Выбирая начало координат в середине центральной пластины, дифференциальные уравнения теплопроводности, граничные и начальные условия для симметричной задачи будут иметь вид:

$$\begin{aligned} \frac{dt_1}{dx} &= a_1 \frac{\partial^2 t_1}{\partial x^2} + \frac{q_0}{c_1 \gamma_1} \frac{dW}{dx}; \quad \frac{\partial t_2}{\partial x} = a_2 \frac{\partial^2 t_2}{\partial x^2}; \\ t_1(x, 0) &= t_2(x, 0) = 0; \quad \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \frac{\partial t_1(r, z)}{\partial x} = \frac{\partial t_2(r, z)}{\partial x}; \\ \frac{\partial t_1(0, z)}{\partial x} &= 0; \quad t_1(r, z) = t_2(r, z); \quad t_2(\infty, z) = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Вначале положим, что $q_0 = \Delta H$ и не зависит от W . В самом общем виде $\frac{dW}{d\tau}$ может быть представлено рядом, значения коэффициентов которого определяются экспериментально:

$$\frac{dW}{d\tau} = W_0 \sum_{m=0}^S z_m \tau^m. \quad (6)$$

Тогда дифференциальное уравнение теплопроводности будет иметь вид

$$\frac{\partial t_1}{\partial \tau} = a_1 \frac{\partial^2 t_1}{\partial x^2} + \frac{\Delta H W_0}{c_1 Y_1} \sum_{m=0}^S z_m \tau^m. \quad (7)$$

Применив операционный метод, получаем решение для распределения температур в центральной пластине:

$$t_1(x, \tau) = \frac{q_0 W_0}{c_1 Y_1} \tau \sum_{m=1}^S \frac{z_{m-1}}{m} \tau^m - \frac{q_0 W_0}{c_1 Y_1} \frac{1}{1+k_e} \sum_{m=1}^S \sum_{n=1}^{\infty} (4\tau)^n (-h)^{n-1} \times$$

$$\times \left[i^{2m} \operatorname{erfc} \frac{(2n-1)r+x}{2\sqrt{a_1}\tau} + i^{2m} \operatorname{erfc} \frac{(2n-1)r-x}{2\sqrt{a_1}\tau} \right], \quad (8)$$

где

$$k_e = \frac{i_1}{i_2} \frac{\sqrt{a_2}}{\sqrt{a_1}} \text{ и } h = \frac{1-k_e}{1+k_e}.$$

Если в середине пластины поместить датчик температуры (термометр сопротивления), он будет измерять среднюю температуру пластины. Изменение сопротивления датчика

$$\Delta R = R_0 \beta [t_1(r, \tau) - t_1(0, \tau)]. \quad (9)$$

После некоторых преобразований получаем

$$\Delta R(\tau) = R_0 \beta \frac{q_0 W_0}{c_1 Y_1} \left\{ \sum_{m=1}^S \tau^m \left(\frac{z_{m-1}}{m} - \frac{1}{1+k_e} \frac{1}{2^{m-1} \Gamma \left(\frac{m-1}{2} \right)} \right) + \right.$$

$$+ \sum_{m=1}^S \sum_{n=1}^{\infty} 2 \frac{(4\tau)^m}{1+k_e} (-h)^{n-1} \left[i^{2m} \operatorname{erfc} \frac{2n-1}{2} \frac{1}{\sqrt{F_0}} + \right.$$

$$\left. \left. - \frac{4\tau h - 1}{2} i^{2m} \operatorname{erfc} \frac{n}{\sqrt{F_0}} \right] \right\}. \quad (10)$$

Если датчик сопротивления включен в плечо моста сопротивлений, величина напряжения на выходе моста в квазиволновещем режиме

$$\Delta U(\tau) = \frac{E_u}{Z_{ab}} R_0 \Delta R(\tau). \quad (11)$$

Для малых значений критерия Фурье ($F_0 < 0,25$) величиной двойной суммы можно пренебречь, тогда величина напряжения на выходе моста

$$\Delta U(\tau) = - \frac{E_u R_0^2}{Z_{ab}} \frac{2W_0}{c_1 Y_1} \times$$

$$\sum_{m=1}^S \tau^m \left(\frac{z_{m-1}}{m} - \frac{1}{1+k_e} \frac{1}{2^{m-1} \Gamma \left(\frac{m-1}{2} \right)} \right). \quad (12)$$

Таким образом, величина разбаланса моста является функцией времени; максимальное значение разбаланса

$$\Delta U_{\max} = - \frac{W_0 q_0}{c_1 Y_1} \Theta \sum_{m=1}^S z_{m-1}^m A(z_{m-1}), \quad (13)$$

где $z_{\max} = \text{const}$ определяется только законами массообмена при десорбции в вакууме. Отсюда

$$\frac{\Delta U_{\max}}{W_0} = - cq_0 = c \Delta H. \quad (14)$$

Таким образом, можно получить определенную зависимость между величиной разбаланса моста сопротивлений, измеряющую среднюю температуру материала при десорбции в вакууме, и начальной влажностью материала. Если изменение удельной энталпии в интервале влажностей от W_1 до W_2 постоянно, то эта зависимость будет линейной. Формула (14) легла в основу конструирования устройства для определения влажности порошковых материалов. Условия изobarно-изотропического сопротивления сравнительно легко осуществляются при десорбции материала в вакууме. Ненизменность внешнего давления достигается постоянством скорости откачки вакуумной камеры; отсутствие внешнего теплообмена обусловлено низкой теплопроводностью воздуха при давлениях порядка 10^{-3} мм рт. ст., а также специальным выбором материала и особенностями конструкции чувствительного элемента.

Устройство для определения малых влагосодержаний состоит из датчика (рис. 1) и вторичного прибора. Чувствительный элемент представляет собой тонкостенную кювету из плексигласа высотой 4 мм. Дно кюветы заклеено тонкой (0,02 мм) алюминиевой фольгой, к которой подклеен термометр сопротивлений (médный провод диаметром 0,05 мм). Полная теплоемкость датчика на один порядок меньше теплоемкости влажного материала, вносимого в датчик.

Это обеспечивает в первом приближении независимость результатов измерения от количества материала в датчике. Уменьшение теплового потока вдоль торцов кюветы достигнуто специальной проточкой.

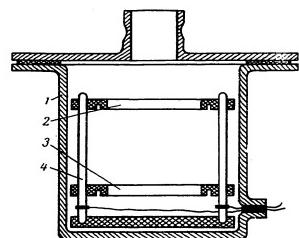


Рис. 1. Схема датчика влагосодержания:
1 — вакуумная камера; 2 — чувствительный элемент;
3 — компенсатор; 4 — держатель

Внутри вакуумной камеры помещались два одинаковых чувствительных элемента: в один из них (верхний) засыпалась влажный материал, в другой (нижний) — сухой. Термометры сопротивления чувствительных элементов введены в соседние плечи измерительного моста. Такая дифференциальная система подключения чувствительных элементов разрешает исключить влияние десорбции воздуха, гранулометрического состава и наличия химических примесей.

Вторичный прибор представляет собой высокочувствительный мост постоянного тока. В качестве усилителя применен фотоэлектрический усилитель, индикатором равновесия моста служит полуавтоматический потенциометр.

Устройство использовалось для получения зависимости между ΔU_{\max} и начальным влагосодержанием материала как для воднорастворимых, так и для воднорастворимых ве-

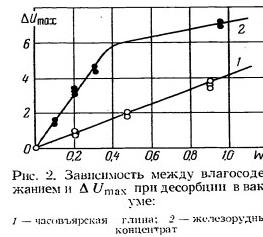


Рис. 2. Зависимость между влагосодержанием и ΔU_{\max} при десорбции в вакууме:
1 — часовъярская глина; 2 — железорудный концентрат

ществ (рис. 2). В качестве воднорастворимых веществ брались часовъярская глина и железорудный концентрат Fe_3O_4 .

Количество адсорбционно-связанной воды для часовъярской глины по измерениям различных авторов колеблется от 6,4 до 6,8% [3], поэтому тепловой эффект, измеренный нами и представленный на рис. 2, в интервале влажностей от 0 до 1,5% относился к мономолекулярной адсорбции. Линейный характер зависимости ΔU_{\max} и W_0 подтверждает справедливость формулы $\Delta U_{\max} = c \Delta H W_0$ и указывает на постоянство ΔH при образовании монослоя.

Количество адсорбционно-связанной воды для порошкообразного Fe_3O_4 из литературных данных неизвестно, поэтому оно было определено по изотермам адсорбции. Расчет показывает, что образование монослоя воды заканчивается при влагосодержаниях порядка 0,4—0,5%. Зависимость ΔU_{\max} от влагосодержания для Fe_3O_4 в интервале влажностей от 0 до 0,35% линейна, что говорит о постоянстве ΔH ; при больших влагосодержаниях идет образование полислоя, оно сопровождается убыванием удельной энталпии.

Воднорасторимые вещества при влагосодержаниях, превышающих несколько десятых процента, образуют насыщенный раствор. Зависимость между ΔU_{\max} и влагосодержанием для аммиачной селитры NH_4NO_3 в интервале влажностей от 0 до 1% (рис. 3) с большой точностью может быть представлена линейным законом. Таким образом, растворение селитры происходит при постоянном ΔH .

Для KCl в интервале влагосодержаний от 0,03 до 0,1% зависимость между ΔU_{\max} и W_0 также представляется линейным законом и выражает постоянство энталпии при растворении. В интервале влагосодержания от 0,0 до 0,03% зависимость ΔU_{\max} от влагосодержания сложна и имеет хорошо выраженный минимум: эффект образования монослоя сопровождается выделением тепла. При возникновении полислоев воды в начале растворения знак теплового эффекта изменяется на

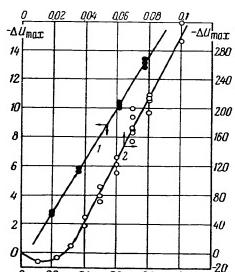


Рис. 3. Зависимость между влагосодержанием и ΔU_{\max} при десорбции в вакууме:
1 — NH_4NO_3 ; 2 — KCl

противоположный. В интервале влагосодержаний от 0,015 до 0,030% имеет место одновременное существование областей мономолекулярной адсорбции и областей насыщенного раствора, при этом ΔH меняется скачком. Подобный характер зависимости ΔU_{\max} от W для малых влагосодержаний был получен и на других материалах. Значения влагосодержаний в экстремальных точках как для воднорастворимых, так и воднодисперсионных веществ дают возможность рассчитать величину удельной поверхности адсорбента. Экспериментально полученные зависимости между ΔU_{\max} и начальным влагосодержанием положены в основу метода определения малых возможностей. Описанное в работе влагомерное устройство прошло успешно лабораторные и промышленные испытания.

Обозначения

H' — энтальпия свободной воды; H_m — энтальпия воды в монослое; H_p — энтальпия раствора; H_a — энтальпия сухого воздуха; dM — изменение массы жидкости; dM_a — изменение массы воздуха; W — влагосодержание; W_0 — начальное влагосодержание; q_0 — теплота, выделяющаяся при десорбции; $2r$ — ширина центральной пластины; m, n, s — индексы; R_0 — начальное сопротивление датчика температуры; U — напряжение на выходе измерителя сопротивления; E_u — электродвигущая сила источника питания измерителя сопротивления; $Z_{\text{об}}$ — обобщенное сопротивление измерителя сопротивления; $\Theta, c, A(z_{m-1})$ — постоянные величины.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Статистическая физика. ГИТТЛ, 1951.
2. А. В. Лыков. Теория теплопроводности. ГИТТЛ, 1951.
3. Ф. Д. Овчаренко. Гидрофильтрация глин и глинистых минералов. Изд. АН УССР, Киев, 1961.

И. П. ОЛОДОВСКИЙ

МЕТОД РАСЧЕТА МАКСИМАЛЬНОЙ АДСОРБЦИОННОЙ ВЛАГОЕМКОСТИ ПОЧВ И ГРУНТОВ

Известно, что в результате взаимодействий воды с поверхностью твердой фазы дисперсных систем часть воды адсорбируется на поверхности и приобретает отличные от свободной воды свойства.

Эта часть влаги связана силами притяжения, исходящими от поверхности почвенных частиц, обладающих электростатическими ненасыщенным ионами, силами Бан-дер-Ваальса, а также силами притяжения между сорбированными и свободными молекулами воды.

При ориентации молекул воды у твердой поверхности происходит их более плотная упаковка, так что плотность связанных вод з значительно выше, чем свободной.

А. Раковский и П. Полянский [5] определили плотность связанных воды крахмала исходя из предположения, что при сжатии системы крахмал + вода сжимается только вода. Плотность принималась для свободной воды 0,9991, а для крахмала 1,4362, плотность связанных воды вычислена от 1,23 до 2,45 г/см³.

Авторы полагали, что изменения свободной воды при переходе ее в связанные не являются чисто физическими, а представляют собой распад полигидролей и упорядоченное, возможно кристаллическое, распределение молекул воды в пространстве.

Ван-Лаар [7] подсчитал, что реакция $(H_2O)_2 \rightarrow 2H_2O$ сопровождается сжатием, равным 8,44 см³ на 18 г, увеличивающим плотность воды до 1,71 г/см³.

По подсчетам П. И. Андрианова [3] при диаметре молекул воды в $26,4 \cdot 10^{-9}$ см плотность одномолекулярного слоя равна 1,6 г/см³.

М. В. Чапек [6] для исследования плотности адсорбированной почвой воды воспользовался пикнометрическим методом. Полученные им данные для двух почв и послужили отправным пунктом излагаемого ниже расчета.

По данным М. В. Чапека нами была построена эмпирическая зависимость между усредненной плотностью всего объема связанный воды и ее количеством в виде

$$d_n = A \exp(-mP^n) + 1. \quad (1)$$

Для каменно-стенного чернозема формула (1) принимает вид

$$d_n = 1,186 \exp(-0,322P^{0.75}) + 1, \quad (2)$$

а для аллювиального суглинка (Московская область) —

$$d_n = 1 + 0,733 \times \exp(-0,481P^{0.75}). \quad (3)$$

На рисунке представлены указанные зависимости (1) и опытные данные М. В. Чапека. Отклонение экспериментальных точек не превышало $\pm 1.5\%$.

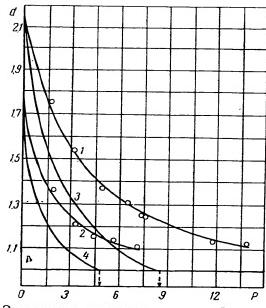
Объем адсорбированной влаги находим из соотношения

$$V = \frac{P}{d_n} = \frac{P}{A \exp(-mP^n) + 1}.$$

Продифференцировав обе части уравнения, получим

$$\begin{aligned} dV &= \frac{\exp(mP^n)[A + AmnP^n + \exp(mP^n)]}{[A + \exp(mP^n)]^2} dP \\ \text{или} \quad \frac{dP}{dV} &= \frac{[A + \exp(mP^n)]^2}{\exp(mP^n)[A + AmnP^n + \exp(mP^n)]}. \end{aligned} \quad (4)$$

Формула (4) указывает на зависимость плотности прочно связанный воды (dP/dV) в предельно малом ее объеме от количества адсорбированной воды (P), предшествующего образованию объема dV ; зависимость справедлива только для диффузного слоя связанный воды.



Зависимость плотности связанный воды от ее содержания P :
— усредненная плотность адсорбированной воды
 $d = d_0$; 1 — каменно-стенный чернозем [6]; 2 — аллювиальный суглинок [6]; 3 — плотность прочно связанный воды $d = \frac{dP}{dV}$; 4 — камено-стенный чернозем, 4 — аллювиальный суглинок

Положив в уравнении (4) значение $dP/dV = 1 \text{ г}/\text{см}^3$, получим выражение для соответствующей максимальной адсорбционной влагоемкости, являющейся границей, отделяющей прочно связанный воду от рыхло связанный:

$$A = \exp(mP_m^0)(mP_m^0 - 1). \quad (5)$$

Отсюда найдем, что для каменно-стенного чернозема $P_m = 8.7\%$, а для аллювиального суглинка $P_m = 4.7\%$.

В настоящее время отсутствуют какие-либо данные измерений плотности в предельно малом объеме адсорбированной воды для почв и грунтов.

По этой причине полученные нами кривые требуют в дальнейшем экспериментального подтверждения. Косвенным подтверждением надежности зависимостей является их удовлетворительное совпадение с результатами А. А. Роде и С. И. Долгова. Максимальная адсорбционная влагоемкость каменно-стенного чернозема по подсчетам А. А. Роде [2] составила 7.5%, а по данным С. И. Долгова [1], пользовавшегося методом нерастворяющего объема, примененным сахарных растворов различных концентраций, эта величина колебалась между 8.16 и 11%.

Усредненную плотность адсорбированной воды в зависимости от ее содержания в различных почвах и грунтах можно определять по следующей методике.

Пикнометры с навесками почвы помещаются в сушильный шкаф, обезвоживаются при температуре 379—378°К и давлении паровоздушной смеси 1400—1450 $\text{Н}/\text{м}^2$.

После окончания процесса сушки пикнометры заполняются неадсорбирующей жидкостью (толуол, бензол). Зашемленный воздух из пор навесок удаляется вакуум-насосом. Удельный вес абсолютно сухой почвы измеряется по формуле

$$d_n' = P_1 [V_1 - P_2 d_0^{-1}]^{-1}.$$

Высушенные навески в пикнометрах увлажняются до известного водосодержания по весу, наполняются неадсорбированной жидкостью, удаляется зашемленный воздух из пор адсорбента и измеряется усредненная плотность адсорбированной воды следующим образом:

$$d_n = P \left[V_1 - \frac{P_1}{d_0} - \frac{P_2'}{d_n} \right]^{-1}.$$

Обозначения

d_n — усредненная плотность связанный воды; P — вес адсорбированной воды; V — объем адсорбированной воды; A, m, n —

коэффициенты, определяющиеся минералогическим и химическим составом почвогрунта; d' — удельный вес абсолютно сухой почвы; P_1 — вес сухой навески; V_1 — объем пикнометра; P_2 — вес неадсорбированной жидкости; d_0 — плотность неадсорбированной жидкости; P_2' — вес неадсорбированной жидкости.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. А. Роде. Почвенная влага. Изд. АН СССР, 1952.
2. А. А. Роде. Водный режим почв и его регулирование. Изд. АН СССР, 1963.
3. П. И. Андронов. Связанная вода почв и грунтов. Труды Ин-та мерзлотоведения, т. III, 1946.
4. Б. В. Дергиль. Упругие свойства тонких слоев жидкости. ЖФХ, № 3, 1932.
5. А. И. Раковский и П. К. Полянский. Определение удельного веса порошкообразных веществ. ЖФХ, № 2, 1931.
6. М. В. Чапек. Сб. «Физика почв СССР». Сельхозгиз, 1936.
7. V. Laat. Z. Phys. Ch., № 1, 1899.

В. М. КАЗАНСКИЙ

УДЕЛЬНАЯ ТЕПЛОТЫ ИСПАРЕНИЯ ВЛАГИ ИЗ ГЛИНИСТЫХ МИНЕРАЛОВ

Глины, состоящие из различных минералов, широко применяются в народном хозяйстве. Они являются типичными коллоидными капиллярнопористыми телами, способными удерживать большие количества как адсорбированной и гигроскопической влаги, так и осмотически связанный воды. Поэтому определение удельной теплоты испарения влаги из различных глин представляет значительный научный и практический интерес.

В качестве объектов исследования были выбраны пыжевский бентонит, черкасский пальгорскит, часовъярская монотермитная глина и михаловецкий галлуазит (табл. 1).

Таблица 1
Характеристика исследованных глин по [1—5]

Образец	Дифференциальное влагосодержание, %			
	влага набухания	количество адсорбированной влаги		
		общее	моксей	
Пыжевский бентонит	83,8	46,6	20,3	14,0
Черкасский пальгорскит	92,0	49,6	14,1	8,1
Часовъярская глина	51,4	15,0	7,9	3,5
Михаловецкий галлуазит	37,7	9,8	4,5	2,1

Из табл. 1 видно, что водоудерживающие свойства выбранных глин значительно отличаются. Определение удельных теплот испарения влаги из глин (рис. 1) было проведено при температуре 61,5°С по методике [6].

У всех исследованных глин с начала сушки до максимального влагосодержания набухания происходит испарение избытка свободной воды. Затем до влагосодержания, близкого

к максимальному гигроскопическому, испаряются иммобилизованная вода и осмотически связанные влаги. Удельная теплота испарения этой влаги в пределах погрешности опытов (около 1%) остается равной теплоте испарения свободной воды. Этот результат, полученный ранее для двух глин [7], а также для крахмала и желатины [8], хорошо согласуется с представлениями об энтропийном характере осмотической связи влаги [9]. От влагосодержания, близкого к максималь-

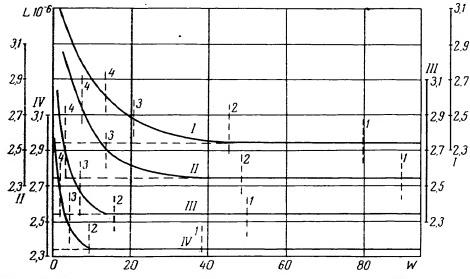


Рис. 1. Зависимость удельной теплоты испарения влаги L из глин от влагосодержания W , %:

I — изжорская бентонит; II — черкасский палигортит; III — часовьярская глина; IV — михалевецкий галузазит. Вертикальные линии — максимальное влагосодержание; 1 — испарение из глины; 2 — испарение из глины с влагой; 3 — адсорбированная влага; 4 — испарение из глины с влагой.

ному гигроскопическому, удельная теплота испарения влаги начинает возрастать с уменьшением влагосодержания, что свидетельствует об изменении физического состояния системы: двухфазная система глина — вода переходит в трехфазную систему глина — вода — воздух. В этих условиях испарение влаги происходит с поверхности вогнутых менисков, кривизна которых непрерывно возрастает в связи с продолжающимся при сушке сжатием системы и уменьшением ее влагосодержания. Таким образом, участки кривых рис. 1, ограниченные вертикальными штриховыми линиями 2 и 3, соответствуют испарению влаги из микрокапилляров пористой структуры глины.

В [10] показана возможность аналитического расчета удельной теплоты испарения влаги из капилляров хрупких гелей на основании данных об их пористой структуре. Для расчета удельной теплоты испарения влаги из глин, пористая

структура которых изменяется при сушке и увлажнении, необходимо учесть не только изменение удельной поверхности жидкости в капиллярах и изменение давления пара и жидкости, как это было сделано в [10], но также и изменение давления твердой фазы глины в процессе испарения влаги.

С учетом изложенного изменения внутренней энергии dE системы при испарении dm_2 влаги:

$$dE = (u_1 - u_2) dm_2 + m_2 \left(\frac{\partial u_2}{\partial p_2} \right) dp_2 + \\ + \gamma(1 - T \gamma) dm_2 + m_3 \left(\frac{\partial u_3}{\partial p_3} \right) dp_3. \quad (1)$$

Соответственно удельная теплота испарения

$$L = u_2 - u_1 - m_2 \left(\frac{\partial u_2}{\partial p_2} \right) \frac{dp_2}{dm_2} - \\ - \gamma(1 - T \gamma) \frac{dm_2}{dm_2} - m_3 \left(\frac{\partial u_3}{\partial p_3} \right) \frac{dp_3}{dm_2}. \quad (2)$$

Уравнение (2) отличается от соответствующего уравнения в [10] только наличием последнего члена, учитывающего изменение внутренней энергии твердой фазы с изменением давления, которое возникает в связи с сжатием эластичных капилляров коллоидного капиллярнопористого тела при сушке.

Чтобы привести (2) к удобному для расчетов виду, его необходимо преобразовать. Для этого нужно связать массу подвергаемой сжатию твердой фазы и давление ее с влагосодержанием и пористой структурой тела.

Коллоидное капиллярнопористое тело с поглощенной влагой при всех влагосодержаниях находится в механическом равновесии с окружающей средой. Это возможно только при условии, что давление растягивающих сил, действующих на жидкость со стороны вогнутых менисков, уравновешивается давлением, сжимающим твердую fazу тела, т. е.

$$p_3 = -p_2. \quad (3)$$

Величина массы твердой фазы, подвергаемой сжатию, зависит от влагосодержания тела. В начале испарения, когда все микрокапилляры заполнены влагой, что соответствует полной влагоемкости гигроскопического состояния тела, сжатию подвергается вся твердая фаза тела. Затем в связи с углублением зоны испарения и уменьшением объема влаги количество сжимаемой твердой фазы уменьшается. В первом

приближении можно принять, что ее величина пропорциональна количеству поглощенной телом влаги, т. е.

$$m_3 = \frac{W}{W_r} m_0. \quad (4)$$

Подставляя (3) и (4) в (2), после ряда преобразований, изложенных в [10], получаем

$$\begin{aligned} L &= L_0 - \frac{2v_{32}}{r} \left(T \alpha_2 + \frac{2\beta_2}{r} \right) + \\ &+ \left(T \alpha_2 + \frac{2\beta_2}{r} \right) \frac{2v_{32}(W - W_m)}{r^2} \frac{dr}{dW} + \\ &+ (1 - T \gamma) \frac{2v_{32}}{r} \left(T \alpha_3 + \frac{2\beta_3}{r} \right) \times \\ &\times \frac{2v_{32}(W - W_m)}{W_r r^2} \frac{dr}{dW} = L_0 - \Delta_1 L + \Delta_2 L + \Delta_3 L + \Delta_4 L. \quad (5) \end{aligned}$$

Первое слагаемое L_0 представляет собой теплоту испарения свободной воды; четвертое выражает прирост удельной теплоты испарения, вызванный увеличением удельной поверхности жидкости в капиллярах; второе и третье слагаемые представляют собой часть удельной теплоты испарения, которая зависит от изменения давления жидкости и пара в капиллярах. И, наконец, последнее выражает прирост удельной теплоты испарения, вызванный сжатием твердой фазы тела с изменением его влагосодержания. Таким образом, формула (5) отличается от соответствующей формулы в [10] для хрупких гелей наличием последнего члена, учитывающего деформацию по-ристой структуры коллоидных капиллярнопористых тел в процессе их сушки.

По (5) была рассчитана удельная теплота испарения влаги из эластичных капилляров исследованных глин при разных влагосодержаниях их. Все величины, характеризующие свойства воды и твердой фазы глины, были взяты из [11, 12]. Радиусы кривизны менисков влаги, характеризующие меняющиеся в процессе сушки пористую структуру глины, находились по изотермам десорбции паров воды с помощью формулы Томсона. Изотермы десорбции были заимствованы из [2, 3]. Результаты расчетов представлены на рис. 2.

Из рис. 2 видно, что рассчитанные и измеренные величины удельной теплоты испарения влаги достаточно хорошо совпадают между собой.

Прирост удельной теплоты испарения влаги (табл. 2) определяется в основном увеличением удельной поверхности жидкости в капиллярах (четвертое слагаемое (5)). Прирост теплоты испарения, связанный с изменением давления жидкости и пара (второе и третье слагаемые), пропорционален скорости изменения радиусов кривизны менисков влаги с влагосодержанием d_2/dW и обратно пропорционален квадрату ра-

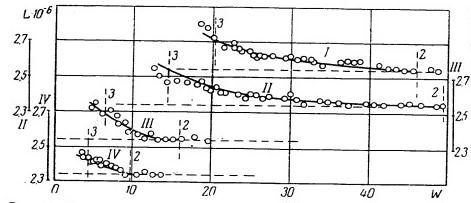


Рис. 2. Зависимость удельной теплоты испарения влаги L из микрокапилляров глин от влагосодержания $W, \%$ (штриховые линии — экспериментальные данные; сплошные — рассчитанные значения). Обозначения те же, что и на рис. 1

дуса кривизны менисков влаги. В начале испарения влаги из микрокапилляров величина $1/r^2$ мала, вследствие чего мал и соответствующий прирост удельной теплоты испарения. При уменьшении влагосодержания $1/r^2$ возрастает, но одновременно уменьшаются dR/dW и количество влаги, подвергаемой растяжению. Поэтому соответствующий прирост теплоты испарения

Таблица 2
Удельная теплота испарения (10^{-3} дж/кг) влаги из микрокапилляров черкасского палыгорскита (5)

$W, \%$	$r, 10^6, \text{м}$	$\frac{dr}{dW} \cdot 10^6, \text{м}^{-1}$	$\Delta_1 L$	$\Delta_3 L$	$\Delta_4 L$	$\sum \Delta L$
40	530.0	46.8	3	6	0	9
35	184.0	21.0	4	17	0	21
30	104.0	11.0	4	30	1	35
28	85.0	9.0	5	36	1	42
26	67.0	7.2	5	46	1	52
24	55.0	5.8	5	57	1	63
22	46.5	5.2	6	67	2	75
20	36.7	4.2	7	85	3	95
18	29.0	4.2	9	109	4	122
16	20.8	3.8	10	150	5	165
14	14.6	3.0	15	213	7	235

на всем интервале влагосодержаний остается малым по сравнению с приростом, определяемым четвертым слагаемым. Величина пятого слагаемого, характеризующего теплоту, затрачиваемую на деформацию твердой фазы тела, еще меньше.

Для других исследованных (рис. 3) глин соотношение между отдельными членами формулы (5) носит такой же характер. Оно, как и результатирующая монотонная кривая зависимости теплоты испарения от влагосодержания, является типичным для разнороднопористых тел, к числу которых относятся и глины [2].

Из рис. 3 видно, что экспериментальные точки для всех глин достаточно хорошо ложатся на одну кривую. Несколько худшее совпадение данных для черкасского палыгорскита, по-видимому, связано с наличием в его структуре цеолитной влаги [3], испарение которой требует дополнительной затраты тепла.

Следует отметить, что такое совпадение кривых дает возможность приблизенно рассчитать удельную теплоту испарения глин. Для этого необходимо лишь знать максимальное количество адсорбированной влаги для других глин (ее гидрофильность).

Обозначения

L — удельная теплота испарения влаги; L_0 — удельная теплота испарения свободной воды; u — удельная внутренняя энергия; m_2 — масса жидкости; m_3 — масса твердой фазы тела, подвергаемой скатию; m_6 — полная масса твердой фазы тела; p — давление; σ — поверхностное натяжение; ω — поверхность жидкости; T — абсолютная температура; α — температурный коэффициент расширения; β — изотермическая сжимаемость; γ — температурный коэффициент поверхностного натяжения;

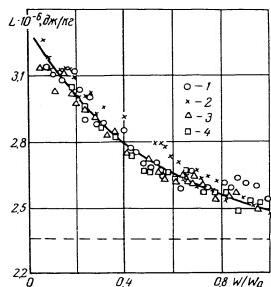


Рис. 3. Зависимость удельной теплоты испарения адсорбированной влаги L от относительного влагосодержания W/W_0 .
1 — пакистанская глина; 2 — черкасская палыгорскит; 3 — чешская глина; 4 — михаловецкий галлюазит. Горизонтальные штрихи — теплота испарения свободной воды

v — удельный объем; r — радиус кривизны менисков влаги; W — влагосодержание; W_m — максимальное количество адсорбированной влаги монослоя; W_r — максимальное количество гигроскопической влаги тела.

Индексы: 1 относится к пару; 2 — к жидкости; 3 — к твердой фазе тела.

ЛИТЕРАТУРА

1. М. Ф. Казанский. ДАН СССР, **130**, 1059, 1960.
2. Ф. Д. Овчаренко. Гидрофильность глин и глинистых минералов. Изд. АН УССР, 1961.
3. А. Панасевич. Влияние обменных ионов на гидрофильность палыгорскита и галлюазита. Автореферат диссертации. Киев, 1963.
4. М. Ф. Казанский. Коллоидн. журн., **21**, 577, 1959.
5. В. Б. Черногоренко. ИФЖ, **3**, № 6, 17, 1960.
6. В. М. Казанский. ИФЖ, **4**, № 8, 36, 1961.
7. В. М. Казанский. ДАН СССР, **146**, 860, 1962.
8. В. М. Казанский. ДАН УССР, № 2, 226, 1964.
9. П. А. Ребиндер. Доклад на Всесоюзном совещании по интенсификации сушки. Профиздат, 1958.
10. В. М. Казанский. ИФЖ, **6**, № 11, 56, 1963.
11. Д. Кэй. Г. Тэбл. Справочник физика-экспериментатора. ИЛ, 1949.
12. Гидрофизические свойства веществ. Справочник. ГЭИ, 1956.
13. Ф. Д. Овчаренко и др. Коллоидная химия палыгорскита. Изд. АН УССР, 1963.

В. Д. ДУНСКИЙ, А. И. ТАМАРИН
О ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ЗАСЫПКИ ДИСПЕРСНОГО МАТЕРИАЛА В ВАКУУМЕ

В последние годы внимание исследователей привлекают теплонизоляционные засыпки из мелкодисперсных материалов под вакуумом. Накоплено большое количество экспериментальных данных [1—3] и предложены приближенные зависимости для расчета теплопроводности засыпки порошкообразных материалов под вакуумом [4]. Последние справедливы для диапазона давлений, когда большая часть теплового потока переносится газом.

В работе рассматриваются теплонизоляционные свойства засыпки при достаточно глубоком вакууме, когда молекуллярная теплопроводность газа невелика [5] и ею можно пренебречь. В этом случае теплопроводность засыпки будет определяться только двумя факторами: теплопроводностью «скелета», образуемого мелкодисперсными частицами, и лучистым переносом тепла.

С целью анализа сложного явления переноса тепла теплопроводностью через «скелет» частиц рассмотрим идеализированную модель. Вертикальная засыпка состоит из абсолютно гладких упругих шариков одинакового размера, находящихся между параллельными поверхностями. Толщина засыпки значительно меньше ее высоты и длины, и тепловой поток становится однородным.

Вследствие относительно высокой теплопроводности твердых частиц основное термическое сопротивление сосредоточено в местах контактов и определяется площадью соприкосновения отдельных частиц. Площадь контакта двух сферических гладких частиц зависит от силы давления и имеет форму круга радиусом [6]

$$a = 0.725 \sqrt{\gamma P r}, \quad \gamma = \frac{2(1 - \nu^2)}{E}. \quad (1)$$

Очевидно, в случае реальных сферических частиц, поверхность которых является шероховатой, площадь соприкосновения двух частиц будет также зависеть от характера шероховатости.

В засыпке горизонтальная составляющая силы давления, отнесенная к единице вертикальной плоскости [7]:

$$p = \frac{R_s \gamma}{h} \left[1 - \exp \left(- \frac{n' h f_1}{R_s} \right) \right]. \quad (2)$$

При соотношении толщины засыпки из стеклянных шариков, например, к высоте, равном 0.1, вторым слагаемым в квадратных скобках можно пренебречь. После подстановки значения $R_s = l/2$ (для тонких засыпок) получим

$$p = l \gamma / 2 f_1. \quad (3)$$

Вносимая этим погрешность не превышает 10%. Для засыпок высотой более 10 l , которые обычно имеют место, погрешность будет меньшей. Если для засыпки применены материалы, характеризуемые такими значениями f_1 и n' , что вторым членом в квадратных скобках пренебрегать нельзя, то при вычислении среднего давления частиц друг на друга следует использовать (2).

Количество частиц, приходящихся на единицу вертикальной плоскости, равно $1/b r^2$. Коэффициент b зависит от характеристики укладки частиц. В реальных засыпках его величина будет в интервале значений 4 (кубическая укладка) и 2 $\sqrt{3}$ (наиболее плотная, октаэдрическая укладка).

Разделив (3) на число частиц, определим силу прижатия отдельной частицы к соседней в горизонтальном направлении:

$$P = l \gamma b r^2 / 2 f_1. \quad (4)$$

Теперь из (4) и (1) определим радиус пятна касания частиц между собой

$$a = 0.725 r \sqrt[3]{\frac{l \gamma b \gamma}{2 f_1}} = 0.575 r \sqrt[3]{\frac{l \gamma b \gamma}{f_1}}. \quad (5)$$

На рис. 1 даны две соприкасающиеся между собой частицы и нанесены изотермические поверхности. Последние представляют собой концентрические сферы радиуса r_1 . Заметный градиент температур наблюдается только вблизи места контакта частиц. Уже на расстоянии 10 a градиент температур практически отсутствует [8]. Это дает возможность заменить частицы двумя полуограниченными телами и рассмотреть стационарный поток тепла через такую систему.

Поток тепла через изотермическую сферическую поверхность в пределах одной частицы

$$q = \frac{dT}{dr_1} 2\pi r_1^2 \quad (6)$$

$$\frac{dT}{q} = dR = \frac{dr_1}{r_1^2} - \frac{1}{2\pi k}, \quad (7)$$

В пределах одной частицы изменение температуры невелико, поэтому можно принять, что теплопроводность последней постоянна. Тогда полное термическое сопротивление частицы отнесенное к 1 m^2 площади:

$$R = \frac{1}{2\pi k} \int_a^\infty \frac{dr_1}{r_1^2} = \frac{1}{2\pi a k}. \quad (8)$$

Для определения полного термического сопротивления засыпки заданной толщины необходимо просуммировать термические сопротивления всех точек контакта в объеме засыпки. Следовательно, термическое сопротивление засыпки, отнесенное к 1 m^2 площади:

$$\sum_{i=1}^N R_i = \frac{1}{2\pi a} br^2 \frac{l}{r}, \quad (9)$$

где $N = l/r$ — число контактов в 1 m^2 вертикальной поверхности; $n = l/r$ — количество контактов по горизонтали (удвоенное число рядов частиц).

Подставляя значение a из уравнения (5), окончательно находим тепловой поток через теплоизоляцию, обусловленный контактной проводимостью засыпки:

$$q_{n,3} = 1,15 \pi r_{cp} \sqrt{\frac{V_1}{f b^2}} \Delta T. \quad (10)$$

Из (10) следует, что тепловой поток через засыпку гладких сферических частиц (их контакты) определяется физическими параметрами материала, порозностью и геометрическими размерами засыпки и не зависит от размера частиц.

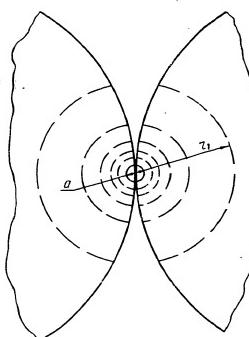


Рис. 1. Схема теплового контакта

Лучистый теплообмен в слое дисперсного материала может быть вычислен, если рассматривать засыпку как систему вертикальных экранов. Количество экранов равно $2l/b$. Доля площади вертикальной плоскости, экранируемой отдельными частицами (экраном), составит π/b . Отсюда удельный радиационный тепловой поток через вертикальную засыпку

$$q_{n,3} = \frac{b^2 \varepsilon_n C_0 r \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right]}{2\pi l}. \quad (11)$$

Соотношение лучистого и контактного теплообмена в засыпке может быть представлено зависимостью

$$\beta = \frac{q_{n,3} + q_{n,3}}{q_{n,3}} = 1 + \frac{b^2 \varepsilon_n C_0 r}{2,3\pi^2} \sqrt{\frac{V_1 l}{f b^2}} A, \quad (12)$$

где

$$A = \frac{\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4}{(T_1 - T_2) r_{cp}} = \frac{(4T_{cp}^2 + \Delta T^2) T_{cp}}{10^8 r_{cp}}. \quad (13)$$

Уравнение (12) представлено графически на рис. 2 для засыпки толщиной 20 mm из стеклянных шариков. В правой части рисунка приведена зависимость комплекса A от средней температуры засыпки при нескольких значениях температурной разности между стенками засыпки. Крайняя верхняя ветвь кривой соответствует условию, что разность температур максимальна: $\Delta T = 2T_{cp}$. Нижняя ветвь кривой отражает второй предельный случай, когда разность температур невелика: $T_{cp} < 100^\circ \text{K}$. Построенный слева график дает представление о соотношении радиационной и контактной теплопроводности в рассматриваемой системе в зависимости от радиуса частиц и величины комплекса A .

Из рис. 2 видно, что в области низких значений T_{cp} (до 200°K) теплообмен в основном определяется контактной проводимостью $\beta < 2$ и уменьшение размера частиц, начиная от $r = 0,1 \text{ mm}$, на суммарном теплообмене практически не оказывается. Так, например, при $T_{cp} = 200^\circ \text{K}$ и $\Delta T = 100^\circ \text{K}$, уменьшение размера частиц от $r = 0,2 \text{ mm}$ до $r = 0,01 \text{ mm}$ суммарный тепловой поток уменьшится от 1,1 до 1,01, т. е. в 1,09 раза, а при $T_{cp} = 500^\circ \text{K}$ и $\Delta T = 100^\circ \text{K}$ такое же уменьшение размера частиц приведет к уменьшению суммарного теплового потока в 2,41 раза.

Приведенный пример показывает, что снижение размера частиц и переход к очень мелким порошкам дает возможность значительно улучшить качество теплоизоляции в области высоких температур ($T_{cp} > 400^\circ\text{K}$). Это объясняется тем, что основной перенос тепла в системе осуществляется радиацией и уменьшение размера частиц вызывает рост числа экранов, приводя к снижению общего теплового потока.

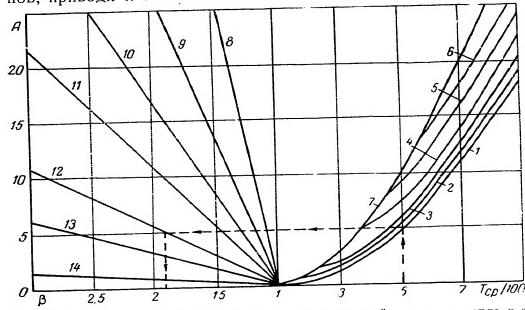


Рис. 2. Зависимость (12) доли лучистой составляющей переноса тепла в засыпке от T_1 и T_2 . Материал засыпки — стеклянные шариками ($\lambda = 0.125 + 0.0012 \cdot T$ вт/м $^\circ\text{К}$; $\gamma = 24500$ м 3 /кг; $\mu = 0.25$; $E = 5, 49, 10^6$ м 2 ; $\epsilon = 0.93$; $f_1 = 0, 3$). Расстояние между стенками $l = 0, 02$ м; $1 - 6 - \Delta T = 100, 300, 500, 700, 900, 1100^\circ\text{K}$; $7 - \Delta T = 2T_{cp}$; $8 - 14 - r = 0, 01, 0, 02, 0, 03, 0, 05, 0, 1, 0, 2, 1$ м.

В области низких температур радиационный поток тепла через засыпку относительно невелик по сравнению с контактным переносом. Последний от размера частиц не зависит, что видно из уравнения (10). Поэтому переход к более мелким порошкам и увеличение числа экранов (рядов частиц) мало изменит теплопроводность изолационной засыпки под вакуумом.

Это подтверждается экспериментами. Теплопроводность засыпки из стеклянных шариков в диапазоне давлений от 13 до 1,3 м 2 и средней температуры около 300°К оставалась почти одинаковой при изменении размера частиц от $r = 14$ мк до $r = 230$ мк [3].

Представляет также интерес определение условий, при которых засыпка не дает преимущества по сравнению с вакуумной изоляцией без засыпки. Что касается лучистой составляю-

щей теплообмена, то она при наличии засыпки всегда меньше, чем при отсутствии засыпки (экранов). Поскольку контактная проводимость при низких средних температурах превышает лучистую, то, очевидно, можно ограничиться сравнением при низких температурах контактной проводимости и лучистого теплообмена без засыпки.

Соотношение между тепловым потоком при отсутствии засыпки и контактной проводимостью засыпки может быть представлено в следующем виде:

$$\beta' = \frac{q_n}{q_{k,z}} = \frac{\epsilon_n C_n l^{3/4}}{1,15 \pi} \left(\frac{Y \gamma_i}{f_1 b^2} \right)^{-1} A. \quad (14)$$

Как видно из уравнения (14), отношение $q_n/q_{k,z}$ в основном зависит от толщины теплоизоляции (l) и температурного уровня (комплекса A). Формула (14) в области невысоких температур для засыпки из стеклянных шариков представлена на рис. 3, где одновременно показана и зависимость (13).

Из рисунка видно, что при данном значении комплекса A с увеличением толщины изоляции отношение тепловых потоков $q_n/q_{k,z}$ возрастает. Вертикальная линия соответствует условию $q_{k,z} = q_n$. Справа от нее лежит защищованная область, где обычная вакуумная теплоизоляция более эффективна, чем засыпка. Слева находится участок, в котором $q_n > q_{k,z}$ и применение теплоизолационной засыпки под вакуумом целесообразно. Даже для очень тонких засыпок (толщиной 10 мк) уже при величине комплекса A выше 0,14 ($T_{cp} > 94^\circ\text{K}$) контактный теплоперенос через засыпку меньше радиационного потока тепла через вакуумную теплоизоляцию. При A , равном 0,4 ($T_{cp} = 148^\circ\text{K}$), контактный поток тепла через засыпку толщиной 10 мк почти в 3 раза меньше, чем теплоперенос через обычную вакуумную теплоизоляцию без засыпки, а при $l = 20$ мк $q_n = 4,8 q_{k,z}$.

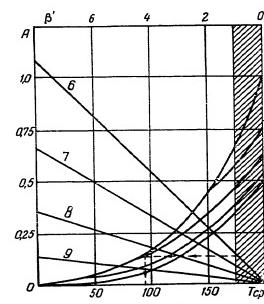


Рис. 3. Сравнение лучистого теплообмена между поверхностями (без засыпки) и контактного теплопереноса в слое засыпки (14). Материал стенок — сталь ($\epsilon_n = 0,66$). Характеристика материала засыпки та же, что и на рис. 2: $1 - 4 - \Delta T = 10, 100, 200, 300^\circ\text{K}$; $5 - \Delta T = 2T_{cp}$; $6 - 9 - l = 10, 20, 30, 50, 100$ мк.

Приведенный пример показывает, что при низких температурах ($T_{cp} < 100^{\circ}\text{K}$) применение теплоизоляционной засыпки под вакуумом нецелесообразно. В диапазоне температур $100 < T_{cp} < 200^{\circ}\text{K}$ можно рекомендовать засыпки из относительно крупных частиц и применение мелких частиц не оправдано. Для области повышенных температур ($T_{cp} > 200^{\circ}\text{K}$) применение засыпки из мелкодисперсных материалов под вакуумом весьма перспективно и дает возможность создать высокoeffективную теплоизоляцию.

Обозначения

a — радиус пятна касания сферических частиц; μ — коэффициент Пуассона; E — модуль Юнга; p — давление частиц в вертикальной плоскости; R_s — эквивалентный радиус полости засыпки; u — удельный вес материала засыпки; f — коэффициент внутреннего трения; h — высота засыпки; l — толщина засыпки; P — сила прижатия отдельной частицы к соседней; r — радиус частицы засыпки; q — тепловой поток; T — температура; r_i — радиус изотермических поверхностей внутри частиц; R — термическое сопротивление; λ — коэффициент теплопроводности материала засыпки; γ_{cp} — то же, при средней температуре теплоизоляции; ε — степень черноты материала засыпки; C_0 — коэффициент лученапускания абсолютно черного тела; $\Delta T = T_1 - T_2$ — перепад температур; $T_{cp} = 0.5(T_1 + T_2)$ — средняя температура засыпки; $q_{n,z}$ — тепловой поток, обвязанный контактной проводимостью; q_n — тепловой поток, обвязанный лученапусканием через засыпку; q_d — лучистый тепловой поток; ε_0 — приведенная степень черноты стенок вакуумной полости; n' — коэффициент бокового давления.

ЛИТЕРАТУРА

1. Е. Л. Миттельман, Я. И. Панова. ИФЖ, № 4, 1963.
2. R. E. Glaser. International Developments in Heat Transfer, p. II, 1961.
3. Masamine Shinobu, I. M. Smith. Industr. and Engng. Chem. Fundam., 2, № 3, 1963.
4. В. М. Костылев. Теплофизика высоких температур, 2, № 1, 1964.
5. В. Д. Дунский. ИФЖ, № 2, 1964.
6. Расчеты на прочность в машиностроении. И. Машгиз, 1958.
7. К. В. Алферов, Р. Л. Зенков. Бункерные установки. Машгиз, 1955.
8. Ю. П. Шлыков, Е. А. Ганин. Контактный теплообмен. ГЭИ, 1963.

Г. Н. МОРОЗОВ

О РАСПРЕДЕЛЕНИИ ПОРИСТОГО МАТЕРИАЛА В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ СЛОЕ, ПОДЛЕЖАЩЕМ СУШКЕ С ПРОДУВКОЙ ГАЗА ЧЕРЕЗ СЛОЙ

В текстильной промышленности широкое применение получают процессы мокрой обработки и последующей сушки, в которых вода или воздух пронизывают неподвижный цилиндрический слой перекрещивающихся нитей. Геометрические размеры паковок с нитями выбираются исходя из требований основных технологических процессов (рис. 1).

Чтобы обеспечить близкие значения проницаемости одновременно обрабатываемых цилиндрических паковок, установлены узкие и трудно осуществимые пределы как для среднего объемного веса всего слоя, так и для отдельных прослоек. Но при этом совершенно опускается из виду тот факт, что паковки изготавливаются с неодинаковым распределением материала в радиальном направлении, а это влечет за собой недопустимо большие колебания их проницаемости, неравномерность и значительное увеличение длительности сушки весьма существенное снижение прочности и других качественных показателей нитей. В связи с этим практический интерес представляет выявление такого распределения материала в радиальном направлении, при котором сопротивление слоя на воздухе окажется наименьшим и различия проницаемости паковок из-за ненебежных погрешностей при выполнении их — минимальными.

Нити состоят из отдельных волокон, между которыми остаются видимые при небольшом увеличении зазоры, а ворсистая поверхность создает многочисленные пересечения свободных каналов между нитями. Все это приводит к тому, что воздух омыает не только нити, но и отдельные волокна, составляющие нить. Волокна имеют ничтожно малое поперечное сечение и весьма развитую поверхность соприкосновения с движущейся средой; процесс сушки при таких условиях протекает с высокой интенсивностью.

Опыты по сушке текстильных материалов с продувкой газа через слой [1] показали, что процессы тепло- и массообмена с изменением влагосодержания и температуры материала на-

блюдаются лишь в весьма тонкой прослойке, не превышающей 7% от толщины продуваемого слоя. До этой прослойки воздух и материал характеризуются температурой T_1 , после простойки — T_2 . Процесс сушки нитей лимитируется процессами тепло- и массообмена между влажным материалом и газообразной средой, которые определяются воздушопроницаемостью слоя.

В опытах автора по продувке холодного воздуха через слой перекрещивающихся нитей установлено, что линейная зависимость между скоростью фильтрации и сопротивлением слоя сохраняется в более широких пределах ($Re = 1.2 - 6.0$ по скорости фильтрации), чем это требуется для практических целей.

С учетом изложенного можно воспользоваться законом Дарси для установившегося двумерного радиального течения несжимаемой жидкости через слой

$$dp = -\frac{\mu V}{2\pi K h} \frac{dr}{r}. \quad (1)$$

При изотермической продувке параметры воздуха в слое не меняются. В случае сушки слой считается состоящим из одного или двух прослоек с постоянными параметрами воздуха в пределах каждой прослойки. В результате решения (1) при постоянном значении K получается общепринятое уравнение (17), которое было использовано для опытного определения коэффициентов проницаемости сухого слоя. При этом цилиндрический слой продувался холодным воздухом и замерялись геометрические размеры и вес прослоек, а также переход давления в прослойках. В опытах применялись текстильные материалы различных переплетений и нити с перекрестным расположением в слое. Плотность паковки менялась подбором материала и изменением натяжения при наматывании. Опытная зависимость коэффициента проницаемости от пористости слоя

$$\lg K = (\lg a) m_v - (11 + \lg c). \quad (2)$$

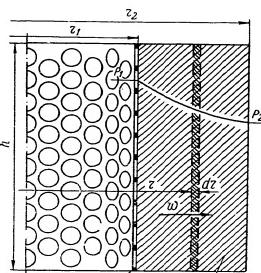


Рис. 1. Схема цилиндрической пористой паковки:
 r — перфорированный цилиндр; z — паростный слой; r_1 — внутренний радиус паковки, 45 мм; r_2 — наружный, 90 мм; h — высота паковки, 145 мм; W — скорость фильтрации

где

$$m_v = 1 - \frac{\delta}{\gamma}. \quad (2a)$$

Из-за особенностей строения слоя текстильных нитей коэффициенты проницаемости оказались более низкими, чем у гладких нитей (2), и наблюдалось необычно резкое снижение величины K с уменьшением пористости слоя m_v . Кроме того, при малом отношении радиусов r_2/r_1 (меньше 2) градиент давления меняется по радиусу весьма быстро и незначительное увеличение или уменьшение объемного веса внутренних прослоек существенно влияет на проницаемость всего слоя.

Чтобы выяснить, при каком распределении материала в радиальном направлении сопротивление паковки определенного веса и принятых геометрических размеров становится минимальным, необходимо поставленную задачу решать в виде степенной зависимости

$$10^4 K = br^n \quad (3)$$

($n = \text{const}$ для всех слоев принятой паковки; $b = \text{const}$ при заданных весе и показателе степени n).

Из уравнений (2) и (3) имеем

$$m_v = z' + \beta' \lg r, \quad (4)$$

где

$$z' = \frac{\lg b + \lg c}{\lg a}; \quad \beta' = \frac{n}{\lg a}.$$

Подставляя в (2a) значения величин из уравнения (4), имеем

$$\delta = z + \beta \lg r, \quad (5)$$

где

$$z = (1 - z') \gamma; \quad \beta = -\gamma \beta'.$$

В рассматриваемой паковке $\alpha = \text{const}$ и $\beta = \text{const}$.

Выразим постоянную величину b в (3) через вес паковки и показатель степени n . Для этого найдем вес элементарного кольца dG (рис. 1):

$$dG = 2\pi r dr dh \delta. \quad (6)$$

Размер h для всех слоев принят одинаковым. Учитывая (5), получаем

$$dG = 2\pi hr (\alpha + \beta \lg r) dr. \quad (7)$$

Интегрируя уравнение (7) от r_1 до r_2 , получаем вес паковки

$$G = A\alpha + B\beta, \quad (8)$$

где

$$A = \pi h (r_2^2 - r_1^2); B = \frac{\pi h}{2.3} \left[r_2^2 \left(\ln r_2 - \frac{1}{2} \right) - r_1^2 \left(\ln r_1 - \frac{1}{2} \right) \right].$$

Подставляя в (8) вместо α и β их значения, получаем

$$b = \exp(8.54 - 1.93n - 6.24 \cdot 10^{-3} G). \quad (9)$$

В уравнении (1) заменяем величину K его значением из (3):

$$-dp = \frac{10^{11} \mu V}{2\pi h b} \frac{dr}{r^{n+1}}. \quad (10)$$

Границными условиями являются:

$$\begin{cases} \text{при } r = r_1 \ p = p_1 \\ \text{при } r = r_2 \ p = p_2 \end{cases}. \quad (11)$$

Решая (10) и подставляя граничные условия (11), имеем

$$p_1 - p_2 = \Delta p = \frac{10^{11} \mu V}{2\pi h b} \frac{1}{n} \left[\frac{1}{r_1^n} - \frac{1}{r_2^n} \right]. \quad (12)$$

Учитывая (9), получаем

$$\Delta p = \frac{10^{11} \mu V}{2\pi h \exp(8.54 - 1.93n - 6.24 \cdot 10^{-3} G)} \times \frac{1}{n} \left[\frac{1}{r_1^n} - \frac{1}{r_2^n} \right]. \quad (13)$$

Для стабильного производства геометрические размеры паковок и их вес должны быть постоянными. При таких условиях (12) перепишем в следующем виде:

$$\Delta p = \frac{10^9}{2\pi h} \mu V R, \quad (14)$$

где

$$R = \frac{10^2}{bn} \left[\frac{1}{r_1^n} - \frac{1}{r_2^n} \right].$$

Первый сомножитель уравнения (14) является постоянной величиной, μV зависит от расхода воздуха и его вязкости, а R определяется распределением материала в радиальном направлении паковки (величиной n). При постоянных значениях μ и V сопротивление слоя оказывается пропорциональным величине R , которой можно характеризовать изменение

170

сопротивления паковки. Показатель степени n для всех слоев принятой паковки — величина постоянная; у других паковок она может быть иной, но также постоянной. Найдем, при каком значении n сопротивление паковки определенного веса и принятых геометрических размеров оказывается минимальным:

$$\frac{\partial(\Delta p)}{\partial n} = \frac{1}{r_1^n} \left[1.93 - \frac{1}{n} - \ln r_1 \right] - \frac{1}{r_2^n} \left[1.93 - \frac{1}{n} - \ln r_2 \right] = 0. \quad (15)$$

Подставляя размеры паковки, имеем

$$2^n (0.43n - 1) + (0.27n + 1) = 0. \quad (16)$$

Кроме очевидного корня $n_1 = 0^*$, уравнению (16) удовлетворяет второй корень $n_2 = -1.9$. На рис. 2 представлена за-

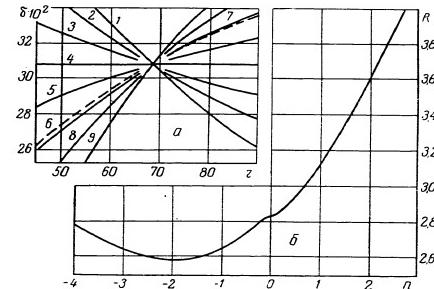


Рис. 2. Кривые (α) распределения плотности δ (kg/m^3) по радиусу паковки r (мм) при значениях:

$1 - n = 3; 2 - 2; 3 - 1; 4 - 0; 5 - 1; 6 - 1.6; 7 - 2; 8 - 3;$

$9 - 4$ и зависимость (δ) величины R от показателя степени n .

* При $n = 0$ уравнения (12), (13) и (14) получают неопределенную форму, раскрытие которой приводит к общепринятому решению уравнения Дарси с постоянным значением K :

$$\Delta p = \frac{\mu V}{2\pi K h} \ln \frac{r_2}{r_1}. \quad (17)$$

Ограничения в отношении практического применения этого уравнения, изложенные в [3], в данном случае отпадают.

влияние величины R от показателя степени n , из которой видно, что минимальное значение R , а следовательно и сопротивление слоя, соответствует $n_2 = -1.9$, а также значение плотности слоя, найденного по уравнению (5) при различных значениях n .

Из сопоставления кривых следует, что при $n < -0.5$ даже значительные погрешности в распределении материала в радиальном направлении почти не влияют на проницаемость слоя. Но при $n > 0$ перераспределение нитей во слоям влечет за собой значительное изменение проницаемости.

Практически основная масса паковок характеризуется $n > 0$, поэтому колебания проницаемости их при наличии погрешностей при наматывании достигают недопустимо больших размеров.

Если перейти от распределения материала с $n > 0$ на $n < 0$, то при постоянной проницаемости вес слоя увеличится. Так, сухая паковка весом 900 г и характеризующаяся $n = -1.9$ не отличается по проницаемости от паковки весом 850 г и наматанной с $n = +1.5$. Если одинаковыми оказываются весовые показатели, то у слоя с $n < 0$ сопротивление будет меньшим, чем у варианта с $n > 0$.

Последний вывод проверялся опытным путем на паковках со ступенчатым изменением плотности в радиальном направлении. Во всех опытах этой серии использовался один комплект тканых материалов, а каждый материал наматывался с одной и той же плотностью. В паковках типа A плотность по мере увеличения радиуса слоя снижалась, а в B повышалась (рис. 3). Из рис. 3 видно, что воздухопроницаемость паковок типа B приблизительно в 1.5 раза превышает аналогичную величину для паковок типа A .

Значение показателя степени n оказывается существенным не только при продувке газа через слой, но и при выполнении со слоем нитей других операций. Кроме того, влияние величины n проявляется как при индивидуальной, так и при групповой сушке паковок в одном аппарате (таблица). При проведении опытов максимальный напор экспериментальной установки не превышал $\Delta p = 5900 \text{ н/м}^2$.



Рис. 3. Зависимость сопротивления цилиндрического слоя Δp (n/m^2) от скорости фильтрации W (м/сек), отнесенной к внутренней поверхности материала:

I — тип A; II — тип B

Таблица
Сопоставление экспериментальных значений показателей проницаемости и сушки паковок с различным распределением материала в радиальном направлении

№ опыта	Тип экспериментального материала по сушке	Средняя плотность, из- менение ρ , г/см^3	Образ пористый пр- спадки, см^2	Плотность пористой ρ_p , г/см^3	Образ пористый пр- спадки, см^2	Плотность пористой ρ_p , г/см^3	Сушка слоя за t_s ч, мин	Расход воздуха через $G_{\text{вых}}$, $\text{м}^3/\text{мин}$	Сушка слоя при $\Delta p = 5900 \text{ н/м}^2$, М/с^2	Пароиздирение мате- риала сушкой	Сушка слоя при $\Delta p = 5900 \text{ н/м}^2$, М/с^2	Сушка материала при сушке, г/чес
24*	A	0,352	1070	0,408	1490	0,311					1,280	
	B	0,354	1380	0,325	1123	0,394					1,095	
25	B	0,355	1396	0,321	1070	0,406	5560	27,9	1360		1,070	365
26	A	0,350	1059	0,103	1420	0,312	5780	10,0	2320	1,290	269	
29	B	0,304	1485	0,274	1175	0,341	3720	42,9	853	1,130	440	
30	A	0,299	1140	0,360	1540	0,253	5640	19,7	1580	1,483	281	
31	B	0,308	1425	0,271	1182	0,354	4190	42,1	971	1,160	433	

* Паковки высушивались одновременно с одинаковым первоначальным давлением.

Приведенная серия опытов проводилась на паковках с двумя простойками; при этом замерялись плотности простоеек, сопротивление слоя, расход воздуха через паковку, влагосодержание мокрого материала после вытеснения воды воздухом (перед сушкой) и съем высушенного материала с установки за час. При индивидуальной сушке все показатели у паковок типа B оказались лучшими, чем для паковок типа A , а именно: меньше было сопротивление слоя или выше расход воздуха, ниже влажность материала перед сушкой, выше производительность сушиного оборудования; кроме того, меньше был расход тепла на единицу высушенного материала, ниже содержание минеральных примесей в сухих нитях, а в связи с этим меньше износ нитепроводящих элементов в последующих технологических операциях.

При групповой обработке преимущества остаются также за паковками типа B . Так, например, в опыте № 24 влагосодержание материала после вытеснения воды воздухом и через 90 мин сушки составили соответственно для слоя типа A 1.21 и 0.48 $\text{kg}/\text{кг}$, а для слоя типа B 0.92 и 0.07 $\text{kg}/\text{кг}$.

Дальнейшие опыты показали, что с увеличением числа прослоек все перечисленные показатели в паковках типа B улучшаются.

Таким образом, пористый слой с показателем $n < 0$ имеет преимущество не только для проницаемости, но и в отношении вытеснения воды воздухом, сушки и других показателей.

Обозначения

m_0 — пористость; K — коэффициент проницаемости; δ — плотность сухого слоя; γ — объемный вес нитей; μ — вязкость воздуха; V и G_b — объемный и весовой расход воздуха; p — текущее давление воздуха; p_1 и p_2 — давление воздуха до слоя и после слоя; Δp — перепад давления в слое; r — текущий радиус слоя; r_1 и r_2 — внутренний и наружный радиусы паковки; h — высота паковки; T_1 и T_2 — температура воздуха до слоя и после слоя; b и n — коэффициент и показатель степени, характеризующие распределение материала по радиусу; a и c — коэффициенты.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. Н. Морозов. Технология текстильной промышленности. № 3. 1963.
2. В. М. Кейс, А. Л. Понсон. Компактные теплообменники. Госэнергоиздат. 1962.
3. С. К. Абрамов, В. Д. Бабушкин. Методика расчета притока воды к буровым скважинам. Госстройиздат. 1955.

СОДЕРЖАНИЕ

М. Н. Маркова, И. Г. Мартюшин. Исследование массообмена при испарении воды с поверхности изделий, погруженных в псевдоожженный слой мелкозернистого материала	3
С. С. Забродский, Я. П. Шлапкова. Гидродинамика псевдоожженного слоя при нагреве вакуме	9
И. Ф. Пикс. К методике расчета кинетики нагрева влажного материала в псевдоожженном слое	15
Л. К. Васанова, Н. И. Сыромятников. О методике обработки опытных данных по теплообмену между частичками и газом в псевдоожженном слое	22
Е. А. Казакова, В. М. Линдни. Измерение температуры газа в псевдоожженном слое	27
А. П. Басаков, В. М. Пахалев. О вертикальной теплопроводности кипящего в насадке слоя	31
С. Забродский, Н. В. Антонинин, В. А. Бородуля, В. А. Немкович. Двухкамерный регенеративный теплообменник с циркулирующей насадкой	35
Н. В. Антонинин, В. А. Бородуля, С. С. Забродский, В. А. Немкович. Тепловой и гидродинамический расчет двухкамерного многоступенчатого регенеративного теплообменника с циркулирующей насадкой	41
Н. А. Шахова, А. Г. Горелик. О приложении обобщенной теории регуляризированного режима к теплообмену в псевдоожженном слое	47
С. С. Забродский. О теплообмене высокотемпературных псевдоожженных слоев с поверхностью	52
А. И. Тамарин, В. Д. Дунский. О радиационном теплообмене псевдоожженного слоя с поверхностью	58
И. Т. Эльперин, А. И. Тамарин. К вопросу динамики кипящих слоев каскадных установок	62
А. М. Гулук. О некоторых особенностях гидродинамики псевдоожженного слоя при сжигании в нем жидкого топлива	68
Г. И. Элькин, З. Р. Горбис. Исследование элементов магнитной, аэродинамической и теплообмена в «сторможенном газовыносе»	71
А. Л. Парнас, С. С. Забродский. Движение и теплообмен частиц в восходящем пульсирующим потоке газа	79
М. С. Зак, Н. И. Гельперин. Исследование электротягового двухфазного потока «газ — твердое» в аппарате с кипящим слоем	87
Н. А. Фукс, А. А. Кири. Влияние конденсации паров на теплообмен в испарении с их поверхности на охлаждение аэроэрозолей в фильтрах	91

В. Е. Давидсон. Об ускорении твердых частиц потоком газа в цилиндрической трубе	101
С. И. Шабанов. Влияние соударений на скорость установившегося движения полифракционных частиц в вертикальном потоке	110
Д. М. Галерштейн, И. А. Лепешинский. О выборе параметров струйного осадителя	119
И. Н. Филистов, Г. А. Аксельруд. Кинетика массообмена твердых частиц,звешенных в вертикальном потоке жидкости, при горизонтальных колебаниях колонны	123
А. Л. Моссе. О характеристиках процесса горения коксовых частиц в потоке при высоких температурах	130
М. Ф. Казанский, Р. В. Луык, В. М. Казанский. Определение форм связи влаги с дисперсными телами по методу термограмм сушки в широком диапазоне температур	136
М. Венедиктов, Н. М. Рудный. Метод и устройство для определения малых влагодержаний порошкообразных материалах	142
П. П. Олодовский. Метод расчета максимальной адсорбционной влагоемкости почв и грунтов	149
В. М. Казанский. Удельная теплота испарения влаги из глинистых минералов	153
В. Д. Дунский, А. И. Тамарин. О теплопроводности засыпки дисперсного материала в вакуме	16
Г. Н. Морозов. О распределении пористого материала в цилиндрическом слое, подлежащем сушке в продувке газа через слой	16

Авторские поправки

Стр.	Строка	Напечатано	Следует читать
41	12 снизу	решение на	решение распространять на
59	Формула (3)	$U_m^{0,55}$	$U_m^{0,2}$
	и (За)	U_m	
59	16 сверху	будет	не будет
82	3 сверху	$m = \frac{\tau_2 - \tau_1}{\tau_2}$	$m = \frac{\tau_2 - \tau_1}{\tau_2}$
82	Формула (8)	$\bar{u} = u_A = u_B$	$\bar{u} = \bar{u}_A = \bar{u}_B$

ТЕПЛО- И МАССООБМЕН В ДИСПЕРСНЫХ СИСТЕМАХ. Издательство «Наука и техника». Минск. Ленинский проспект, 65

Редакторы издательства **М. Дворкина, Е. Волкова**. Художественный редактор **Г. Устин**. Технический редактор **В. Станчук**. Корректор **Л. Корниевская**

Л.Т. 02773. Сдано в набор 11.1.1965 г. Подписано к печати 8/III-1965 г. Тираж 1800 экз. Формат 60×90 $\frac{1}{4}$. Физ. типография АН БССР, Москва, ул. 8-я, 11а, кв. 219. Цена 65 коп. Типография АН БССР. Типография научно-технической литературы издательства «Наука и техника» АН БССР. Госкомитета Совета Министров БССР по печати. Минск. Ленинский проспект, 65

В. Е. Давыдов. Об ускорении твердых частиц потоком газа в цилиндрической трубе	101
С. И. Шабанов. Влияние соударений на скорость установившегося движения поспироциклических частиц в вертикальном потоке	110
Д. М. Галерштейн, И. А. Лепешинский. О выборе параметров струйного осаждения	119
И. Н. Филиппов, Г. А. Аксельрод. Кинетика массообмена твердых частиц, взаимодействующих в вертикальном потоке жидкости, при горизонтальных колебаниях колонны	123
А. Л. Моска. О характеристиках процесса горения коксовых частиц в потоке высоких температур	130
М. Ф. Казанский, Р. В. Луцкы, В. М. Казанский. Определение форм связи влаги с дисперсными телами по методу термограмм сушки в широком диапазоне температур	136
М. В. Венедиктов, Н. М. Рудый. Метод и устройство для определения малых влагосодержаний в порошкообразных материалах	142
П. П. Олодовский. Метод расчета максимальной адсорбционной влагоемкости почв и грунтов	149
В. М. Казанский. Удельная теплота испарения влаги из глинистых минералов	153
В. Д. Дунский, А. И. Тамарин. О теплопроводности засыпки дисперсного материала в вакууме	160
Г. Н. Морозов. О распределении первичного материала в цилиндрическом стое, подлежащем сушке с продувкой газа через слой	167

Авторские поправки

Строка	Напечатано	Следует читать
41 Фермауда (3)	решение на $Y_M^{0,55}$	решение распространить на $Y_M^{0,2}$
59 16 сверху	будет	не будет
82 3 сверху	$m = \tau_2 \cdot \tau_1$	$m = \tau_2 / \tau_1$
82 Фермауда (8)	$u = u_A = u_B$	$u = u_A = u_B$

ТЕПЛО- И МАССООБМЕН В ДИСПЕРСНЫХ СИСТЕМАХ. Издательство «Наука и техника». Минск. Ленинский проспект, 68

Редакторы издательства М. Дворкина, Е. Волканд. Художественный редактор
Л. Усачев. Технический редактор В. Станчук. Корректор А. Корниевская

AT 02773. Сдано в набор 11 I-1965 г. Подписано к печати 8/111-1965 г. Тираж 1800 экз. Формат 60×90^{1/8}. Физ. печ. листов 11. Уч.-изд. листов 9-4. Над. заказ 240. Тип. заказ 101. Цена 62 коп. Типография научно-технической литературы издательства «Наука и техника» АН БССР Госкомитета Совета Министров БССР по печати. Минск. Ленинский проспект, 65